

实用电工技术

高等职业技术电子信息类专业教材

电子工业出版社



高等职业技术电子信息类专业教材

实用电工技术

王健生 张曙明 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

URL: <http://www.phei.com.cn>

高等职业技术电子信息类专业教材

实用电工技术

王健生 张曙明 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是为高等职业教育电子信息类专业编写的系列教材之一。全书共分8章,内容包括:电路的基本知识与简单电路分析、复杂电路分析、电路的过渡过程、正弦交流电路分析、三相交流电与低压配电线路、变压器、电动机、安全用电知识。本书的内容涵盖了电路分析和电工学的基本理论,对与信号电路的分析和应用有关的内容做了较大的扩展与延伸。根据高等职业教育以能力为本位的指导思想和电子信息类专业的特点,在编写中侧重了基本知识的物理概念,简化了复杂的推导过程,加强了基础知识在模拟电子电路及电子信息领域的实际应用。各章配有与内容有关的习题和实际操作训练。

本书也可以作为高等职业教育电子类其他专业的教材及从事电子工程有关人员的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究。

图书在版编目(CIP)数据

实用电工技术/王健生,张曙明编著. —北京:电子工业出版社,2000.8

高等职业技术电子信息类专业教材

ISBN 7-5053-5877-4

I. 实... II. ①王...②张... III. 电工技术-高等学校:技术学校-教材 IV. TM

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 36459 号

丛 书 名: 高等职业技术电子信息类专业教材

书 名: 实用电工技术

编 著 者: 王健生 张曙明

策划编辑: 应月燕

责任编辑: 张荣琴

特约编辑: 寒 雨

排版制作: 电子工业出版社计算机排版室

印 刷 者: 北京天竺颖华印刷厂

装 订 者: 三河市金马印装有限公司

出版发行: 电子工业出版社 URL: <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 17 字数: 430 千字

版 次: 2000 年 8 月第 1 版 2000 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5053-5877-4
G·537

印 数: 6000 册 定价: 20.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请向购买书店调换;

若书店售缺,请与本社发行部联系调换。电话 68279077

《高等职业技术电子信息类专业教材》编委会

主 任：吴金生

副主任：高 林 朱懿心 戴士弘 文宏武

委 员：鲍有文 陈为正 陈 岗 江小安

刘守义 林 海 陶 林 佟伟光

俞光昀 余苏宁 张俊玲 周政新

张义方 张文学



目 录

第1章 电路的基本定律与简单电路分析	(1)
1.1 电路和电路模型	(1)
1.1.1 电路的组成和作用	(1)
1.1.2 电路模型	(1)
1.2 电路的基本变量	(2)
1.2.1 电流	(2)
1.2.2 电压	(3)
1.2.3 关联参考方向	(4)
1.3 基尔霍夫定律	(5)
1.3.1 几个名词介绍	(5)
1.3.2 基尔霍夫电流定律(KCL)	(5)
1.3.3 基尔霍夫电压定律(KVL)	(7)
1.3.4 几点重要说明	(8)
1.3.5 元件串、并联	(8)
1.4 电阻元件	(8)
1.4.1 线性电阻 欧姆定律	(8)
1.4.2 非线性电阻	(10)
1.4.3 开路 and 短路	(10)
〈操作与应用〉 元件的联接与电阻、电压和电流测量	(11)
1.5 电压源和电流源	(12)
1.5.1 电压源	(12)
1.5.2 电流源	(13)
1.5.3 电压源和电流源的功率	(14)
1.5.4 电动势	(15)
1.5.5 实际电源的模型	(15)
1.6 受控源	(16)
1.6.1 受控源的引入	(16)
1.6.2 四种受控源	(17)
1.6.3 举例与说明	(18)
1.7 电器设备的额定值	(19)
1.7.1 什么是额定值	(19)
1.7.2 根据额定值正确选择、使用实际元件和设备	(19)
1.8 电阻的串联分压与并联分流	(19)
1.8.1 串联电阻的分压公式	(19)
1.8.2 并联电阻的分流公式	(20)

1.8.3 分压、分流电路举例	(21)
1.8.4 分压分流公式与参考方向	(22)
〈操作与应用〉 伏安特性的测量	(23)
1.9 电阻混联电路	(24)
1.10 电位的计算	(26)
1.10.1 电位的概念	(26)
1.10.2 电位的计算	(26)
1.10.3 电子线路的习惯画法	(27)
〈操作与应用〉 简单电路的故障检查	(28)
1.11 含理想运算放大器的简单电阻电路	(30)
1.11.1 理想运算放大器	(30)
1.11.2 虚短路和虚断路	(31)
1.11.3 含运算放大器的简单电路分析举例	(31)
习题一	(32)
第2章 复杂电路分析	(37)
2.1 支路电流法	(37)
2.1.1 概述	(37)
2.1.2 几点说明	(37)
2.1.3 例题	(38)
2.2 网孔分析法	(39)
2.2.1 网孔电流与网孔分析法	(39)
2.2.2 网孔方程的建立	(39)
2.2.3 例题	(40)
2.3 节点分析法	(41)
2.3.1 节点电压和节点分析法	(41)
2.3.2 节点方程的建立	(42)
2.3.3 例题	(42)
2.4 叠加定理	(44)
2.4.1 齐次性和叠加性	(44)
2.4.2 叠加定理	(45)
2.4.3 例题	(45)
〈操作与应用〉 复杂直流电路故障检查	(46)
2.5 等效电路的概念 等效电阻	(46)
2.5.1 等效电路的概念	(47)
2.5.2 等效电路的定义	(47)
2.5.3 电阻串并联的等效电阻	(48)
2.5.4 利用串并联电阻等效公式化简电路	(48)
2.6 π 型网络和 Π 型网络的等效变换	(51)
2.6.1 π 形网络和 Π 形网络的等效变换	(51)
2.6.2 计算举例	(52)

2.6.3 电桥电路	(53)
2.7 含独立源电路的等效变换	(54)
2.7.1 两个元件串并联等效规律	(54)
2.7.2 实际电源的两种模型	(56)
2.7.3 例题	(56)
2.8 含受控源电路的等效变换	(57)
〈操作与应用〉 电源内阻对带负载能力的影响	(59)
2.9 戴维南定理和诺顿定理	(60)
2.9.1 戴维南定理和诺顿定理	(60)
2.9.2 解题举例	(61)
2.9.3 R_0 的计算	(63)
2.9.4 放大电路的输入电阻和输出电阻	(64)
〈操作与应用〉 电压表内阻对测量结果的影响	(66)
〈操作与应用〉 开路电压与输出电阻的测量	(67)
2.10 最大功率传输定理	(68)
2.10.1 最大功率传输定理	(68)
2.10.2 例题	(68)
2.10.3 几点说明	(69)
〈操作与应用〉 电路故障的分级分块检查	(69)
2.11 含理想运放的复杂电路	(70)
2.11.1 叠加定理应用于含理想运放电路	(70)
2.11.2 节点分析法应用于含理想运放电路	(71)
习题二	(72)
第3章 电路的过渡过程——动态电路分析	(78)
3.1 RC 电路过渡过程	(78)
3.1.1 电容元件	(78)
3.1.2 电容充电的过渡过程	(80)
3.1.3 电容的放电过程	(83)
3.1.4 例题	(84)
3.2 RL 电路的过渡过程	(86)
3.2.1 电感元件	(86)
3.2.2 直流电源接入 RL 电路的过渡过程	(88)
3.2.3 RL 电路的“放电”过程	(90)
3.2.4 例题	(91)
3.2.5 零输入响应和零状态响应	(93)
3.3 三要素法	(94)
3.3.1 三要素法	(94)
3.3.2 例	(95)
3.3.3 方法小结	(98)
3.3.4 补偿分压电路与示波器探头	(99)

3.4 过渡过程应用举例	(101)
〈操作与应用〉 电容和电感的识别与检测	(102)
〈操作与应用〉 一阶电路的响应和时间常数的测定	(104)
3.5 RLC 电路的过渡过程	(105)
3.5.1 二阶电路	(105)
3.5.2 RLC 串联电路的零输入响应	(106)
习题三	(108)
第4章 正弦交流电路	(113)
4.1 正弦电压和电流 有效值	(113)
4.1.1 正弦电压和电流的表示	(113)
4.1.2 相位差	(116)
4.1.3 有效值	(118)
4.2 相量	(120)
4.2.1 复数及运算	(120)
4.2.2 相量	(121)
〈操作与应用〉 用示波器观测正弦信号	(123)
4.3 交流电路中的基本元件及特性	(124)
4.3.1 电阻	(124)
4.3.2 电容	(124)
4.3.3 电感元件	(125)
4.3.4 小结	(126)
4.3.5 例题	(126)
4.4 基尔霍夫定律的相量形式	(127)
4.4.1 基尔霍夫定律的相量形式	(127)
4.4.2 例题	(128)
4.5 阻抗与导纳、相量模型	(129)
4.5.1 阻抗与导纳	(129)
4.5.2 相量模型	(131)
4.5.3 无源单口网络的阻抗和导纳	(133)
4.6 正弦交流电路的计算	(135)
4.6.1 元件(阻抗)混联电路的计算	(135)
4.6.2 网孔法和节点法	(136)
4.6.3 戴维南定理	(137)
4.6.4 叠加定理	(138)
4.6.5 电源模型的等效变换	(139)
〈操作与应用〉 元件的交流特性与参数测量	(140)
4.7 正弦交流电路的功率	(141)
4.7.1 RLC 三种基本元件的功率	(141)
4.7.2 单口网络的功率	(144)
4.7.3 功率因数的提高	(146)

4.7.4 最大功率传输定理	(147)
〈操作与应用〉 交流电路的耦合方式及故障检查	(148)
4.8 电路的频率响应	(150)
4.8.1 频率响应的概念	(150)
4.8.2 简单 RC 电路的频率响应	(150)
4.8.3 RLC 电路的频率响应、谐振	(153)
〈操作与应用〉 频率特性的测量	(157)
习题四	(158)
第 5 章 三相交流电与低压配电线路	(163)
5.1 三相交流电路概述	(163)
5.2 三相交流电源	(164)
5.2.1 三相交流电的产生	(164)
5.2.2 三相交流电的供电方式	(165)
5.3 三相电路负载的连接	(167)
5.3.1 负载接入三相电源的原则	(168)
5.3.2 单相负载的连接	(168)
5.3.3 对称三相负载的连接	(168)
5.4 三相电路的计算	(169)
5.4.1 对称三相负载星形连接	(169)
5.4.2 对称三相负载三角形连接	(171)
5.4.3 三相不对称负载的星形连接	(172)
5.5 三相电路的功率	(174)
5.5.1 有功功率	(174)
5.5.2 无功功率	(174)
5.5.3 视在功率	(174)
5.6 低压配电线路	(175)
5.6.1 低压配电线路的结构	(175)
5.6.2 低压配电线路的组成	(175)
5.6.3 低压配电标准	(176)
5.6.4 照明电路施工图	(177)
〈操作与应用〉 室内照明电的一般检测	(179)
〈操作与应用〉 单相负载的连接与测量	(180)
习题五	(181)
第 6 章 变压器	(182)
6.1 变压器的一般概念	(182)
6.1.1 变压器的功能与分类	(182)
6.1.2 变压器的基本构造	(183)
6.1.3 变压器使用的磁性材料	(184)
6.1.4 变压器铁芯中的电磁关系	(186)
6.2 变压器的工作原理	(187)

6.2.1	空载运行	(188)
6.2.2	负载运行	(189)
6.2.3	变压器的阻抗变换	(190)
6.3	变压器在力能电路中的应用	(192)
6.3.1	电源变压器	(192)
6.3.2	电源变压器的选购与测试	(194)
6.3.3	自耦变压器	(195)
6.4	变压器在信号电路中的应用	(196)
6.4.1	电信变压器的工作特点	(196)
6.4.2	音频变压器	(197)
6.4.3	传输线变压器	(201)
6.5	变压器的指标与使用注意事项	(204)
6.5.1	电力变压器的额定值	(204)
6.5.2	变压器线圈的极性	(205)
	〈操作与应用〉 电源变压器的测试	(207)
	习题六	(207)
第7章	电动机	(210)
7.1	三相异步电动机	(210)
7.1.1	三相异步电动机的构造	(210)
7.1.2	三相异步电动机的工作原理	(212)
7.1.3	三相异步电动机的机械特性	(214)
7.2	三相异步电动机的使用方法	(216)
7.2.1	异步电动机的技术数据	(216)
7.2.2	异步电动机的起动方法	(217)
7.2.3	三相异步电动机的反转与制动	(219)
7.2.4	异步电动机的选用	(220)
7.3	异步电动机的基本控制电路	(220)
7.3.1	直接起动控制电路	(221)
7.3.2	异步电动机正反转控制电路	(225)
7.3.3	Y- Δ 降压起动控制电路	(226)
7.4	单相异步电动机	(227)
7.4.1	单相异步电动机的工作原理	(227)
7.4.2	几种常用的单相异步电动机	(229)
7.4.3	单相异步电动机的反转与调速	(231)
7.5	伺服电动机	(232)
7.5.1	永磁直流伺服电动机	(233)
7.5.2	无铁芯直流电动机	(237)
7.5.3	无电刷直流电动机	(238)
7.6	步进电动机	(239)
7.6.1	步进电动机的分类	(239)

7.6.2 步进电动机的结构与工作原理	(239)
7.6.3 步进电动机的主要性能指标	(241)
7.6.4 步进电动机的应用	(241)
〈操作与应用〉 常用低压电路的识别与测量	(242)
〈操作与应用〉 异步电动机基本控制电路的安装与调试	(242)
习题七	(242)
第8章 安全用电常识	(245)
8.1 触电事故	(245)
8.1.1 电器事故的几个实例	(245)
8.1.2 电器事故的原因	(245)
8.1.3 触电的种类	(246)
8.1.4 人体触电的几种形式	(247)
8.1.5 触电事故的预防措施	(247)
8.2 电器火灾事故	(248)
8.2.1 电器火灾的主要原因	(248)
8.2.2 电器火灾事故的预防	(249)
8.3 电器事故的紧急处理	(249)
8.3.1 触电事故的处理	(249)
8.3.2 电器火灾事故的处理	(250)
8.4 电器安装、运行维护的安全措施	(250)
8.4.1 设备安装中的接地与接零保护	(250)
8.4.2 线路安装的技术要求	(252)
8.4.3 低压配电线路的维修规程	(253)
〈操作与应用〉 人工呼吸法训练	(255)
习题八	(255)
参考文献	(255)

第1章 电路的基本定律与简单电路分析

本章首先讲述什么是电路和电路模型,为什么要建立电路模型;如何用参考方向正确表示电路中的电压和电流;电路中电压和电流必须遵守的基本规律——基尔霍夫定律;构成电路的最基本的元件——电阻元件、电压源和电流源,并重点讲述它们的特性,即伏安关系,进而说明如何用以上知识进行简单电路的分析计算,着重分析基本的分压和分流电路。本章最后综合讲述将以上知识运用于含运算放大器的简单电路。

与本章学习的基本理论知识相联系,学生应掌握以下基本操作技能:按电路图正确连接电路;用万用表测量直流电压、电流和电阻;测量元件和电路的伏安关系;检查和排除简单电路的故障。

1.1 电路和电路模型

1.1.1 电路的组成和作用

电不但在生产、科研和国防等事业中有广泛的应用,而且与人们的日常生活紧密相关。在应用电的时候我们总要把一些电器件按一定方式联接在一起,这些相互联接在一起的电器件就构成了电路。

电路的作用大体可分为两类。第一类是进行能量的传输、分配和转换,如供电电路;另一类是进行信息的传递、处理或运算等,如电话线路。由于电路要实现的目的不同,对它们提出的技术要求也不同。尽管电路的复杂程度不同、功能不同,却都遵循共同的基本规律。本课程将讲述电路遵循的基本规律和基本分析方法,并培养与之相关的实际操作能力。

电路的最简单的例子是手电筒电路,它由干电池、灯泡、手电筒壳组成。干电池是提供电能的电源,它能够把化学能转变为电能。灯泡叫做负载,是用电的器件,它能把电能转变为热能,使灯丝白炽化而发光。手电筒壳是联接导体,把干电池和灯泡联接起来构成电流的通路,把电源的电能传送给负载。手电筒电路虽然很简单,但它说明了一般电路的基本组成,即电源,负载和传输设备三部分。

1.1.2 电路模型

电路的工作过程与电磁现象密切相关。电磁现象基本上可分为三类:电能的消耗现象,电场能的存储现象和磁场能的存储现象。比如电流流过线圈时必然受到阻力,一部分电能被消耗而转变成热能;同时线圈周围必然产生磁场,存储磁场能;线圈匝与匝之间形成电容必有电场存在,存储电场能。这三种电磁现象同时存在于整个线圈之中并交织在一起。电路中三种电磁现象的并存使对电路的分析非常复杂。为了分析方便,我们用一些理想电路元件或它们的组合来模拟实际电路中的器件。每种理想元件只表示一种电

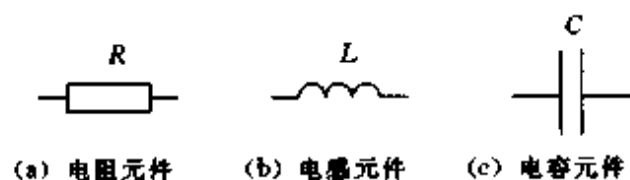


图 1-1 三种基本理想元件

磁现象,而且可以用数学方法精确定义,使我们能方便地对电路进行分析研究乃至精确的数量计算。图 1-1 表示了三种基本理想元件的图形符号,图中的电阻元件、电感元件和电容元件分别为只表示电能消耗、存储磁场能和存储电场能的理想元件。

一般情况下实际电容器被认为是一个理想电容元件就足够精确了。而电流流过线圈时电能的消耗常常不能忽略,一个实际的电感线圈要用一个理想的电感元件和一个理想的电阻元件的组合来模拟,如图 1-2 所示。模拟实际电器件的理想电路元件或它们的组合构成实际电器件的模型。

电阻器、白炽灯和电熨斗的主要作用都是把电能转换为热能,因此都用电阻元件作其模型。

综上所述,对于一个实际电路进行分析,首先是把每一个实际电器件用由理想元件构成的模型来表示,这样就构成整个实际电路的模型,对电路模型进行分析计算,就近似得到实际电路的特性。当然要构成电路的模型只有以上三种基本的理想元件是不够的,我们将陆续讨论其他理想元件的定义和特性。为叙述方便,将省略理想二字,以后文中提到的元件均指理想元件。

对电路进行理论分析计算时,电路常用电路图来表示。电路图是由元件的图形符号和表示它们之间联接关系的连线组成。手电筒的实际电路和电路图(电路模型)分别绘于图 1-3(a)、(b)中。图(b)中 R_L 为灯泡的模型、虚线框内为干电池的模型, K 表示开关。

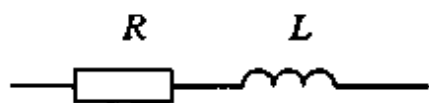


图 1-2 电感线圈的模型

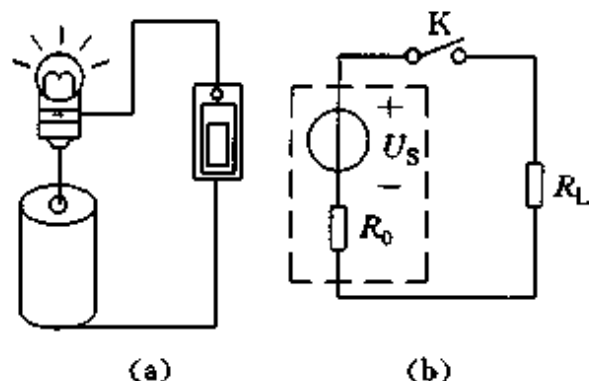


图 1-3 手电筒电路

1.2 电路的基本变量

1.2.1 电流

1.2.1.1 电流和电流强度

我们分析研究电路时主要关心的是运动的电荷。从物理学中我们已经知道物体所带电荷数量的多少称为电量,用符号 Q 或 q 表示。在国际单位制(SI)中,电量的单位是库仑(国际代号 C)。1 库仑等于 6.24×10^{18} 个电子所具有的电量。电荷的定向移动形成电流。由于电荷有正电荷和负电荷之分,习惯上把正电荷运动的方向规定为电流的方向。电流的大小用电流强度来表示。电流强度的定义是单位时间内通过导体横截面的电量。电流强度常简称为电流,用符号 i 表示,即

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (1.1)$$

在国际单位制中,电流的单位是安培(A)。当电流是 1A 时,表示每秒钟有 1 库仑电量流过

导体的横截面。

如果电流的大小和方向不随时间变化,则这种电流叫做恒定电流,简称直流,记作 dc 或 DC,电流强度用符号 I 表示。如果电流的大小和方向都随时间变化,则称为交变电流,简称交流。记作 ac 或 AC。

1.2.1.2 电流的参考方向

对于一些复杂电路,在计算之前难以判断各元件电流的方向,我们对每个元件的电流规定一个假定的正方向,叫做参考方向。按规定的参考方向列写算式,如果某电流计算结果为正值,说明该电流真实方向与参考方向相同。如果计算结果为负值,说明电流真实方向与参考方向相反。

下面举例说明参考方向的重要性。

例 1.1 图 1-4 中 a, b, c 三个方框表示三个元件,箭头表示电流的参考方向。用 i_a 、 i_b 、 i_c 表示流过 a、b、c 三个元件的电流。说明当 $i_a=i_b=i_c=1\text{A}$ 和当 $i_a=i_b=i_c=-1\text{A}$ 时各元件电流的真实方向。

解:

(1) 当 $i_a=i_b=i_c=1\text{A}$ 时,电流大于 0,真实方向与参考方向相同。

i_b 由 C 流向 D, i_c 由 E 流向 F, 而 i_a 因为没标参考方向无法确定其真实方向。

(2) 当 $i_a=i_b=i_c=-1\text{A}$ 时, i_b 由 D 流向 C, i_c 由 F 流向 E, i_a 同(1)一样无法确定其方向。

上例说明电流的真实方向是由电流的参考方向和电流强度数值的符号共同决定的,缺一不可。如果不规定电流的参考方向,电流的正负号没有意义。

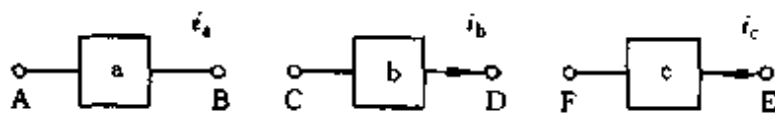


图 1-4 例 1.1

1.2.2 电压

1.2.2.1 电压和电压的极性

电荷的移动总与能量转换或做功相联系。单位正电荷从 a 点移动到 b 点,如果电场力做功则单位正电荷电位能减少。电场力作的功或单位正电荷减少的电位能称为 a、b 两点间的电压,用 u_{ab} 表示。 u_{ab} 也称作 a、b 两点的电位差。电压可用下式定义:

$$u(t) = \frac{dw}{dq} \quad (1.2)$$

其中 dq 为由 a 点移动到 b 点的电量,单位为库仑(C); dW 为移动过程中 dq 减少的电位能(电场力作的功),单位是焦耳(J); $u(t)$ 为电压,单位为伏特(V)。这些单位都是国际单位制单位。

如果正电荷由 a 转移到 b,电场力作正功电荷的电位能减少,则 a 点为高电位,称为正极, b 点为低电位,称为负极。反之正电荷由 a 到 b 的转移过程中电位能增加,电场力作负功则 a 为低电位,称为负极, b 为高电位称为正极。

大小和极性都不随时间变化的电压叫做恒定电压或直流电压,用 U 表示。如果大小和时间都随时间变化,则叫做交变电压或交流电压。

1.2.2.2 电压的参考极性

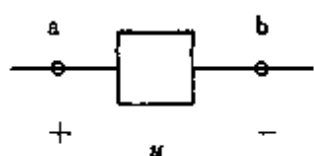


图 1-5 电压的参考极性

在计算电路时,也需要为电压规定参考极性。电压的参考极性用标在元件或电路两端的“+”或“-”符号表示,“+”号表示高电位端,“-”表示低电位端,如图 1-5 所示。当电压 u 为正值时,该电压的真实极性与参考极性相同,即 a 点电位高于 b 点电位;当电压为负值时,该电压真实极性与参考极性相反,即 a 点电位低于 b 点电位。可见电压的参考极性与电压数值的正负号共同决定了电压的真实极性,未标电压的参考极性时,电压的正负毫无意义。电压的参考极性也称电压的参考方向或正方向。

例 1.2 图 1-6(a)所示元件两端电位为 1V,且已知正电荷由该元件的 b 端移到 a 点时电位能增加。试说明电压的真实极性,并为该电压选一参考方向,写出相应的电压表达式。

解:正电荷由 b 点移向 a 点电位能增加,说明真实极性,a 点为高电位点是“+”极,而 b 点为低电位点是“-”极。

参考极性可任意选择,因而有两种规定方式,如图 1-6(b),(c)所示。图(b)中参考极性与真实极性一致,电压表达式为 $u_1 = 1V$ 。图(c)中由于参考极性和真实性相反,故表达式为 $u_2 = -1V$ 。对于同一个电压,由于参考极性选取不同,电压的数值或表达式将差一负号。

电压除了用参考极性配合表达式表示之外还可用双下标表示。本例中可写作 $u_{ab} = 1V$ 或 $u_{ba} = -1V$ 。

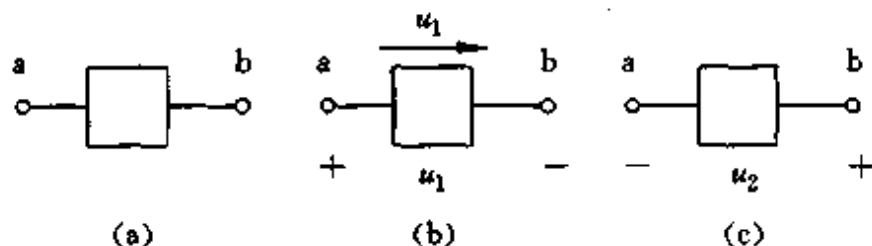


图 1-6 例 1.2

电压的参考极性(正方向)还可以用箭头表示,如图 1-6(b)所示。规定箭头方向由假定的高电位指向低电位,即指向电位降低的方向。因此 $u_1(u_{ab})$ 又称为 a、b 两点间的电压降。

1.2.3 关联参考方向

综上所述,在分析电路时,我们既要为通过元件的电流假设参考方向,也要为元件两端的电压假设参考极性,彼此可以独立无关的任意假定。但为了方便起见,我们常采用关联参考方向,使电流的参考方向与电压降的参考方向一致,即表示电流参考方向的箭头,由参考电压的“+”极指向“-”极,如图 1-7(a)所示。如果说明采用关联参考方向,在电路图中只需标出电流

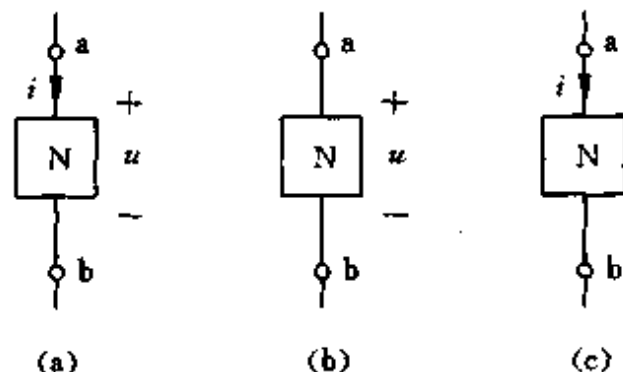


图 1-7 关联参考方向

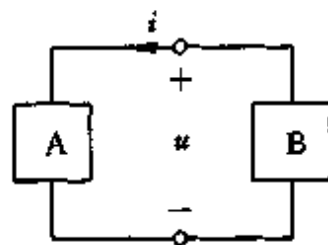


图 1-8 例 1.3

的参考方向或电压的参考极性中任何一种,另一种不言自明,如图 1-7(b)、(c)所示。采用关联参考方向也称电流和电压的正方向(参考方向)一致。

例 1.3 在图 1-8 中所标出的 u 和 i 的参考方向对元件 A 和 B 而言是关联参考方向还是非关联参考方向。

解: 图 1-8 所示的参考方向,对元件 A 而言电流 i 从 u 的正极流入,从负极流出,为关联参考方向;而对 B 元件而言 i 是从电压 u 的正极流出,负极流入,为非关联参考方向。

1.3 基尔霍夫定律

1.3.1 几个名词介绍

1.3.1.1 支路与节点

图 1-9 中的每个元件都有 2 个端钮和外部相联接,这种有 2 个端钮和外部相联接的元件称为二端元件。电路中每个二端元件又称为一条支路。支路的联接点称为节点。图中有 5 条支路,3 个节点。图 1-9 中 a、b 两点之间直接有导线相联,它们只表示同一个节点,只是为了画图方便画成两点。另外经常把若干个元件串联起来,有 2 个端钮和外部相联的整体看成一条支路。图 1-9 中可以把 R_3 和 R_4 整个看成一条支路,则联接点 3 不再成为节点。整个图就只有 4 条支路,2 个节点。

1.3.1.2 回路与网孔

电路中任一由支路构成的闭合路径称为回路,如图 1-9 中的 R_1 和 R_2 , R_1 和电源, R_1 、 R_3 和 R_4 都构成回路。回路内部不另含支路的回路称为网孔,如图 1-9 中 R_1 和 R_2 , R_2 和 R_3 、 R_4 , 元件 R_1 和电源都构成网孔。而 R_1 和 R_3 、 R_4 构成的回路就不是网孔。含元件较多的电路又称为网络,实际上电路和网络这两个名词一般不加区别,可以混用。

有 2 个端钮和外部相联接的网络称为二端网络或单(端)口网络,二端网络和外部相联接的一对端钮称为一个端口。

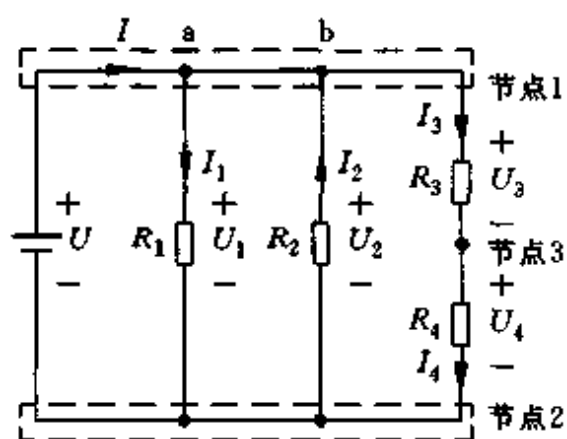


图 1-9 支路与节点

1.3.1.3 支路电流和支路电压

电路中流过支路的电流叫支路电流,支路两端的电压叫支路电压。基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律分别说明了电路中各支路电流和各支路电压之间的关系,是电路理论中最重要最基本的定律,下面将介绍这两个定律。

1.3.2 基尔霍夫电流定律(KCL)

基尔霍夫电流定律又称基尔霍夫第一定律,它说明了流过同一节点各支路电流间的关系。该定律常简写为 KCL。

1.3.2.1 定律的表述

在任一时刻流出(或流入)任一节点的所有支路电流的代数和为 0(或者在任一时刻,流入任一节点的电流的总和恒等于流出该节点电流的总和)。其数学表达式为:

$$\sum i = 0 \quad (1.3)$$

或

$$\sum i_{\text{出}} = \sum i_{\text{入}} \quad (1.4)$$

1.3.2.2 KCL 的应用

应用 KCL 的数学表达式可列出关于流经同一节点电流的方程式,称为 KCL 方程。利用 KCL 方程可以由已知电流求出未知电流。现在我们说明 KCL 方程的建立与应用。

例 1.4 已知图 1-9 中 $I=8\text{A}$, $I_1=4\text{A}$, $I_2=-2\text{A}$, 求电流 I_3 。

解: 首先根据电流的参考方向, 对节点 1 由式(1.3)列 KCL 方程, 以电流流出节点为正, 则:

$$-I + I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

解得: $I_3 = -I_1 + I_2 + I = -4 + (-2) + 8 = 2\text{A}$

I_3 为正值说明实际电流方向与规定的参考方向相同, 即流出节点 1。

由式(1.4)可列出方程

$$I_1 + I_3 = I_2 + I$$

解得: $I_3 = I_2 + I - I_1 = (-2) + 8 - 4 = 2\text{A}$

结果与上相同。

由上例得出应用 KCL 解题步骤:

第一, 规定各电流的参考方向。

第二, 列 KCL 方程。列方程时电流流出节点还是流入节点只由标注的参考方向而定, 不必考虑真实方向即电流数值的符号。

第三, 把电流的数值(包括数值中的正负号)代入方程式解出未知电流。

1.3.2.3 KCL 的推广

KCL 可以推广运用于电路中假设的闭合面。图 1-10 中虚线表示一个假设的闭合面, 闭合面内包含的元件与电路的其他部分有三条支路相联接, 由支路中电流的参考方向有等式

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

即流出(流入)封闭面的各支路电流的代数和为 0。或说流出封闭面电流的总和等于流入

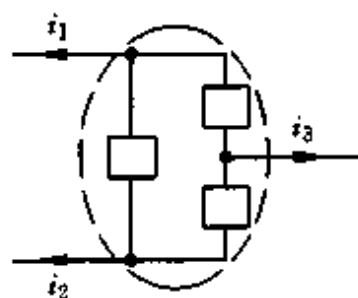


图 1-10 电路中一个
晶体管的闭合面

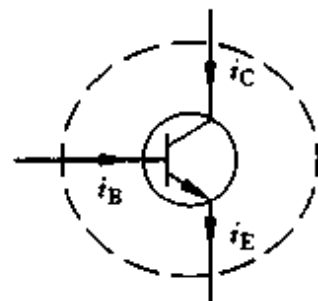


图 1-11 一个晶体管

封闭面电流的总和。这是一个很有用的结论。

图 1-11 表示一个晶体管,其中 i_E 、 i_B 、 i_C 分别为发射极电流,基极电流和集电极电流。由以上结论可知 $i_E = i_C + i_B$ 。

1.3.3 基尔霍夫电压定律(KVL)

基尔霍夫电压定律又称基尔霍夫第二定律,它说明了同一回路中各支路电压间的关系。该定律常简称为 KVL。

1.3.3.1 定律的表述

在任一时刻,沿任一回路绕行一周,该回路的所有支路电压降的代数和为 0(或在任一时刻,沿任一回路绕行一周各支路电压升的总和恒等于各支路电压降的总和)。其数学表达式为

$$\sum u = 0 \quad (1.5)$$

或

$$\sum u_{\text{升}} = \sum u_{\text{降}} \quad (1.6)$$

KVL 另一种表述:

在任一时刻电路中从任一节点 a 到另一节点 b 的电压降,与从节点 a 到节点 b 的路径无关。

1.3.3.2 KVL 的应用

应用 KVL 的数学表达式可列出关于同一回路中各支路电压的方程式,称为 KVL 方程。利用 KVL 方程可以由已知支路电压求出未知的支路电压。现在说明 KVL 方程的建立与应用。

例 1.5 图 1-9 中已知, $u_3 = 5\text{V}$, $u_4 = 4\text{V}$, 求 u 。

解:对电源和 R_3 、 R_4 构成的回路列 KVL 方程,确定绕行方向为顺时针方向,

由式(1.5)列 KVL 方程 $u_3 + u_4 - u = 0$

代入数值计算 $u = u_3 + u_4 = 5 + 4 = 9\text{V}$

由式(1.6)列方程 $u_3 + u_4 = u$

也解得: $u = 9\text{V}$

由上例看出应用 KVL 解题步骤。

第一,规定各电压的参考极性。

第二,规定回路的绕行方向。

第三,列 KVL 方程,沿绕行方向电压的参考极性由“+”到“-”为电压降,参考极性由“-”到“+”为电压升。不必考虑各电压的实际极性,由式(1.5)列方程时,电压降前取“+”,电压升前取“-”。

第四,把各电压的数值(包括数值中的正负号)代入方程解出未知电压。

1.3.3.3 KVL 的推广

KVL 还可以应用于电路中假想的回路。如图 1-12 中元件 A、B、C,并未构成回路,但可假想电路中存在一个回路 a-b-c-d-a,沿着这个方向列方程式,得

$$u_{ab} + u_{bc} + u_{cd} + u_{da} = 0$$

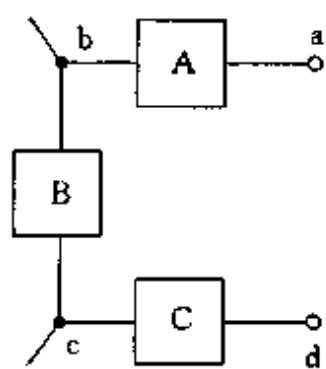


图 1-12 电路中假想的回路

从而,由三个元件的电压求出 $u_{ad} = -u_{da} = u_{ab} + u_{bc} + u_{cd}$

1.3.4 几点重要说明

以上讲述了基尔霍夫两个定律,总括起来说明下面三个问题:

第一,KCK 和 KVL 从电路元件的相互联接关系上,给各支路电流和支路电压规定了限制条件,它从整体上规定了电流,电压遵循的规律与电路中元件的性质无关,是电路分析中的最基本的依据。

第二,电流的参考方向和电压的参考极性在 KCL 和 KVL 的运用中起着十分重要的作用。KCL 方程和 KVL 方程都是根据电流,电压的参考方向列出的,没有参考方向就无法确定方程中各项正负号,因此在列 KCL 和 KVL 方程前必须规定各电压的参考极性和各电流的参考方向。

1.3.5 元件串、并联

1.3.5.1 元件的串联

将若干二端元件按顺序一个接一个首尾相接地联在一起叫作元件的串联,如图 1-9 所示 R_3 和 R_4 。

根据基尔霍夫定律可知串联的元件有相同的电流。所有元件流过同一个电流是元件串联必备的特点,否则就不是串联。如图 1-13 中,元件 1 和元件 2 不是串联因为它们的联接点 b 上还接有元件 5,此时 $i_2 = i_1 + i_5$ 。流过元件 1 和元件 2 的电流不相同。但若确定 $i_5 = 0$ 则元件 1 和 2 流过同一个电流($i_1 = i_2$)可认为元件 1 和 2 串联。若 i_5 与 i_1 (i_2)相比小得多,可忽略不计,也可近似认为元件 1 和 2 串联。

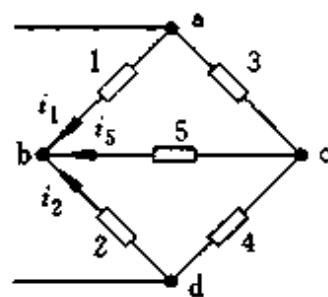


图 1-13 说明元件串并联用电路

1.3.5.2 元件的并联

将若干二端元件每个元件的一端相联接形成一个节点,将每个元件的另一端也相联接形成另一个节点,叫作元件的并联,如图 1-9 所示 R_1 和 R_2 。

根据基尔霍夫电压定律,并联在一起的所有元件有相同的电压。具有相同的电压是元件并联必备的特点,否则就不是并联。图 1-13 中元件 2 和元件 4 显然不是并联,因为只有一端相联接,但若确定元件 5 两端电压为 0(即 $u_{bc} = 0$),由基尔霍夫电压定律得 $u_{bd} = u_{cd}$,元件 2 和元件 4 可看作并联。

1.4 电阻元件

1.4.1 线性电阻 欧姆定律

1.4.1.1 线性电阻 欧姆定律

如果一个二端元件满足式(1.7)所示的欧姆定律,则此二端元件称为线性电阻。

$$u(t) = Ri(t) \quad (1.7)$$

其中, $u(t)$ 为元件两端的电压, 单位为伏特(V); $i(t)$ 为流过元件的电流, 单位为安培(A); R 为电阻, 单位为欧姆(Ω)。 R 为与 u, i 无关的常数, u 与 i 成正比关系, 故称为线性电阻。 u 和 i 可以是时间的函数, 也可能是常量(直流)。

欧姆定律体现了电阻元件对电流呈现阻力的本质。电流流过电阻时要克服阻力, 消耗电能, 必然沿电流的方向在电阻两端产生电压降。即电阻两端电压降的真实方向一定与电流的真实方向一致(就真实方向而言, 电流必从电阻的高电位端流向低电位端)。因此对于选定非关联参考方向的电阻, 电压和电流的参考方向必然一个与真实方向相同, 一个与真实方向相反, 即 u, i 必然一正一负。图 1-9 中的 R_2 即为一例。通常 $R > 0$, 所以式(1.7)不会得到 u, i 异号的结果, 故在非关联参考方向下。欧姆定律应表示为式(1.8):

$$u(t) = - Ri(t) \quad (1.8)$$

1.4.1.2 伏安特性曲线

电阻元件的特性除用数学公式表示之外还常用伏安特性曲线来表示。伏安特性曲线是以电阻的电压为纵坐标(或横坐标); 电流为横坐标(或纵坐标), 在 $i-u$ 平面(或 $u-i$ 平面)画出的一条曲线, 它表示电阻的电压 u 和电流 i 的关系。线性电阻的伏安特性曲线是过原点的一条直线。对于图 1-14(a) 所示的关联参考方向, 电阻的伏安特性曲线如图 1-14(b) 所示。电阻值 R 是直线的斜率。在图 1-15(a) 所示的非关联参考方向下, 伏安特性曲线如图 1-15(b) 所示。

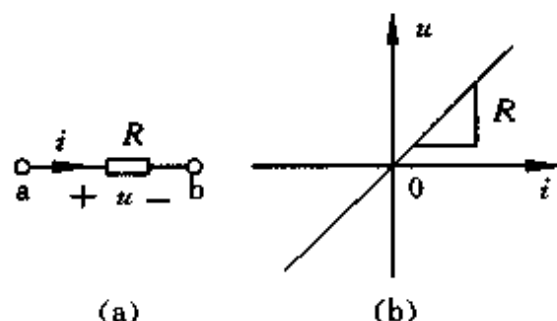


图 1-14 关联参考方向下的电阻

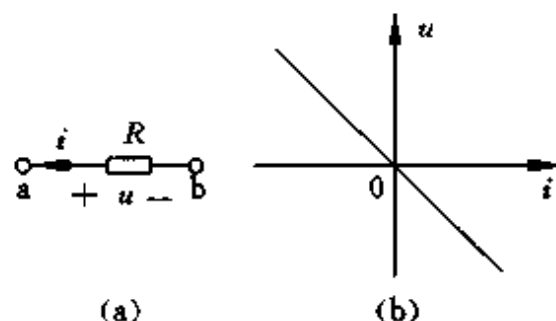


图 1-15 非关联参考方向下的电阻

1.4.1.3 电导

电阻元件还可以由电导来表征。电导用 G 来表示, 其定义为:

$$G = \frac{1}{R} \quad (1.9)$$

G 的国际单位为西门子(S), 关联参考方向下, 欧姆定律可写作:

$$u(t) = \frac{1}{G} i(t) \quad (1.10)$$

$$i(t) = Gu(t) \quad (1.11)$$

我们常把电阻元件简称为电阻。

1.4.1.4 例题

例 1.6 图 1-14 (a) 中, 已知: (1) $R=10\text{k}\Omega, u=10\text{V}$, 求电流 i ; (2) $R=10\text{k}\Omega, i=-2\text{mA}$, 求电压 u 。

解: (1) 因为 u, i 为关联参考方向, 由式(1.7)

$$i = \frac{u}{R} = \frac{10}{10 \times 10^3} = 10^{-3} \text{A} = 1\text{mA}$$

$$(2) \quad u = Ri = 10 \times 10^3 \times (-2 \times 10^{-3}) = -20\text{V}$$

例 1.7 图 1-15 (a) 中, 已知和要求同上例。

解: (1) 因为 u, i 为非关联参考方向, 由式 (1.8) 得

$$i = -\frac{u}{R} = -\frac{10}{10 \times 10^3} = -10^{-3}\text{A} = -1\text{mA}$$

$$(2) \quad u = -Ri = -10 \times 10^3 \times (-2 \times 10^{-3}) = 20\text{V}$$

就以上两例说明以下几点:

1. 在应用欧姆定律时, 应首先看 u 和 i 是否是关联参考方向, 如果是关联参考方向用式 (1.7), 否则用式 (1.8)。
2. 关联参考方向下 u, i 总是同号, 非关联参考方向下 u, i 总为异号。

1.4.2 非线性电阻

还有一些二端元件, 它们的特性也可以用一条伏安特性曲线来表示, 但其伏安特性曲线不是过原点的直线, 这些二端元件称作非线性电阻。常见的半导体二极管就是一种非线性电阻, 其图形符号和伏安特性曲线绘于图 1-16(a) 和图 1-16(b)。

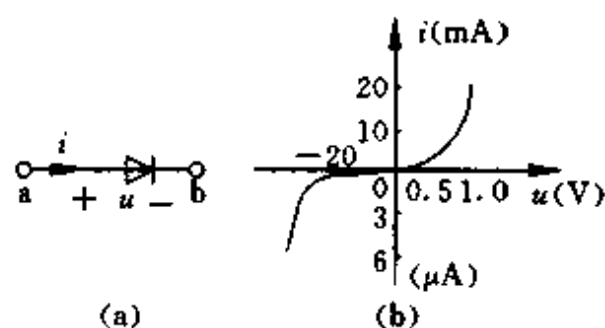


图 1-16 二极管及其特性

由曲线可看出, 二极管的电阻 $R(u/i)$ 不是常数, 它随电压、电流的大小和方向而改变。当 $u > 0$ 时, 随 u 的增大 i 迅速增大; $u < 0$ 时, u 在很大范围内, i 非常小。电子线路中常用二极管的这种单向导电性, 从交变电流中获取单向流动的电流。使用时注意二极管的正、负极, 图 1-16(a) 中 a 为正极, b 为负极。而线性电阻无正负极之分。

本课程主要涉及线性电阻, 今后如不加说明, 电阻一词均指线性电阻元件。

1.4.3 开路和短路

因为电阻的电压和电流符合欧姆定律 $u = Ri$, 一般情况下 u 与 i 同时为 0。现在讲两种 u, i 不同时为 0 的特殊情况。

1.4.3.1 开路和短路的概念

如果一个电阻阻值 $R = 0$, 则流过任意数值的电流、电阻两端电压均为 0, 称该电阻为短路或称该电阻两个端钮间被短路, 示于图 1-17(a)。

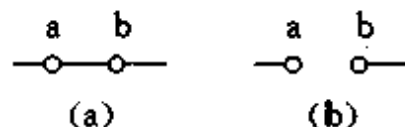


图 1-17 开路和短路

如果一个电阻阻值 $R = \infty$, 则其两端电压为任意数值, 流过电阻的电流均为 0, 称该电阻为开路, 或称该电阻两端被开路, 示于图 1-17(b)。

1.4.3.2 实际电路中的开路和短路

1. 短路

通常我们认为连接导线的电阻为 0 (因其电阻很小), 因此如果用导线把电路中的两点 a, b 直接联接起来, 就称 a, b 间被短路, 这条导线常称为短路线。此时, 可认为 a, b 间电阻和电压均为 0, 流过短路线中的电流, 称为短路电流。开关闭合时可以认为开关两端被短路。

短路可分为有用短路和故障短路。例如,为了保护电流表,在不需测量电流时,用闭合开关把电流表两端短路为有用短路;当导线绝缘破损使电路中不应联接的两点相接触,为故障短路。故障短路会使电路不能正常工作,严重的会造成事故。应尽量避免故障短路的发生。为了和故障短路相区别,有用短路又常称为“短接”。

2. 开路

为使电流流过电路,需要一个闭合路径,闭合路径任何一处断开都会导致电流中断。我们认为断开的两端之间电阻无限大,不论两端电压多大,电流均为0。电路中断开的两点之间为开路。开路又称断路,断开的两点间的电压称为开路电压。

开路分为正常开路和故障开路。例如不需要电路工作时把电源开关打开为正常开路。而灯丝烧断,导线断裂产生的开路为故障开路,它使电路不能正常工作,应及时排除。

〈操作与应用〉元件的联接与电阻、电压和电流测量

〔目的〕

1. 认识各种电阻器,了解电阻器的容差与标称值及其色环表示;
2. 学习按电路图正确联接电路;
3. 学习用万用表测量电阻、电压和电流;
4. 学习使用直流稳压电源。

〔内容〕

1. 用万用表测量不同种类和不同阻值范围的电阻,并将测量结果和标称值比较。
2. 考察图 1-18(a)、(b)所示电路,说明开关 K 闭合和开启时哪些电阻串联,哪些电阻并联,并在实验板上联接电路。
3. 在按图 1-18(b)接好的电路中接入一个电阻 R ,使其不论 K 闭合与否都与 20Ω 电阻串联,接入另一个电阻与 20Ω 电阻并联。

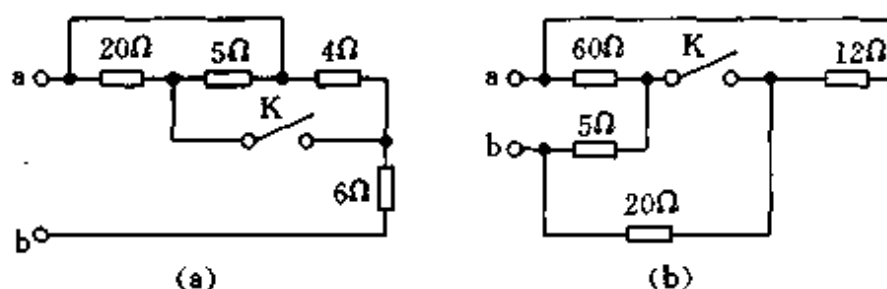


图 1-18 元件联接练习电路

4. 按图 1-19 在实验板上接好电路,用万用表测量电路中各电阻的阻值,测量开关开启和闭合两种情况下,各电阻的电压和电流、开关两端电压和电流及流过电源的电流。稳压电源输出端电压用万用表核准。

根据测得的数据,说明各电压、电流是否满足基尔霍夫定律及电阻串联和并联电压、电流关系。

〔说明〕

1. 首先进行元件串并联识别与联接的操作训练,为以下电路和仪表的正确联接打好基础。
2. 实际电阻允许有一定误差,允许的相对误差称为容差。一般电阻容差分三级,为 $\pm 5\%$ 、 $\pm 10\%$ 和 $\pm 20\%$ 。而精密电阻容差可为 $\pm 1\%$ 、 $\pm 0.1\%$ 、直到 $\pm 0.01\%$ 等等。

实际需要的电阻阻值千差万别,厂商不可能对所有数值的电阻都专门制做。因此对每种容差都建立了一系列标称值,使某一标称值加上容差后的最大值约等于下一个标称值中加上容

差后的最小值。在市场上只能按标称值去购买电阻。容差和标称值常用色环表示,应学会由色标迅速读出电阻的标称值和容差。

3. 测量电阻时要注意

(1) 不可带电测量电阻,即测量电阻时必须断开电源,否则等于用电阻档测量电阻两端电压,会使仪表损坏。

(2) 测量电阻时,必须把与被测电阻并联的其他电路和被测电阻断开,操作者两只手也不得同时触及电阻两端(相当于在被测电阻两端并联上一只人体电阻),否则测得的阻值偏小,在测量高阻值电阻时误差更大。

4. 测量直流电流应特别注意万用表与被测电路的联接,如果欲测图 1-20(a)中元件 B 的电流,应使流过万用表的电流与流过元件 B 的电流相同,为此必须把万用表与元件 B 串联,如图 1-20(b)所示。而绝对不能像图 1-20(c)那样把万用表与元件 B 并联。图 1-20(c)的接法可能会使电路和仪表中产生很大电流以至损坏仪表。把万用表串入电路时应注意电流(实际方向)从红表笔端流入,若表笔接反极易打弯表针。

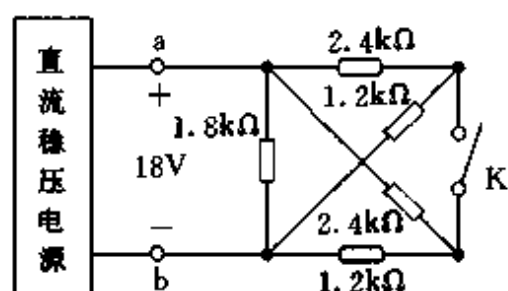


图 1-19 测量电压和电流练习电路

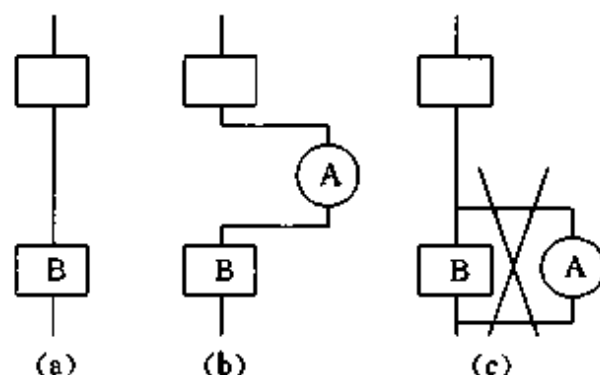


图 1-20 电流表与被测电路的联接示意图

5. 测量前先给各电压电流规定好参考方向,自行画好数据表格,填表时注意实际方向和参考方向是否一致。

1.5 电压源和电流源

1.5.1 电压源

干电池和普通照明电源是最常用的两种电源。尽管手电筒和半导体收音机需要供给的电流大小不一样,新买的干电池不论用在手电筒里,还是用在半导体收音机里,两端电压也都保持 1.5V;供电系统提供的照明电源,不论是接入电灯照明,还是接入电视机等其他用电器电压都保持 220V。不会因为各用电器功率不同而改变电压。干电池和照明电源在规定的工作范围内可以向外提供不同的电流或功率,但电源的电压近似保持不变。

理想电压源(简称电压源)是从这类实际电源抽象出来的一种理想元件。它的定义如下:

一个二端元件接到任一电路后,该元件两端的电压总能保持规定的值 $u_s(t)$,这个二端元件称为电压源。

$u_s(t)$ 是时间的函数,也可以是常数 U_s 。 $u_s(t)$ 为常数的电压源被称为直流电压源。电压源的图形符号绘于图 1-21,其中图(a)为电压源的一般符号。正、负号为电压的参考极性。图(b)只表示直流电压源,长线段表示正极,短线段表示负极。

电压源主要特性如下:

(1) 端电压: 是一个确定的时间函数或常数, 与外部所接电路(外电路)无关, 与流过电压源本身的电流无关。

(2) 电流: 流过电压源的电流是任意的, 其数值不能由电压源本身确定, 而是由外电路决定的。

在时刻 t_1 电压源的伏安特性曲线是平行于 i 轴, 在 u 轴上的截距为 $u_s(t_1)$ 的直线。如图 1-22 所示。由曲线可看出电压源的端电压与电流无关, 电流可取任意值。

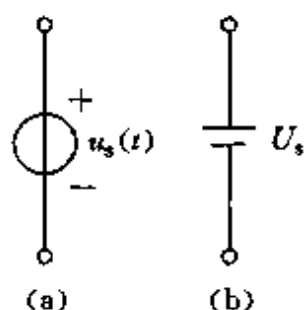


图 1-21 电压源的符号

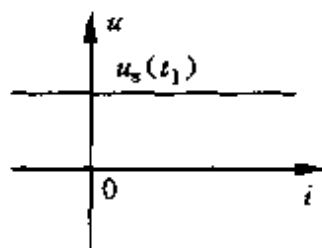


图 1-22 电压源的伏安特性曲线

图 1-23 所示两个电路, 同是一个 3V 电压源, 图(a)中外电路为 1Ω 电阻, 电流为 3A; 图(b)中外电路为 3Ω 电阻, 电流为 1A。可见电压源的电流是由外电路决定的。

当电压源所接电阻 $R = \infty$ 时, 两个端钮间为开路, 电流为 0。

当 R 变小时, 电流将变大。理想电压源可以提供无限大的电流。

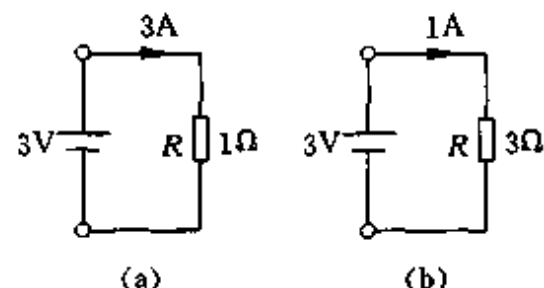


图 1-23 同一电压源接不同电阻

电压源不能短路, 因为理想电压源短路后违背基尔霍夫电压定律。可以用电压源作其模型的实际电源内阻都很小, 短路后将产生很大的电流, 使电源被损坏, 甚至造成事故。

1.5.2 电流源

电压源能向电路提供确定的电压, 而另一些电源能向电路提供一定的电流。如光电池, 在一定条件下, 在一定照度的光线照射时就被激发产生一定值的电流。理想电流源(简称电流源)是从这类实际电源抽象出来的一种理想元件。它的定义是:

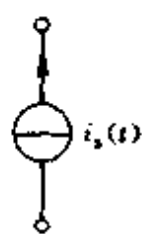


图 1-24 电流源的符号

一个二端元件接到任一电路后, 由该元件流入电路的电流能保持规定值 $i_s(t)$, 这个二端元件称为电流源。 $i_s(t)$ 是时间的函数, 也可以是常数 I_s 。 $i_s(t)$ 是常数 I_s 的电流源称为直流电流源。

电流源的图形符号见图 1-24, 图中箭头表示电流的参考方向。

电流源的主要特性如下:

(1) 电流: 电流源的电流是一个确定的时间函数或常数, 与所接外电路无关, 与电流源两端电压无关。

(2) 电压: 电流源两端电压是任意的, 其数值不能由电流源本身确定, 而是由外电路决定。

在时刻 t_1 , 电流源的伏安特性曲线是平行于 u 轴, 在 i 轴上的截距为 $i_s(t_1)$ 的直线, 如图 1-25 所示。由曲线可看出电流源的端电压与电流无关, 可取任意值。

图 1-26 中, 同是一个 1A 的电流源, 图(a)接电阻 R 为 1Ω 的外电路, 端电压为 1V; 图(b)

接电阻 R 为 3Ω 的外电路,端电压为 $3V$ 。可见电流源的电压是由外电路决定的。当电阻 R 为 0 时,电流源的两个端钮短路, u 等于 0 ,电流仍保持 $1A$ 。 R 越大,端电压 u 也越大。理想电流源可以提供无限大的电压。电流源不允许开路。

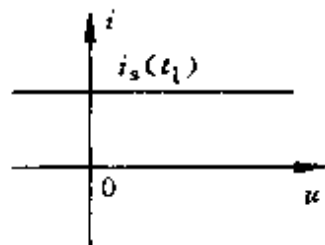


图 1-25 电流源的伏安特性曲线

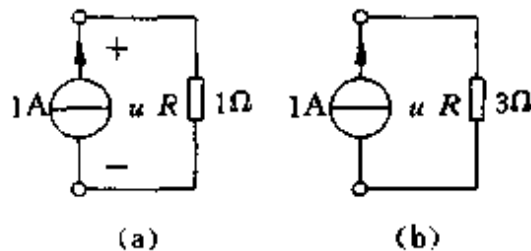


图 1-26 同一个电流源接不同电阻

1.5.3 电压源和电流源的功率

下面用图 1-27 和图 1-28 所示电路说明电压源和电流源的功率。

图 1-27 和图 1-28 所示电路中 $I_s = 1A$, $R = 1\Omega$, $U_s = 2V$ 。电阻、电压源和电流源的功率分别用 P_R 、 P_{U_s} 和 P_{I_s} 表示。

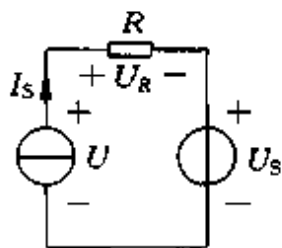


图 1-27 元件功率计算用图(一)

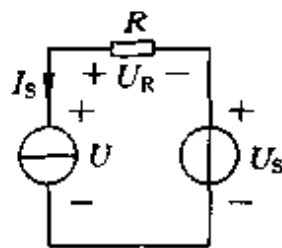


图 1-28 元件功率计算用图(二)

通常用乘积 UI 计算功率,对于图 1-27 所示电路

$$U_R = RI_s = 1 \times 1 = 1V; P_R = U_R I_s = 1 \times 1 = 1W$$

对于图 1-28 所示电路, U_R 和 I_s 为非关联参考方向

$$U_R = -RI_s = -1 \times 1 = -1V; U_R I_s = -1 \times 1 = -1$$

电阻总是消耗能量的,为了使电阻的功率不为负值,可令 $P_R = -U_R I_s = -(-1) \times 1 = 1W$

对于一般元件的功率计算统一作如下规定

$$\text{关联参考方向下用公式} \quad P = UI \quad (1.12)$$

$$\text{非关联参考方向下用公式} \quad P = -UI \quad (1.13)$$

图 1-27 中

$$U_s \text{ 和 } I_s \text{ 为关联参考方向} \quad P_{U_s} = I_s U_s = 1 \times 2 = 2W$$

$$U = U_R + U_s = 1 + 2 = 3V$$

$$U \text{ 和 } I_s \text{ 为非关联参考方向} \quad P_{I_s} = -I_s U = -1 \times 3 = -3W$$

图 1-28 中

$$U_s \text{ 和 } I_s \text{ 为非关联参考方向} \quad P_{U_s} = -U_s I_s = -1 \times 2 = -2W$$

$$U = U_R + U_s = (-1) + 2 = 1V$$

$$U \text{ 和 } I_s \text{ 为关联参考方向} \quad P_{I_s} = U I_s = 1 \times 1 = 1W$$

图 1-27 中 I_s 从 U_s 的正极流向负极,电荷能量减少,减少的电能被电压源吸收转变为其他形式的能量,电压源吸收功率起负载作用, $P_{U_s} > 0$ 。图 1-28 中 I_s 从 U_s 的负极流向正极,电荷能量增加,电压源把其他形式的能量转变为电能,电压源输出功率起电源作用, $P_{U_s} < 0$ 。可见用式(1.12)和(1.13)计算功率,计算结果 $P > 0$,元件吸收功率, $P < 0$,元件输出功率。

图 1-27 中 $P_{\text{is}} = -3\text{W}$, 电流源输出 3W 功率, 图 1-28 中 $P_{\text{is}} = 1\text{W}$, 电流源吸收 1W 功率。

以上两电路中三个元件功率之和均为 0。

就上面计算说明以下几个问题。

(1) 电压源和电流源既可以输出功率也可以吸收功率, 而电阻只能吸收功率。

(2) 由能量守恒原理, 一个完整的电路中, 某些元件释放的能量必然被电路中的其他元件吸收。因此电路中各元件吸收功率的总和一定与输出功率的总和相等, 即整个电路吸收功率的代数和为 0, $\sum p(t) = 0$, 称为功率平衡。

(3) 在图 1-27 和图 1-28 中由于电流方向的改变, U_R 由 1V 变为 -1V , 而电压源两端电压保持 2V 不变, 说明电阻两端电压随电流的大小和方向而改变, 电压源两端电压不随电流变化。

(4) 不论参考方向如何, 电阻的功率均可用 $P = RI^2$ 和 $P = U^2/R$ 计算。

电子线路中, 信号一词常代表带有信息的电压或电流。电压源和电流源经常作为提供一定电压或一定电流的信号源的模型。

电源元件是电路中电能或电信号的提供者, 它“激励”电路工作, 因此常把电压源的电压和电流源的电流称为“激励”, 而电路中其他的电压和电流称为由激励产生的“响应”, 简称“响应”。

1.5.4 电动势

从以上计算中可看到, 电压源输出功率时正电荷从电压源正极流出经外电路流回电压源负极, 在电压源内部正电荷由负极流向正极。由于正电荷在电场力作用下只能从高电位移向低电位, 因此电压源内部正电荷从负极移向正极是非电场力作用的结果。正是这种非电场力不断地把正电荷从负极移到正极才使电压源两端保持一定的电位差。非电场力把单位正电荷从负极移到正极所做的功叫做电动势, 它是单位正电荷从负极移到正极获得的电位能, 电动势用字母 e 或 E 表示。单位也是伏特。

由于电压源的端电压表示单位正电荷从正极移到负极电位能的减少, 而电动势表示单位正电荷由负极移到正极电位能的增加, 显然两者数值上相等。但电压以电位降低为正, 而电动势以电位上升为正。许多电工学的书中用箭头表示电压和电动势的参考方向, 注意电压的参考方向箭头指向假定的低电位端, 而电动势的参考方向箭头指向假定的高电位端。图 1-29 表示了当 $U_{AB} = 5\text{V}$ 时, 在不同参考方向下电压源电压 U_s 和电动势 E 的值。

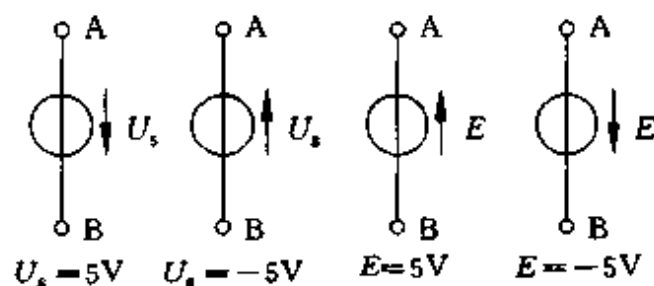


图 1-29 不同参考方向下电压源电压 U_s 和电动势 E

1.5.5 实际电源的模型

从以上分析看出, 理想电压源中非电场力做的功全部转化为电荷的电位能, 电动势 e 等于电压源电压 U_s 。而实际电源中, 非电场力移动电荷的过程中还要受到电源内部的阻力。因此非电场力做的功只有一部分转化为电能输出到外电路, 另一部分则克服电源内部的阻力转变成热能消耗掉。为了表示实际电源的这种特性, 用一个电压源和一个电阻串联电路作为实际电源的模型, 如图 1-30 所示。其中 u_s 和 e 分别为电压源的端电压和电动势, 串联电阻 R_0 称为电源

内阻, u 为实际电源两端的输出电压。它们之间显然有以下关系。

$$u = u_s - R_0 i \quad (1.14)$$

或

$$u = e - R_0 i \quad (1.15)$$

由以上两式可知

1. 实际电源与理想电压源不同, 输出电压 u 与输出电流 i 有关, i 越大, 输出电压 u 越小。

2. u_s (电动势 e) 为电源输出端开路 ($i=0$) 时的输出电压。

3. 当电源输出端短路 ($u=0$) 时, 电流 i 等于 u_s/R_0 (e/R_0)。由于一般 R_0 很小, 短路电流将很大, 可能会烧坏电源。因此一般电源不允许短路。

4. 当 R_0 非常小时, 实际电源可看做理想电压源, 此时 $u \approx u_s$ ($u \approx e$)。

在图 1-30 中规定的参考方向下, 实际电源的伏安特性曲线如图 1-31 所示。从曲线上同样可得出以上结论。

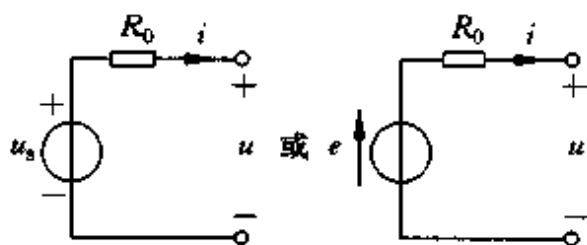


图 1-30 实际电源的电压源模型

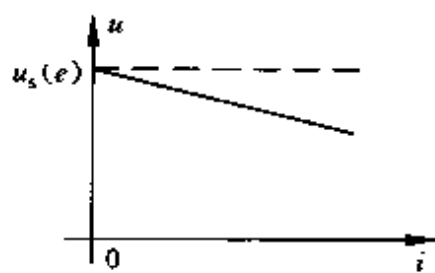


图 1-31 实际电源的伏安特性曲线

实际电源还可以用电流源与电阻并联电路做其模型, 如图 1-32(a) 所示。其伏安关系为

$$i = i_s - \frac{u}{R_0} \quad (1.16)$$

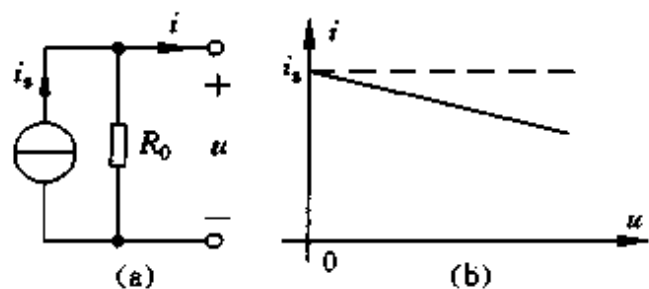


图 1-32 实际电源的电流源模型及其特性曲线

伏安特性曲线如图 1-32(b) 所示。

由伏安特性可知:

1. 实际电源与理想电流源不同, 当输出电压增加时, 输出电流将减小。

2. 当输出电压 $u=0$ (输出端短路) 时, 输出电流 i 等于 i_s 。

3. 电源内阻 R_0 很大时, 实际电源可近似为一个电流源, 此时 $i \approx i_s$ 。

图 1-30 所示电路称为实际电源的电压源模型; 图 1-32(a) 所示电路称为实际电源的电流源模型。同一个实际电源可以用电压源模型表示, 也可以用电流源模型表示。下一章将详细讲述两种模型之间的关系。

1.6 受控源

1.6.1 受控源的引入

图 1-33 表示晶体三极管电路的一部分, 其中 e、b、c 分别为晶体管的发射极、基极和集电极。 R_L 为晶体管 ce 极间的负载电阻, i_e 为发射极电流, i_b 为基极电流, i_c 为集电极电流。在一定条件下晶体管具有以下特性, 集电极电流 i_c 等于 βi_b (β 为常数), 而与负载电阻 R_L 和 u_{ce} 无关。

由于 i_c 与 R_L 和 u_{ce} 无关, 其特性类似电流源, 但 i_c 又随电路中另一支路的电流 i_b 变化或受

i_b 的控制, 这点又与上节讲的电流源大不相同。为了分析具有类似特性的电子器件的电路, 引入新的理想元件——受控源。

1.6.2 四种受控源

由于电压电流关系的不同, 受控源有四种不同形式分别绘于图 1-34。从图中可看出, 受控源含有两条支路, 有两对端钮和外部相联接的元件。一条支路为控制支路, 这条支路或为开路或为短路; 另一条支路为受控支路, 这条支路或为一个电压源或为一个电流源。受控支路的电源受控制支路中开路两端的电压或短路线中电流的控制, 因此叫受控源。而上节讲的电压源的电压和电流源的电流不受电路中任何支路的电压和电流的影响, 因此电压源和电流源叫独立源。与之对应的受控源又称为非独立源。由于独立源和受控源在电路里起着不同作用, 为了加以区别, 前者用圆圈符号表示, 后者用菱形符号表示。图 1-34 中按 (a)~(d) 的顺序称为电压控制电压源 (VCVS), 电流控制电压源 (CCVS), 电压控制电流源 (VCCS) 和电流控制电流源 (CCCS)。其中 μ 为转移电压比, r 为转移电阻, g 为转移电导, α 为转移电流比。 r 和 g 分别具有电阻和电导的量纲, 因为它们表示不同端口 (如果一对端钮, 流入其中一个端钮的电流总等于流出另一端钮的电流, 这对端钮称为一个端口) 的电压和电流之间的关系, 因此都加“转移”予以描述。

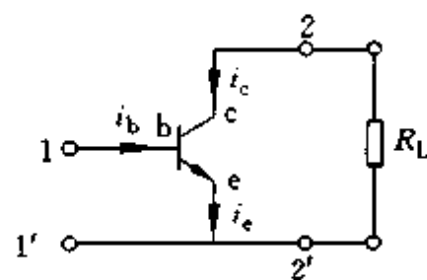


图 1-33 晶体管电路

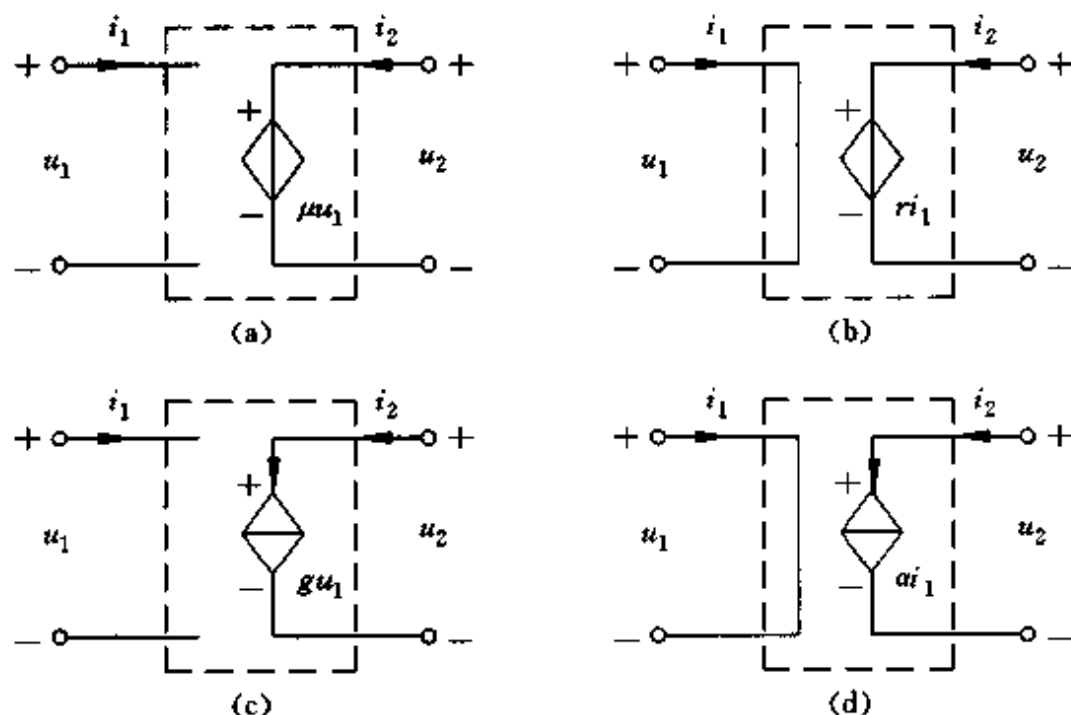


图 1-34 受控源

图 1-34 中的每个受控源均由两个方程来表示其特征。

方程式如下:

$$\text{VCVS} \quad i_1 = 0 \quad u_2 = \mu u_1 \quad (1.17)$$

$$\text{CCVS} \quad u_1 = 0 \quad u_2 = r i_1 \quad (1.18)$$

$$\text{VCCS} \quad i_1 = 0 \quad i_2 = g u_1 \quad (1.19)$$

$$\text{CCCS} \quad u_1 = 0 \quad i_2 = \alpha i_1 \quad (1.20)$$

当 μ, r, g, α 为常数时, 这些方程都是线性方程, 此种受控源为线性受控源。

按图 1-34 所规定的参考方向, 受控源吸收功率为:

$$p(t) = u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t)$$

由于 u_1 和 i_1 必有一个为 0, 所以 $p(t) = u_2(t)i_2(t)$

即受控源的功率可以只由受控支路来计算。

1.6.3 举例与说明

举例说明受控源的特性:

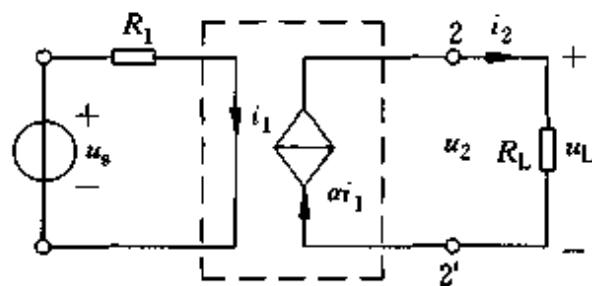


图 1-35 例 1.8

例 1.8 求图 1-35 电路中的 u_L 和受控源的功率。

解: 由电路可知:

$$i_1 = \frac{u_s}{R_1}$$

$$i_2 = \alpha i_1$$

$$u_L = u_2 = i_2 R_L = \alpha i_1 R_L = \alpha \frac{R_L}{R_1} u_s$$

$$p = -u_2 i_2 = -\alpha \frac{R_L}{R_1} u_s \cdot \alpha \frac{u_s}{R_1} = -\left(\alpha \frac{u_s}{R_1}\right)^2 R_L < 0$$

由此例可知:

(1) 受控源在 2—2' 端表现为电流源的作用, 提供一定的电流 αi_1 , 但如果电路中没有独立源 u_s , 则 i_1 为 0, 受控源提供的电流不复存在。受控源不能独立地作为电路的激励, 而只是表示电路中某两个支路电压、电流之间的相互依存的关系; 不表示外部供给电路的能源或信号源, 这点与独立源有本质的区别。

(2) 例中当 $\alpha > \frac{R_1}{R_L}$ 时 u_L 大于 u_s , 可见受控源的存在, 使电路有了放大作用。

(3) 本例中受控源吸收功率小于 0, 说明受控源可以输出功率。

例 1.9 求图 1-36(a) 所示电路中的 u_s 及各元件功率。

解: 为了简便, 我们常把图 1-36(a) 改画为图(b)。图(b)中受控源的两条支路没有在虚线框内画在一起。图(b)比图(a)更能简洁明了地表示电路中的各种关系。

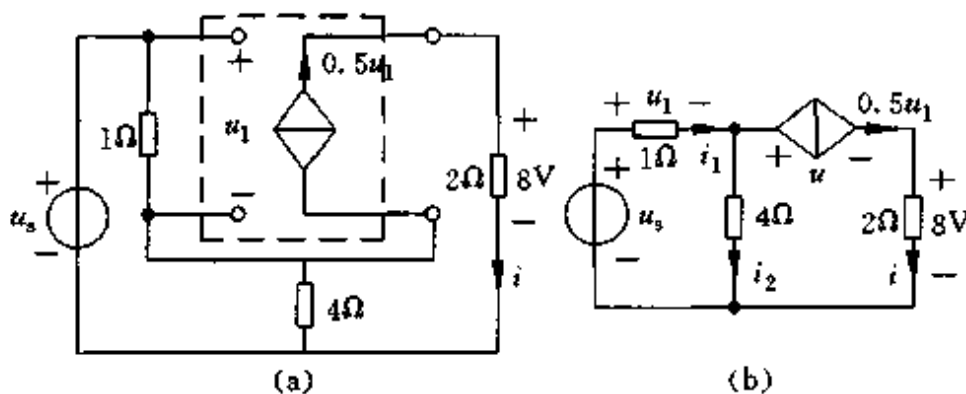


图 1-36 例 1.9

注意电路中受控源是电压控制电流源, $0.5u_1$ 是电流 i 而不是电压。由欧姆定律可知:

$$i = \frac{8}{2} = 4A \quad \text{即} \quad 0.5u_1 = 4A$$

得到

$$u_1 = 8V; i_1 = 8A$$

由 KCL:

$$i_2 = i_1 - i = 8 - 4 = 4A$$

由 KVL:

$$u_s = u_1 + 4i_2 = 8 + 4 \times 4 = 24V$$

$$u = 4i_2 - 8 = 4 \times 4 - 8 = 8V$$

受控源的功率:

$$p = ui = 8 \times 4 = 32W$$

各电阻功率:

$$p_{1\Omega} = 1 \times i_1^2 = 1 \times 8^2 = 64W$$

$$p_{2\Omega} = 2 \times i^2 = 2 \times 4^2 = 32W$$

$$p_{4\Omega} = 4 \times i_2^2 = 4 \times 4^2 = 64\text{W}$$

$$\text{独立源功率: } p_{us} = -u_1 i_1 = -24 \times 8 = -192\text{W}$$

本例中受控源吸收功率。独立源提供的功率等于受控源和各电阻吸收功率的总和。含受控源电路仍满足功率平衡。

由电阻元件、独立源和受控源构成的电路称为电阻性电路。如果独立源为直流源,电阻和受控源是线性的,则称为直流线性电阻电路。这种电路是最基本的一类电路,它应用广泛,其分析方法是分析其他类型电路的基础。本书前2章主要研究直流线性电阻电路的分析方法。

1.7 电器设备的额定值

1.7.1 什么是额定值

实际的电路元件和电器设备所能承受的电压和电流有一定限度,其工作电压、电流、功率都有一个规定的、正常使用的数值,这一数值称为设备的额定值。设备在额定值下运行称为额定工作状态。

1.7.2 根据额定值正确选择、使用实际元件和设备

电灯等电热器具一般都给出额定电压 U_N 和额定功率 P_N 。通常,根据照明要求选定电灯的额定功率,只有工作电压与额定电压相符时,才能达到额定功率正常发光。当工作电压高于额定电压时,会使灯丝烧坏,而工作电压低于额定电压时则达不到额定功率而使灯光暗淡。

对于电阻元件除给出额定阻值(标称值)之外还给出额定功率(电阻的瓦数)。使用电阻元件时除了提出所需电阻值外,还应根据流过该电阻的电流大小确定电阻的功率值。选择电阻功率过小可能使电阻在流过正常大小电流时被烧坏;功率过大,不但造成浪费而且因大功率电阻体积大而过多占用空间。一般所选电阻瓦数约大于实际负载功率的1倍,如电阻实际负载功率为 $1/4\text{W}$,可选 $1/2\text{W}$ 电阻;负载功率为 3W 左右可选用 5W 电阻。电阻额定功率也有系列化标称值,通常有 $1/8$ 、 $1/4$ 、 $1/2$ 、 1 、 2 、 5 、 10 、 25W 等。

1.8 电阻的串联分压与并联分流

电阻的串联电路有分压作用,电阻的并联电路有分流作用,它们的分压分流特性可以用分压公式和分流公式表示。用于分压的电阻串联电路和用于分流的电阻并联电路分别称为分压电路和分流电路。本节首先导出分压、分流公式,然后举几个分压、分流电路的例子。

1.8.1 串联电阻的分压公式

图1-37中3个电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 串联构成一条支路。支路两端的电压 U 和各电阻的电压 U_1 、 U_2 、 U_3 的参考极性已在图中标出,参考极性与电流 I 均为关联参考方向。

由KVL和欧姆定律有:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3 = (R_1 + R_2 + R_3)I$$

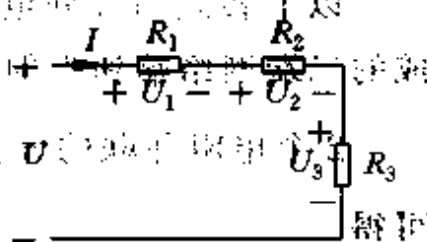


图1-37 电阻串联电路

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$U_1 = R_1 I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} U \quad [1.21(a)]$$

$$U_2 = R_2 I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} U \quad [1.21(b)]$$

$$U_3 = R_3 I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} R_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} U \quad [1.21(c)]$$

以上两式不难推广到 n 个电阻串联的情况,电压、电流的参考方向如图 1-37 所示情况下, n 个电阻串联时第 k 个电阻上的电压为:

$$U_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} U \quad (1.22)$$

以上各式为串联电阻的分压公式,它说明各串联电阻的电压之和等于串联电阻支路端钮上的电压,每个电阻分得的电压与各个电阻的阻值大小成正比。

1.8.2 并联电阻的分流公式

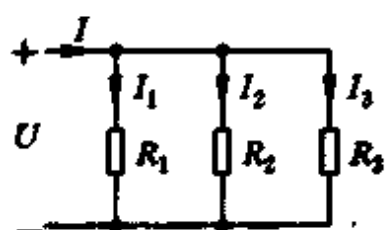


图 1-38 电阻并联电路

图 1-38 中,3 个电阻 R_1, R_2, R_3 并联构成 1 个二端网络。二端网络端钮上的电流和各电阻电流的参考方向如图中所示,均与端钮上的电压 U 为关联参考方向。各电阻用其电导 G 来表示。令

$$G_1 = \frac{1}{R_1} \quad G_2 = \frac{1}{R_2} \quad G_3 = \frac{1}{R_3}$$

由 KCL 和欧姆定律有:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = G_1 U + G_2 U + G_3 U = (G_1 + G_2 + G_3) U$$

$$U = \frac{I}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$I_1 = G_1 U = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} I \quad [1.23(a)]$$

$$I_2 = G_2 U = \frac{G_2}{G_1 + G_2 + G_3} I \quad [1.23(b)]$$

$$I_3 = G_3 U = \frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3} I \quad [1.23(c)]$$

上式不难推广到 n 个电阻并联的情况,电压电流的参考方向如图 1-38 所示, n 个电阻并联时,流过第 k 个电阻的电流 I_k 为:

$$I_k = \frac{G_k}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} I \quad (1.24)$$

以上各式为并联电阻的分流公式,说明流过各并联电阻的电流之和为流过由并联电阻构成的二端网络端钮上的电流,每个电阻分得的电流与各电阻的电导数值大小成正比。

2 个电阻并联的分流公式常用电阻来表示,在式(1.24)中,当 $n=2$ 时代入 $G_1 = \frac{1}{R_1}, G_2 = \frac{1}{R_2}$ 可得

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad [1.25(a)]$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \quad [1.25(b)]$$

说明各电阻分得的电流与电阻成反比。

1.8.3 分压、分流电路举例

1.8.3.1 固定分压电路

图 1-39 是晶体管的直流偏置电路,设计电路时使 $I_B \ll I_2$, 若 $R_{B1} = 20k\Omega$, $R_{B2} = 10k\Omega$, $U_c = 12V$, 试求晶体管的基极 b 与 d 之间电压 U_{bd} 。

解: $\because I_2 \gg I_B \quad \therefore I_2 \approx I_1$

R_{B1} 和 R_{B2} 可看做串联

利用分压公式得:

$$U_{bd} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} U_c = \frac{10}{20 + 10} \times 12 = 4V$$

本例说明利用串联电阻的分压作用,可以用一个电源代替多个电源,使电路各部分得到适当的电压。

图 1-39 电路中 R_{B1} , R_{B2} 串联分压使 b、d 两端获得固定的 4V 电压。有时我们需要一个固定电压,有时还需要可变电压,这时就要用到可调分压电路。

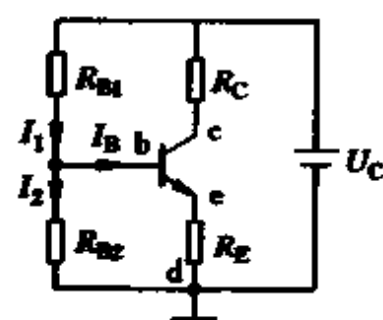


图 1-39 晶体管的直流偏置电路

1.8.3.2 可调分压电路

图 1-40 为一多挡输出的步进分压电路,转换开关拨到不同的挡位可输出不同的电压,例如开关拨到 2 挡时输出电压 U_o 为

$$U_o = \frac{R_2 + R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} U_i$$

电子线路中常用电位器构成连续可调分压电路。电位器是具有滑动触端的三端电阻器,图 1-41 所示电位器两固定端点 ab 之间的电阻 R 可看做滑动触点上半部电阻 R_1 和下半部电阻 R_2 串联而成。输出电压 U_o 为 R_1 和 R_2 串联电路在 R_2 上的分压。

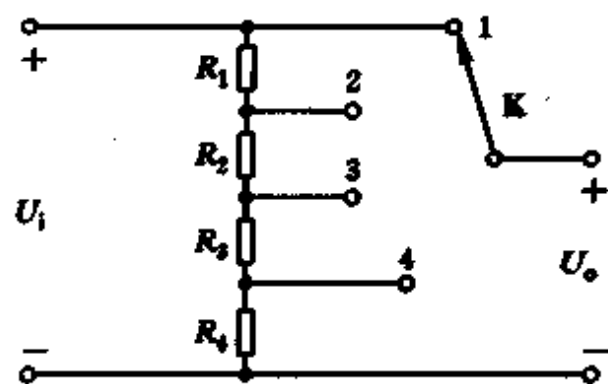


图 1-40 步进分压电路

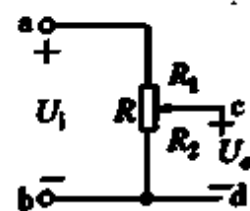


图 1-41 连续可调分压电路

$$U_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_i$$

当滑动点在 R 上滑动时输出电压 U_o 随 R_2 成正比的变化。可见电位器是利用串联电阻的分压原理取出信号电压 U_i 的一部分作为输出电压 U_o 。输出电压的大小随滑动触点的移动而连续变化,因此普遍用于电器设备中各种物理量的调节,如收音机的音量调节等等。

1.8.3.3 电流表的分流电阻

万用表的表头是一个只能通过微小电流的直流电流表,用它来测量大电流时就要用到电阻并联的分流电路。表头通常用满度电流和内阻两个参数来表征。满度电流是指针指示最大读数时流过表头的电流,即表头允许通过的最大电流,一般在几百微安以下,流过表头的电流超过这个值就会烧坏表头。内阻为表头本身的电阻,电流流过表头时会有电压降。满度电流和内阻常用 I_g 和 R_g 表示。下面举例说明如何用并联电阻的分流作用扩大表头的测量范围。

例 1.10 现有一表头,其 $I_g=100\mu\text{A}$, $R_g=2\text{k}\Omega$,欲用该表头构成一个量程为 $500\mu\text{A}$ 的电流表,如何实现?

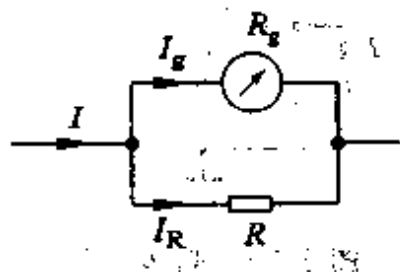


图 1-42 电流表的分流电路

解: 由于表头最大只能通过 $100\mu\text{A}$ 电流,因此在表头两端并联一电阻 R 使得测量 $500\mu\text{A}$ 电流时,其中 $400\mu\text{A}$ 流过 R ,只有 $100\mu\text{A}$ 流过表头,如图 1-42 所示。那么应并联多大电阻呢? 利用分流公式可得

$$I_g = \frac{R}{R + R_g} I \quad I_R = \frac{R_g}{R + R_g} I$$

其中: I 为总电流,即量程 $I=500\mu\text{A}$; $I_R=400\mu\text{A}$ 。代入公式可得

$$R = \frac{R_g I - R_g I_g}{I - I_g} = \frac{2 \times 500 - 2 \times 100}{500 - 100} = 0.5\text{k}\Omega = 500\Omega$$

可见利用并联电阻 R 的分流作用使量程由 $100\mu\text{A}$ 扩大到 $500\mu\text{A}$, R 称为分流电阻。

1.8.4 分压分流公式与参考方向

电阻阻值单位 Ω 1.8.4

应用分压公式和分流公式时要注意参考方向

图 1-43 中,图(a)有 $U_2 = \frac{2}{2+3} \times 10 = 4\text{V}$

图(b)则有

$$U_2 = -\frac{2}{2+3} \times 10 = -4\text{V}$$

图 1-44 中,图(a)有

$$I_2 = \frac{3}{3+6} \times 9 = 3\text{A}$$

而图(b)则有

$$I_2 = -\frac{3}{3+6} \times 9 = -3\text{A}$$

例 1.11 求图 1-45 中电流 I_L 。

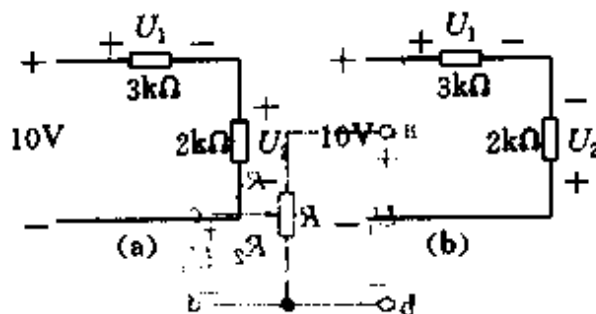


图 1-43 分压电路的参考方向

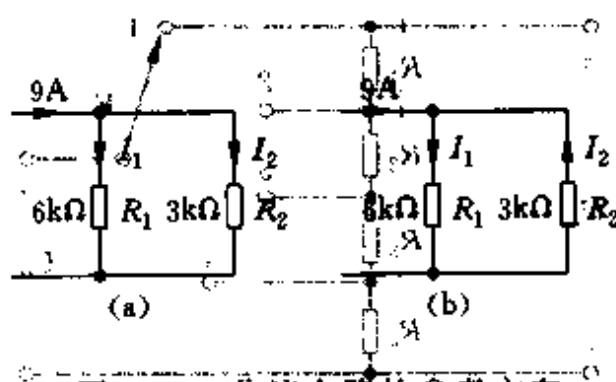


图 1-44 分流电路的参考方向

$$\text{解 } I_1 = \frac{U_1}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_1 + R_2}$$

代入数据可得 $I_1 = \frac{4}{3+2} = 0.8\text{A}$, $I_2 = \frac{-4}{3+2} = -0.8\text{A}$

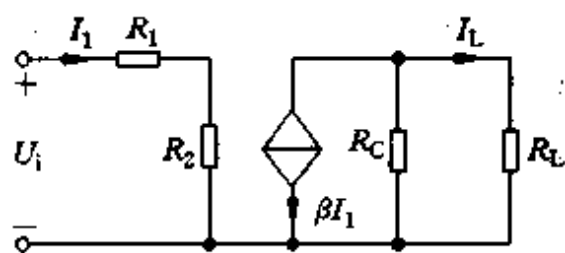


图 1-45 例 1.11

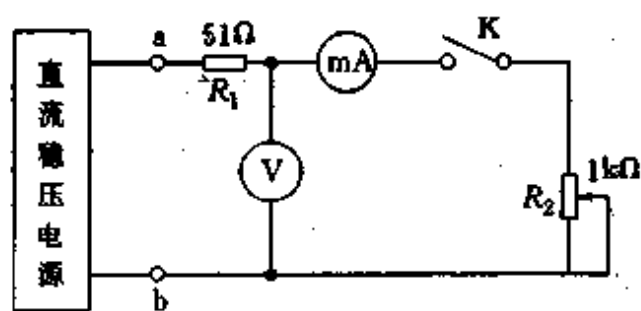


图 1-46 测电源伏安特性电路

〈操作与应用〉 伏安特性的测量

[目的]

1. 学习测量元件和电路的伏安特性;
2. 了解电压表和电流表的连接方式对测量结果的影响。

[内容]

1. 测定电源的伏安特性

参考电路如图 1-46 所示,其中 51Ω 电阻和直流稳压电源组成一个实际电源的电压源模型。 R_2 为 $1k\Omega$ 可变电阻器。直流稳压电源输出为 $10V$ 。

分别测定并画出直流稳压电源的伏安特性曲线和串有 51Ω 电阻的电压源模型的伏安特性曲线,把两条曲线加以比较说明。

2. 测绘二极管的正向特性曲线和反向特性曲线

二极管是非线性电阻元件,正向电阻很小,反向电阻很大。测二极管伏安特性时,对于正向特性(接正向电压时的特性)和反向特性,电压表和电流表要用不同的接法,参考电路如图 1-47(a)(b)所示。图中 R 为可变电阻器用以调节电压, r 为限流电阻,可以保护二极管。由测量结果具体说明正、反向特性为什么要用不同的测量电路。

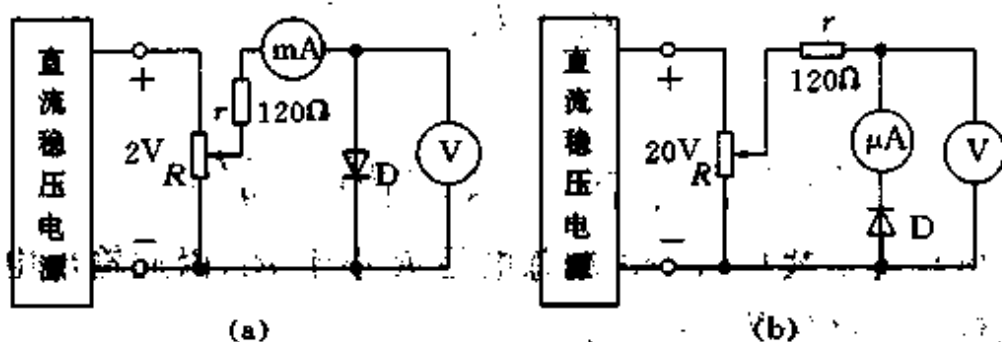


图 1-47 测二极管伏安特性电路

[说明]

测量元件的伏安特性时,常需要同时测量元件的电压和电流。电压表和电流表的连接方式可能对测量结果有影响,连接不当可能会造成较大误差。

测量元件伏安特性时,电压表和电流表的连接有两种不同方式。如图 1-48 所示,电压表上端或接 A,或接 B。

当接 A 点时,电流表读数为流过电阻 R 的电流,电压表的读数,不但含有电阻两端电压还含有电流表两端电压,读数较实际值高,根据分压公式,只有电流表内阻 $R_A \ll R$ 时,电流表两端的分压很小,可以忽略不计,电压表读数才是电阻两端的电压 U 值。

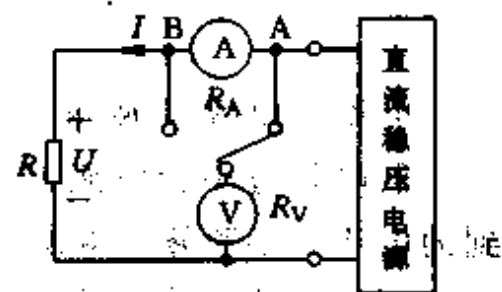


图 1-48 电压表和电流表两种连接方式

当接 B 点时,电压表读数为电阻 R 两端电压,但电流表读数不但含有流过电阻的电流,还含有流过电压表的电流,读数较实际值高,根据分流公式,只有电压表内阻 $R_v \gg R$ 时,电压表分流很小,可以忽略不计,电流表读数才是流过电阻的电流 I 值。

因此,当 $R_A \ll R$ 时,电压表应接 A;当 $R_v \gg R$ 时电压表应接 B。两个条件均满足可接 A、B 任意一点。

实际测量中,若事前无法知道是否满足以上两个条件,可用实验方法确定。测量时可分别在 A、B 两点试一试;两种接法电压表读数差别很小可接 A 点;两种接法电流表读数差别很小可接 B 点。两种接法,两个表读数均无太大差别,则接 A,接 B 均可。

1.9 电阻混联电路

既有电阻串联又有电阻并联的电路为电阻混联电路。本节举例说明如何用分压公式和分流公式分析计算电阻混联电路。

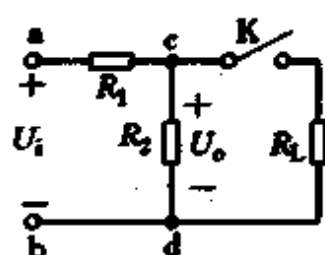


图 1-49 例 1.12

最简单的混联电路是带有负载的分压电路,举例如下:

例 1.12 图 1-49 所示电路中 $R_1=8k\Omega$, $R_2=2k\Omega$, $R_3=2k\Omega$, 求开关 K 开启和闭合时的输出电压 U_o 。

解:当开关 K 开启时, R_1 与 R_2 串联构成一个空载分压器。由分压公式可得:

$$U_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 = \frac{2}{8 + 2} U_1 = \frac{1}{5} U_1$$

当开关 K 闭合时输出端与负载 R_3 相联接, R_2 和 R_3 并联在 cd 两端,设其并联后 cd 两端总电阻为 R 。

$$R = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 1k\Omega$$

由分压公式:

$$U_o = \frac{R}{R_1 + R} U_1 = \frac{1}{8 + 1} U_1 = \frac{1}{9} U_1$$

由于分压电路输出端接负载后,使 cd 端总电阻 R 小于 R_2 ,因此输出电压减小。要使接负载前后输出电压变化较小就必须使 $R \approx R_2$ 。

由并联电阻公式:

$$R = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_2}{\frac{R_2}{R_3} + 1}$$

可见应使 $R_2 \ll R_3$ 才有 $R \approx R_2$ 。

但电阻过小会使流过 R_1 、 R_2 的电流很大,消耗较多功率,因此设计分压电路时,从电源得到的电流大小和输出端所接负载的大小是必须考虑的两个因素。

万用表的直流电压挡和直流电流挡实际上就是多量程的电压表和电流表。其电路是典型的电阻串,并联和电阻混联。现在学习如何分析和设计多量程电压表和电流表电路。

举例如下:

例 1.13 图 1-50 为 500 型万用表的直流电流表部分。其中表头满度电流 $I_g=40\mu A$,表头内阻 $R_g=3.75k\Omega$ 。各挡量程为 $I_1=500mA$, $I_2=100mA$, $I_3=10mA$, $I_4=1mA$, $I_5=250\mu A$, $I_6=$

50 μ A。求各分流电阻值。

图 1-50 中各分流电阻串联后再与表头并联,在每两个分流电阻器之间,各接出一个抽头可与被测电路相接。从图中可看出,当使用最小量程 $I_6=50\mu\text{A}$ 时,全部分流电阻串联起来与表头并联,可首先算出串联支路的总电阻 $R_s=R_1+R_2+R_3+R_4+R_5+R_6$ 之值

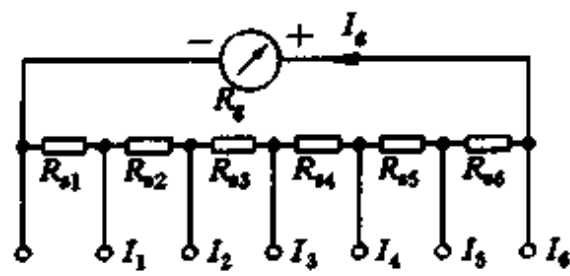


图 1-50 例 1.13

$$R_s = \frac{R_g I_g}{I_6 - I_g} = \frac{3.75 \times 40}{50 - 40} = 15\text{k}\Omega$$

当使用量程 $I_1=500\text{mA}$ 挡时,除 R_1 以外的分流电阻与表头一起串联之后,再与 R_1 并联,由分流公式

$$I_g = \frac{R_1}{[(R_s - R_1) + R_g] + R_1} I_1 = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_s + R_g}$$

可得

$$R_1 = \frac{I_g (R_s + R_g)}{I_1} = \frac{40(15 + 3.75)}{500} = 1.5\Omega$$

当使用量程 $I_2=100\text{mA}$ 时,除 R_1+R_2 以外的分流电阻与表头串联之后,再与 R_1+R_2 并联,可得出

$$R_2 = \frac{I_g (R_s + R_g)}{I_2} - R_1 = \frac{40(15 + 3.75)}{100} - 1.5 = 6\Omega$$

$$\text{同理可求出 } R_3 = \frac{I_g (R_s + R_g)}{I_3} - (R_1 + R_2) = \frac{40(15 + 3.75)}{10} - 7.5 = 67.5\Omega$$

$$R_4 = \frac{I_g (R_s + R_g)}{I_4} - (R_1 + R_2 + R_3) = \frac{40(15 + 3.75)}{1} - 75 = 675\Omega$$

$$R_5 = \frac{I_g (R_s + R_g)}{I_5} - (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = \frac{40(15 + 3.75)}{0.25} - 750 = 2250\Omega$$

最后得出

$$R_6 = R_s - (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5) = 12\text{k}\Omega$$

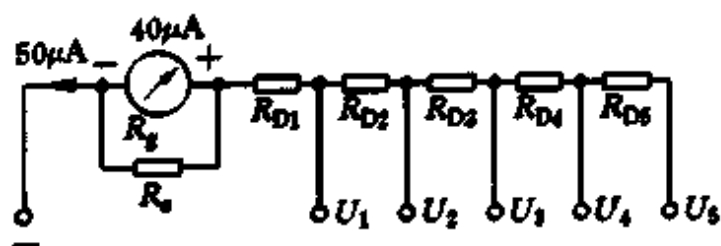


图 1-51 例 1.14

例 1.14 图 1-51 为 500 型万用表的直流电压部分。图中表头满度电流 $I_g=40\mu\text{A}$, 表头内阻 $R_g=3.75\text{k}\Omega$, R_s 为直流电流挡分流电阻串联总电阻, $R_s=15\text{k}\Omega$, 表头与 R_s 并联, 电路流过的最大电流为 $50\mu\text{A}$, R_s 与 R_g 并联总电阻为 $3\text{k}\Omega$, 可把 R_s 和表头并联看做一个满度电流 $I_g=50\mu\text{A}$, 内阻

$R_g=3\text{k}\Omega$ 的表头。

电压表有 5 个量程, $U_1=2.5\text{V}$, $U_2=10\text{V}$, $U_3=50\text{V}$, $U_4=250\text{V}$, $U_5=500\text{V}$ 。下面求各分压电阻。

表头两端电压 $U_g=R_g I_g$, R_{D1} 两端电压为 U_1-U_g , 流过 R_{D1} 的电流为 I_g , 故(注意以下各式中电流单位为 mA)

$$R_{D1} = \frac{U_1 - R_g I_g}{I_g} = \frac{2.5 - 3 \times 50 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-3}} = 47\text{k}\Omega$$

$$\text{同理可得: } R_{D2} = \frac{U_2 - U_1}{I_g} = \frac{10 - 2.5}{50 \times 10^{-3}} = 150\text{k}\Omega$$

$$R_{D3} = \frac{U_3 - U_2}{I_g} = \frac{50 - 10}{50 \times 10^{-3}} = 800\text{k}\Omega$$

$$R_{D4} = \frac{U_4 - U_3}{I_g} = \frac{250 - 50}{50 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^3\text{k}\Omega = 4\text{M}\Omega$$

$$R_{D5} = \frac{U_5 - U_4}{I_g} = \frac{500 - 250}{50 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^3\text{k}\Omega = 5\text{M}\Omega$$

本例中电压表相当于一个 $50\mu\text{A}$ 的表头与分压电阻串联,电压量程每增加 1V ,电阻就得增加 $20\text{k}\Omega$,我们说该电压表灵敏度为每伏 $20\text{k}\Omega$,通常记作“ $20000\Omega/\text{V}$ ”。量程为 10V 的挡,表头内阻及分压电阻总和为 $20000\Omega/\text{V} \times 10 = 200\text{k}\Omega$,叫做 10V 电压挡的内阻。可见当把电压表并接在电路里测电压时,相当把一个与电压表内阻数值相同的电阻并接在电路中,内阻越小测量误差越大。

1.10 电位的计算

1.10.1 电位的概念

图 1-52 所示电路中,我们选节点 d 为参考点,标以符号“ $\perp$ ”表示。 a, b, c 各节点对参考点 d 的电压降 U_{ad}, U_{bd}, U_{cd} 称为 a, b, c 三点的电位。由于 U_{ad}, U_{bd}, U_{cd} 是 a, b, c 各点对同一参考点 d 的电压降,故省去第二个下标,记作 U_a, U_b, U_c 。参考点的电位为 0 。参考点又叫零电位点。电位的单位也是伏特。 a 点的电位 U_a 有时也称为 a 点电压。

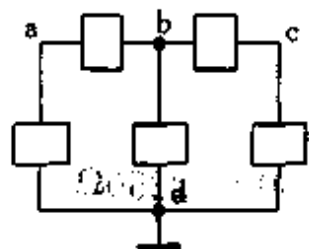


图 1-52 参考点与电位

电路中的参考点可以任意选取,参考点一旦选定,各节点电位的计算都要以选定的参考点为准。对于不同的参考点各点电位数值也将不同;但任意两点间电压不会因参考点不同而改变。工程上常选大地为参考点。电子线路中常选一条特定的公共线作为参考点,这条公共线是许多元件的汇聚处,并与机壳相联,也称为“地线”。在检修电子线路时,常测量各点对“地”的电位,视其是否为正常值,确定电路的故障。

1.10.2 电位的计算

例 1.15 如图 1-53 所示电路,求开关 K 开启和闭合时各点电位。
解:对图(a), K 开启,电路中电流为 0 ,因此电阻两端电压为 0V 。得 $U_a = U_b = 10\text{V}$; $U_c = U_d = 0\text{V}$ 。
对图(b), K 闭合,电路中电流为 0 ,电阻两端电压为 0V 。得 $U_a = U_b = 0\text{V}$; $U_c = U_d = -10\text{V}$ 。

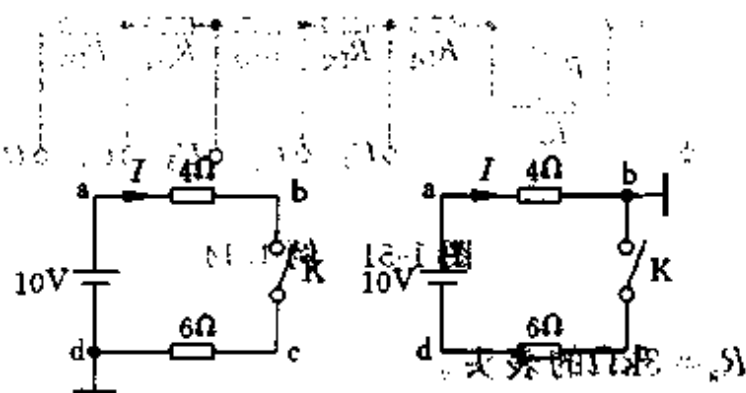


图 1-53 例 1.15

K 闭合: 仍有 $4I+6I-10=0$

$$I=1\text{A}$$

$$U_a=U_{ab}=4I=4\times 1=4\text{V}; \quad U_b=U_c=0\text{V}; \quad U_d=U_{db}=U_{dc}=-6\times 1=-6\text{V}$$

由本例很容易验证参考点不同, 各节点电位数值不同, 但任意两点间电压保持不变。

1.10.3 电子线路的习惯画法

电子线路中常把图 1-54(a) 中的电路画成 1-54(b) 的形式。图 (b) 中没有画出独立源而是在节点 a 和节点 c 标出 a 点和 c 点的电位。图 1-55 为一些电路在电子电路中的常见画法。

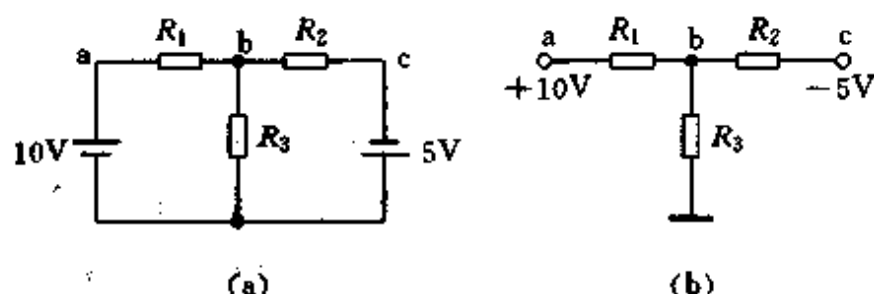


图 1-54 电子线路的习惯画法

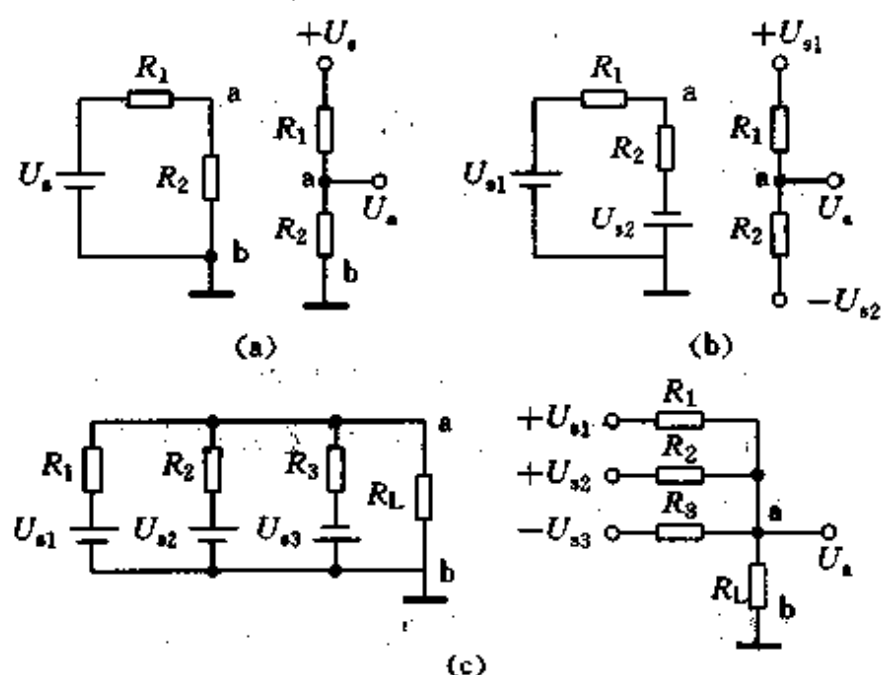


图 1-55 一些电路在电子电路中的画法

例 1.16 已知图 1-56(a) 中 $U_{s1}=12\text{V}$, $U_{s2}=10\text{V}$, $R_1=R_2=1\text{k}\Omega$, 求 U_c 和 U_{cb} 。

解: 看图 1-56(a) 不习惯, 可把电路改画为图 1-56(b)。图 (b) 中 g 为参考点。设电流参考方向如图 (b) 所示。以电流方向为绕行方向列出 KVL 方程:

$$R_1 I + R_2 I - U_{s1} + U_{s2} = 0$$

$$\text{解得: } I = \frac{U_{s1} - U_{s2}}{R_1 + R_2} = \frac{12 - 10}{1 + 1} = 1\text{mA}$$

注意电压单位为 V, 电阻单位为 $\text{k}\Omega$ 时, 计算得电流单位为 mA。

$$U_c = U_{cg} = R_2 I - U_{s2} = 11 \times 1 - 10 = 1\text{V}$$

$$\text{或 } U_c = U_{cg} = -R_1 I + U_{s1} = -11 \times 1 + 12 = 1\text{V}$$

$$U_{cb} = R_2 I = 11 \times 1 = 11\text{V}$$

本例可直接由图 (a) 计算, 假设电流 I 由 a 经 c 点流向 b。则有

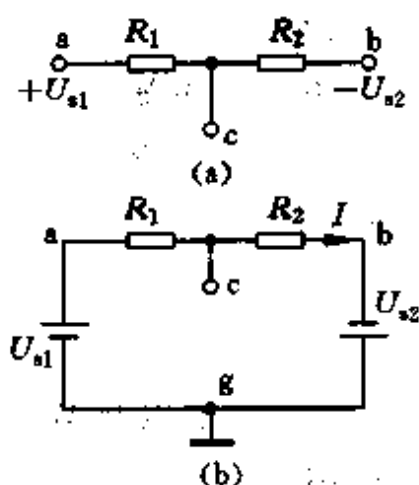


图 1-56 例 1.16

$$U_{ab} = U_a - U_b = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$$

得:

$$I = \frac{U_a - U_b}{R_1 + R_2} = \frac{12 - (-10)}{1 + 1} = \frac{22}{2} = 11 \text{mA}$$

$$U_{ab} = R_2 I = 1 \times 11 = 11 \text{V}$$

$$U_c = U_{ab} + U_b = 11 + (-10) = 1 \text{V}.$$

〈操作与应用〉简单电路的故障检查

〔目的〕

学习简单电路的故障检查。

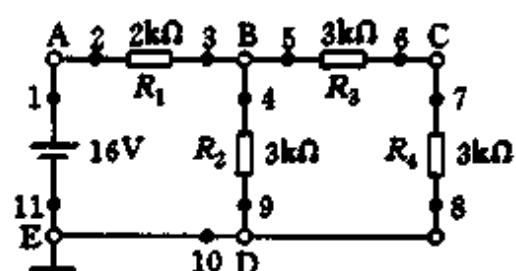


图 1-57 一个简单电路

〔内容〕

按图 1-57 连接的电路有开路,短路,电源电压或电阻阻值与图中标注不符等故障。将故障查出并排除,写出检查报告说明故障现象,检查方法与步骤,故障分析及排除方法。

〔说明〕

1. 开路或短路故障的检查

(1) 开路故障

造成开路故障的常见原因有:①电阻器或其他元器件烧坏;②联接处接线松动;③焊接接点质量差;④开关等触头接触不良;⑤导线断裂。

检查开路故障方法介绍如下:

①观察法

首先用肉眼察看灯丝是否烧断,电阻等元器件有无烧焦的痕迹,有无脱落的线头和松动的接头等,在检查接头是否松动时,可用镊子轻轻拉动和接头相连的导线看联接是否牢固。总之通过仔细观察电路往往可发现故障所在。

②电阻测量法

将电路断开电源,用欧姆表测量各电阻元件的电阻,看是否与标称值相符,若测得电阻阻值非常大或为“∞”,说明电阻已坏或开路,应更换电阻或检查开路原因并修复。

用欧姆表测量每根导线(或接头)两端电阻应为“0”Ω,若测得电阻值不稳定或很大,甚至“∞”,说明导线可能断裂(或接头松动),找出断裂处,接好或更换新导线。

③电压测量法

若一串联支路中发生开路故障,则整条支路中电流为 0,因此各无故障电阻器两端电压降为 0,而断开的电阻或导线两端电压为整个支路的电压。如图 1-58 所示,由于 bc 间开路,支路电流 $I=0$,所以 $U_{ab}=R_1 I=0$, $U_{cd}=R_2 I=0$, $U_{bc}=U_s$ 。因此,已知支路中有开路故障情况下可用电压表测量各电阻和导线两端电压,测得两端电压数值等于支路电压的电阻或导线可能断裂或开路,如图 1-59 所示。

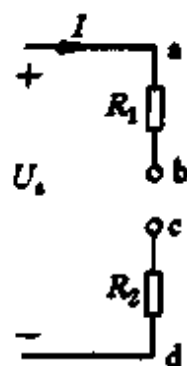


图 1-58 bc 间开路时的电压

(2) 短路故障

只要电路(或电路的一部分)的电阻从其正常值降到非常低甚至 0,就出现短路。产生短路的原因常有:①电阻两端直接联接;②电源的两条引线相互接触;③两条无绝缘导线相碰触;④接线不当。

故障检查方法

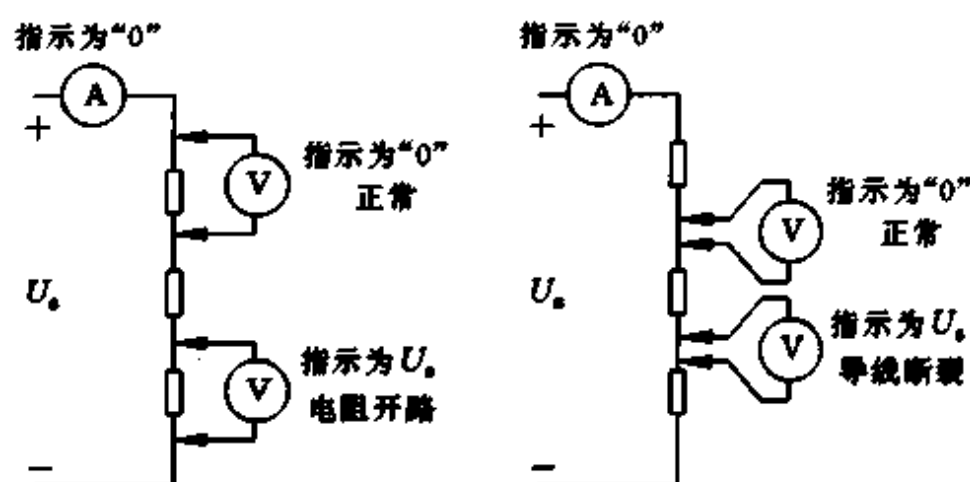


图 1-59 用电压表检查开路故障

①观察法

如果电路出现某些元件过热,烧焦或打火等现象应立即关掉电源;观察电源,电阻两端是否碰在一起;不应接触的导线是否相互接触;线路有无接错等等。

②电阻测量法

断开电源,用欧姆表测量各电阻阻值,测得比标称值小得多甚至为 0 的电阻一定有短路。

注意电路中有短路故障时,接通电源可能会产生过大的电流损坏电路元件。因此,发现有短路故障后,在找出和排除故障前不应再接通电源。现说明如下,在图 1-60 中,由于 R_1 被短路, $U_{R1}=0$, $I_{R1}=0$, 电流不再流过 R_1 而是流经短路线直接进入 R_2 , $U_{R2}=U_s$, $I_{R2}=\frac{U_{R2}}{R_2}=\frac{U_s}{R_2}>\frac{U_s}{R_1+R_2}$ 。可见 R_1 短路后, R_2 的电流加大,若 $R_2\ll(R_1+R_2)$, I_{R2} 将比正常值大很多,以至烧坏 R_2 。电流过大还可能损坏电源。

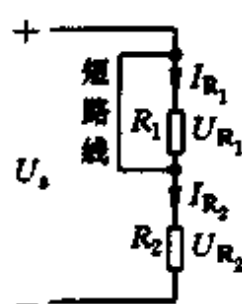


图 1-60 R_1 短路后 R_2 的电流

2. 串联电路的故障检查

以图 1-61 所示的电阻串联电路为例说明如何进行故障检查。

由算式

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$

可知,电流过大可能有如下原因:

(1) 电源电压 U 过大;(2) 3 个串联电阻中某个电阻阻值低于正常值。这种故障称为局部短路,如图 1-61(b)所示;(3) 在各串联电阻阻值正常情况下,由于某种原因使串联电阻支路两端出现低阻状态,造成电源输出电流过大,如图 1-61(c)所示。称为整个电路短路。

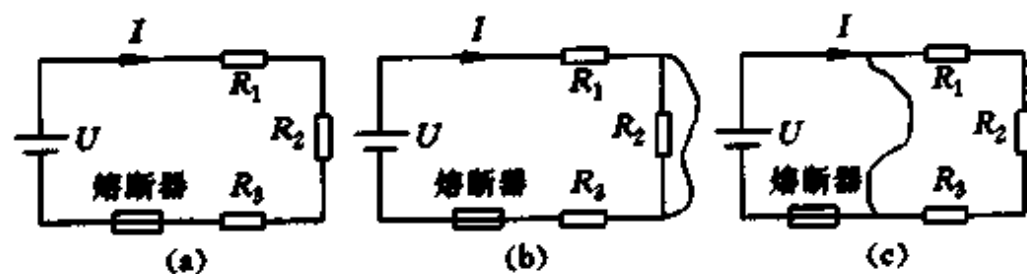


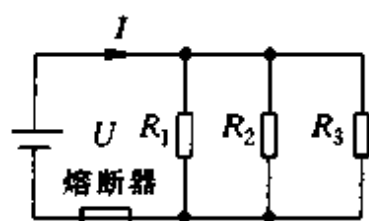
图 1-61 串联电路的短路故障

没有电流或电流过小可能有如下原因:

(1) 电源电压过低;(2) 某电阻阻值过大或断裂;(3) 电路中有其他开路故障。

3. 并联电路的故障检查

以图 1-62 所示的电阻并联电路为例说明如何进行故障检查。



由算式

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

可知, 电流过大可能有如下原因:

(1) 电源电压过高; (2) 某电阻阻值低于正常值; (3) 其他短路

图 1-62 一个电阻并联电路

故障造成整个并联电路两端阻值过低, 使电源输出电流过大。

注意并联电路中任一支路短路都会造成整个电路短路。

没有电流或电流过小可能有如下原因:

(1) 电源无输出或电压过低; (2) 某支路开路或电阻阻值过大; (3) 整个并联电路与电源联接中断。

检查并联电路的故障时, 可采用把各并联支路逐个接入(或断开)电源的方法确定故障在哪条支路。

4. 混联电路的故障检查

以图 1-57 所示电路为例, 可先按串联电路故障检查方法, 检查故障在 A、B 之间还是在 B、D 之间。若确定故障在 B、D 之间, 又可用并联电路故障检查方法, 检查故障在 R_2 支路还是在 B—C—D 支路……这样依次检查直到找到故障为止。

1.11 含理想运算放大器的简单电阻电路

1.11.1 理想运算放大器

一般放大器的作用是把输入电压放大一定倍数后再输出, 输出电压和输入电压的比值称为放大倍数。运算放大器(简称为运放)是一种放大倍数很高的电压放大器。图 1-63(a)表示运算放大器的图形符号。4、5 两个端钮接直流电源 V_{CC} 和 $-V_{EE}$, V_{CC} 和 $-V_{EE}$ 是运放内部晶体管能正常工作必须加的直流电压, 通常分析放大作用时不必考虑, 所以运放常用图 1-63(b)的简化图形符号表示。接地符号也可省去时可用图 1-63(c)表示。1、2 为输入端, 3 为输出端。1、2 分

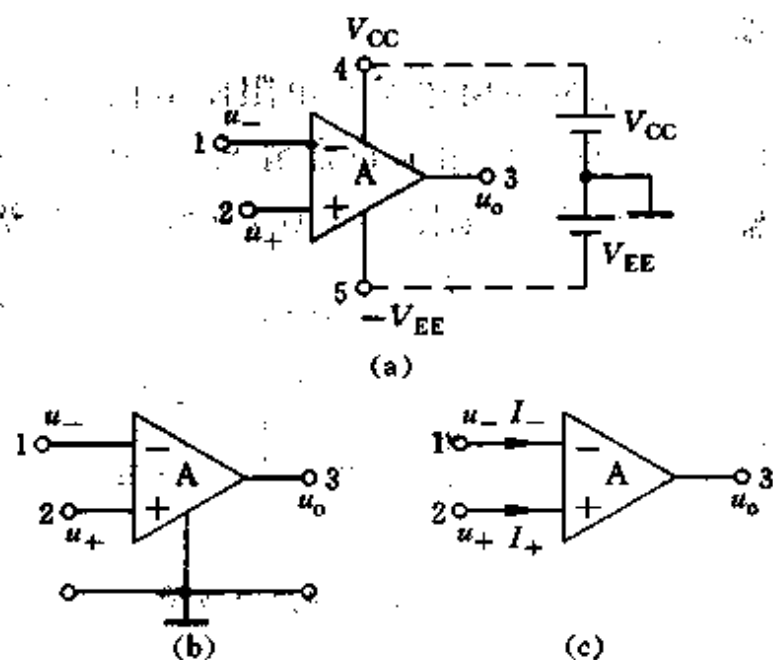


图 1-63 运算放大器

别标有“-”和“+”，这里“-”和“+”不表示电压的参考极性，“-”表示若输入电压加在1端和地之间，则输出电压 u_o 的实际极性与输入电压的实际极性相反，“+”表示若输入电压加在2端和地之间，则输出电压 u_o 的实际极性与输入电压的实际极性相同。1端称为反相输入端，2端称为同相输入端。

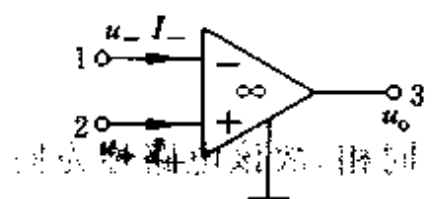


图 1-64 理想运放的图形符号

运算放大器工作在线性状态时 $u_o = A(u_+ - u_-)$ ，其中 u_- 、 u_+ 和 u_o 分别为端钮 1、2 和 3 的对地电位， A 为运算放大器的放大倍数。

由于运算放大器的放大倍数 A 非常高，一般大于 10^5 ，流入 1、2 两端的电流非常小，可在 1nA 以下。因此在分析计算时可认为是理想运算放大器，即 $A \rightarrow \infty$ ， $I_- = I_+ = 0$ 。和 I_- 为流入 1、2 两端的电流。理想运放的图形符号如图 1-64 所示。

1.11.2 虚短路和虚断路

当理想运放工作在线性状态时

$$1. u_o = A(u_+ - u_-)$$

由于 u_o 为有限值而 $A = \infty$ ，故可认为 $u_+ - u_- = 0$ ，即 $u_+ = u_-$ 。

$$2. I_- = I_+ = 0$$

$u_+ = u_-$ 称为虚短路（由于不是真正的短路）， $I_- = I_+ = 0$ 称为虚断路（由于不是真正的开路）。

虚短路和虚断路是分析线性工作状态下的运算放大器电路的基本出发点，由于实际运放十分接近理想运放，由虚短路和虚断路得出的结论不会有明显误差。

1.11.3 含运算放大器的简单电路分析举例

例 1.17 分析图 1-65 所示电路输出电压 u_o 和输入电压 u_i 的关系，并说明电路的功能。

解：由虚断路

$$I_- = 0 \quad I_+ = I_1$$

由虚短路 $u_+ = u_- = 0$ 得

$$I_1 = \frac{u_i - u_-}{R_1} = \frac{u_i}{R_1}; \quad I_1 = \frac{u_- - u_o}{R_f} = -\frac{u_o}{R_f}$$

由

$$I_1 = I_1 \quad \frac{u_i}{R_1} = -\frac{u_o}{R_f}$$

得

$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} u_i$$

结果说明 u_o 与 u_i 成正比，比例系数由 R_f 与 R_1 之比决定，负号表示 u_o 与 u_i 极性相反。故此电路称为反相比例运算电路。

例 1.18 电路如图 1-66 所示，分析 u_o 与 u_i 的关系，说明电路的功能。

解：由虚断路

$$I_- = 0 \quad I_+ = I_1 \quad \text{故 } R_1 \text{ 和 } R_f \text{ 可看作串联，得}$$

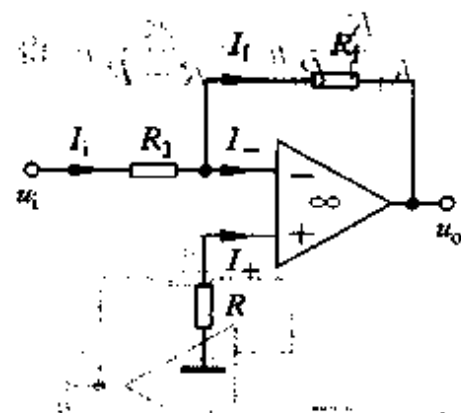


图 1-65 例 1.17

$$u_- = \frac{R_1}{R_1 + R_f} u_o$$

由虚短路

$$u_- = u_+ \quad \frac{R_1}{R_1 + R_f} u_o = u_i \text{ 得}$$

$$u_o = \frac{R_1 + R_f}{R_1} u_i = \left(1 + \frac{R_f}{R_1} \right) u_i$$

结果说明 u_o 与 u_i 成正比, 比例系数为 R_f 与 R_1 之比加 1, 且 u_o 与 u_i 同相, 故该电路称为同相比运算电路。

例 1.19 电路如图 1-67 所示, 求 u_o 与 u_i 的关系。

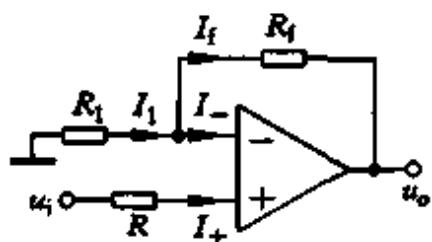


图 1-66 例 1.18

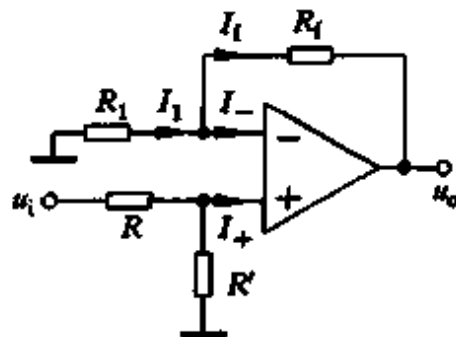


图 1-67 例 1.19

解: 由虚断路

$$u_+ = \frac{R'}{R + R'} u_i$$

$$u_- = \frac{R_1}{R_1 + R_f} u_o$$

由虚短路 $u_- = u_+$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_f} u_o = \frac{R'}{R + R'} u_i \text{ 得}$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1} \right) \left(\frac{R'}{R + R'} \right) u_i$$

注意本例中 R' 的接入使 u_+ 既不等于 u_i 也不等于 0, 而是 R 和 R' 对 u_i 分压的结果。

例 1.20 电路如图 1-68 所示, 求 u_o 与 u_i 的关系。

解: 由虚断路

$$u_- = u_o; \quad u_+ = u_i$$

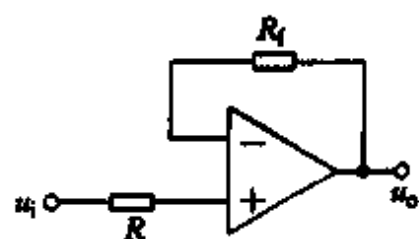


图 1-68 例 1.20

由虚短路

$$u_o = u_i$$

u_o 与 u_i 大小相等, 极性相同。该电路称为跟随器。

本节各例为常用的基本运算电路, 我们运用基尔霍夫定律、欧姆定律、分压公式和电位等概念对这些电路进行了分析, 得出了电路的特性, 已经具备了分析简单实际电路的能力。

习 题 一

1.1 图 T1-1 中(a)为(b)图所示电流 i 的变化曲线, 时间 t 从 0~4s 之间那段时间, 电流实际上从 b 流向 a。

1.2 图 T1-2 各图中均有 a 点比 b 点电位高 10V, 写出各图中的 $u_{ab}=?$, $u_{ba}=?$, $u=?$ 。

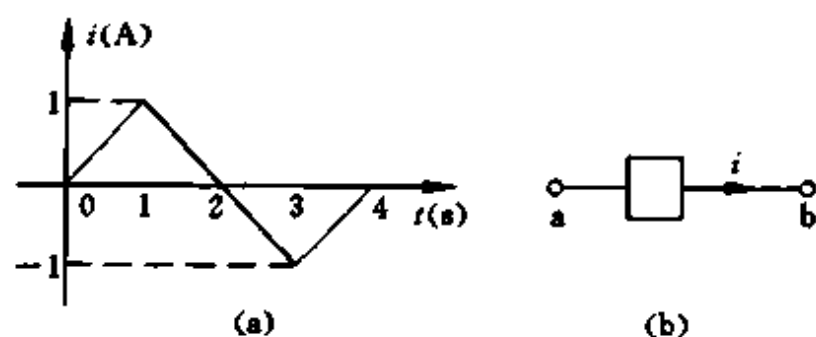


图 T1-1

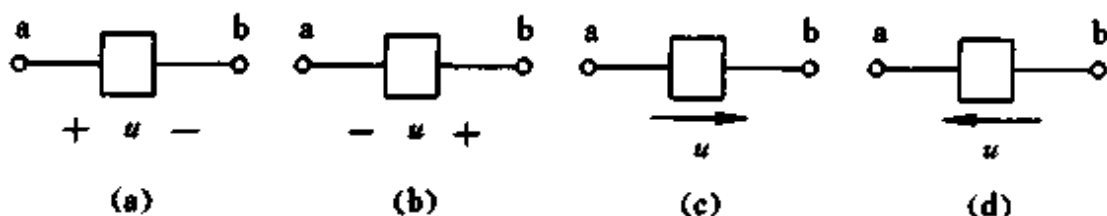


图 T1-2

1.3 图 T1-3 中(a)为(b)图中电压 u 随时间变化的曲线, 写出当 $t=1s$, $t=2s$ 和 $t=3s$ 时 a 比 b 电位高多少 V.

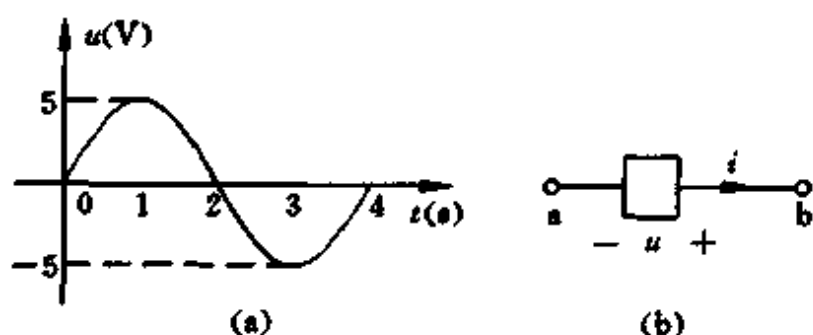


图 T1-3

1.4 图 T1-4 各图中均有 $I_1=2A$, $I_2=-3A$, $I_3=1A$, 能否由此求出 I_4 , $I_4=?$

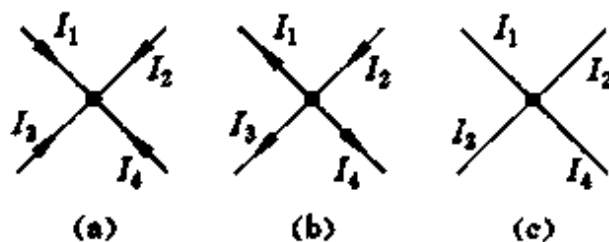


图 T1-4

1.5 图 T1-5 各图中均有 $U_1=3V$, $U_2=4V$, $U_3=-2V$, 能否由此求出 U_4 , $U_4=?$

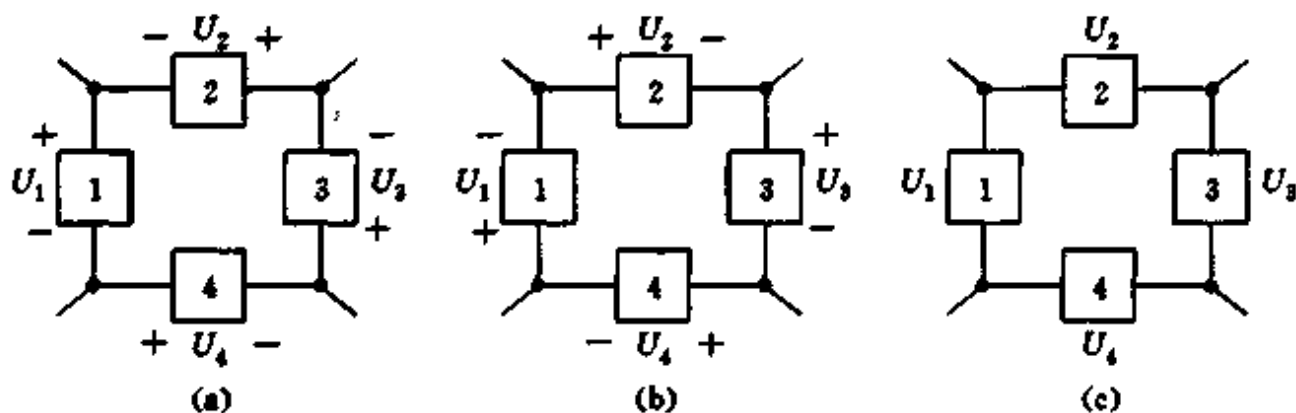


图 T1-5

1.6 电路如图 T1-6 所示: (1) 图(a)中当 $U_1=10V$ 和 $U_1=0V$ 时求 U_2 和 U . (2) 图(b)中 $U=-15V$, 求 I_1 , I_2 和 I . (3) 图(c)中 $I_1=-2A$ 和 $I_1=0A$ 时求 I_2 , I 和 U . (4) 图(d)中 $U=6V$, 求 I_1 和 I .

1.7 求图 T1-7 各电路中 $I=0$ 和 $I=2A$ 时的 U_{ab} .

1.8 求图 T1-8 中各元件功率, 说明是吸收还是输出功率.

1.9 求图 T1-9 电路中各元件功率, 并检验是否功率平衡.

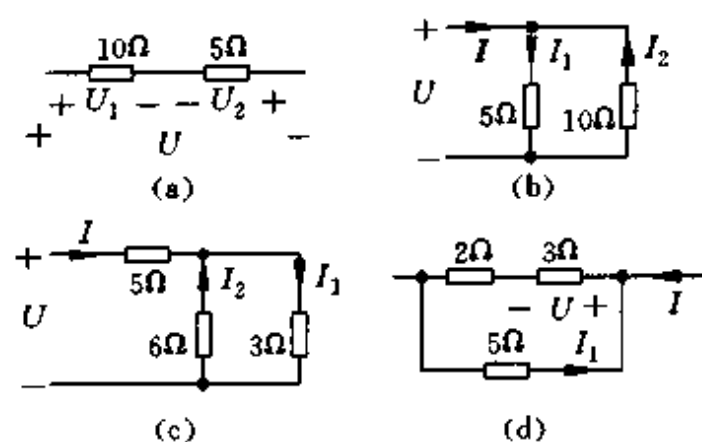


图 T1-6

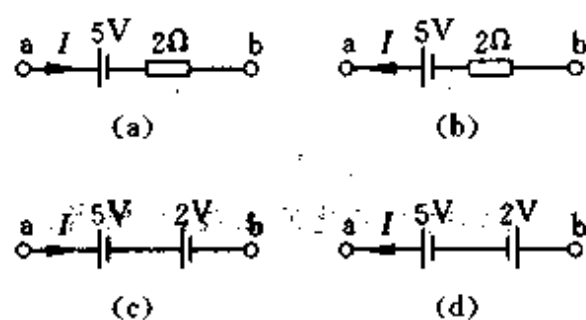


图 T1-7

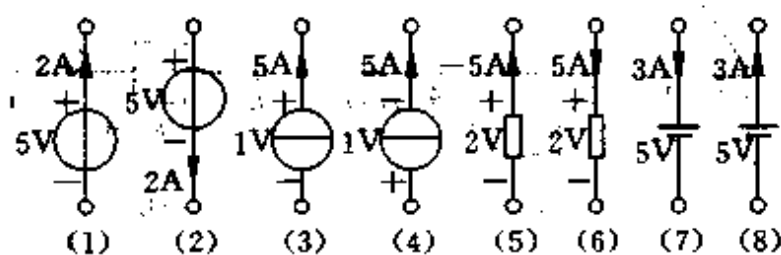


图 T1-8

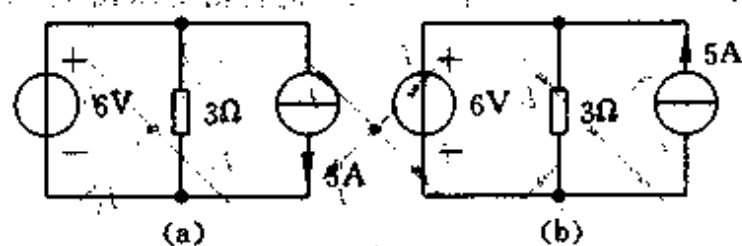


图 T1-9

1.10 求当 $I=2A$ 和 $I=0A$ 时, 图 T1-10 中各电路 a、b 端电压 U 。

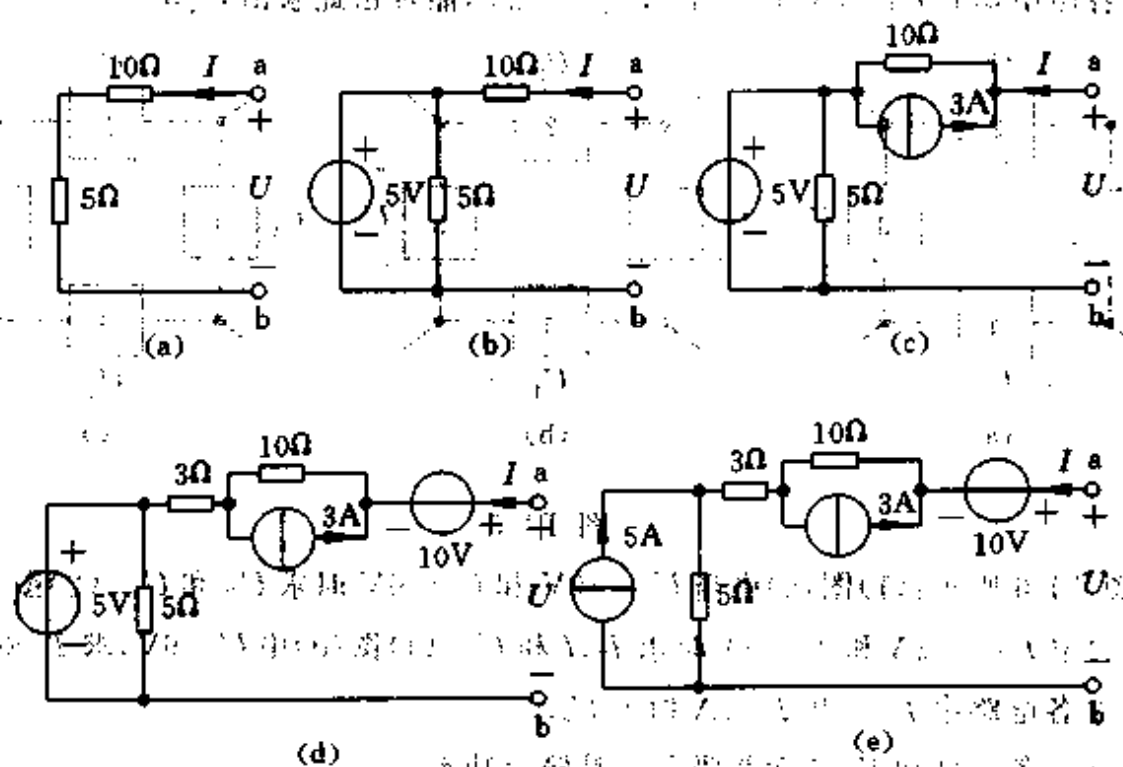


图 T1-10

1.11 写出图 T1-11 所示各电路伏安关系, 其中 u_s 和 e 均为 10V 。

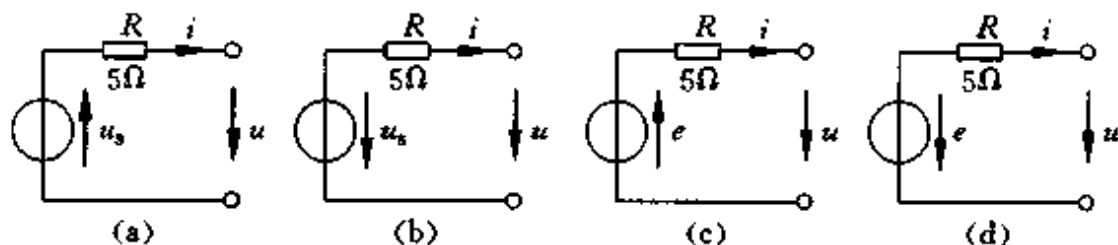


图 T1-11

1.12 图 T1-12 中, 已知 $i_1 = 2\text{A}$, 求 i_s 。

1.13 图 T1-13 中, 已知 $R_b = 300\text{k}\Omega$, $R_{be} = 1\text{k}\Omega$, $R_L = 3\text{k}\Omega$, $\beta = 50$, 求电压放大倍数 U_o/U_i 。

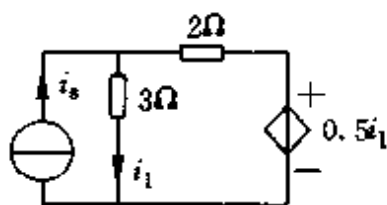


图 T1-12

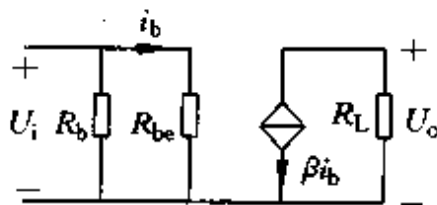


图 T1-13

1.14 图 T1-14, 若 $R_{be} = 1\text{k}\Omega$, $R_L = 3\text{k}\Omega$, $\beta = 50$, 试求电压放大倍数 u_o/u_i 。

1.15 2 只白炽灯泡, 额定电压均为 110V , 甲灯泡额定功率 $P_{N1} = 60\text{W}$, 乙灯泡 $P_{N2} = 100\text{W}$, 如果把 2 个灯泡串联, 接在 220V 电源上, 能否正常工作? 通过计算说明。

1.16 图 T1-15 所示电路, 若 R_1 选用 2W , 100Ω 电阻器, R_2 选用 1W , $1\text{k}\Omega$ 的电阻器, 检查这两个电阻器在电路中能否正常工作。

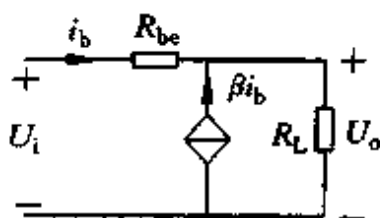


图 T1-14

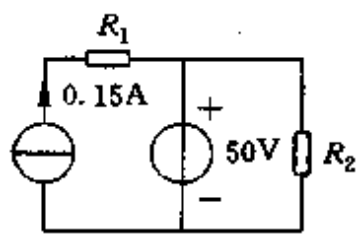


图 T1-15

1.17 求图 T1-16 所示电路中的电压 U 。

1.18 求图 T1-17 所示电路中的电压 U_{ab} ; 若将 a、b 两点短路, 求短路线中的电流。

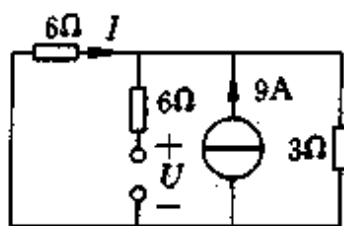


图 T1-16

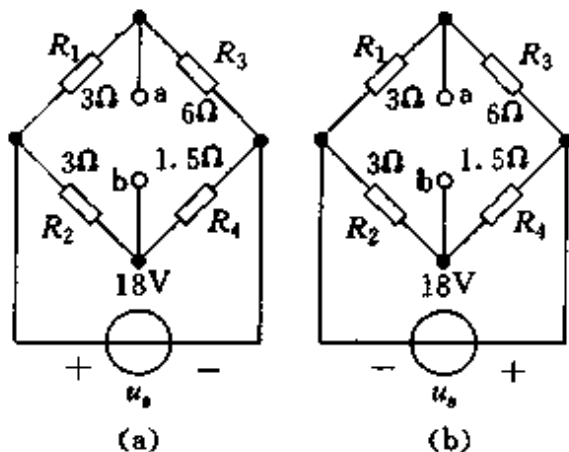


图 T1-17

1.19 表头满度电流 $I_g = 50\mu\text{A}$, $R_g = 1.2\text{k}\Omega$, 试计算图 T1-18(a)(b) 中各分压电阻和分流电阻之值。

1.20 计算图 T1-19 所示电路中各支路电流和支路电压。

1.21 求图 T1-20 所示电路中, 开关 K 打开或闭合时各点电位及 U_{ab} , U_{bc} , U_{cd} 和 U_{da} 。

1.22 求图 T1-21 所示电路中, a 点电位及 4Ω 电阻中的电流 I 。如将 b 点也接地, a 点电位及电流 I 变为多少?

1.23 图 T1-22 中当开关断开时 a、b 两点的电位各是多少? 从安全用电角度考虑, 图中 2 个开关的安装方式哪种是合理的?

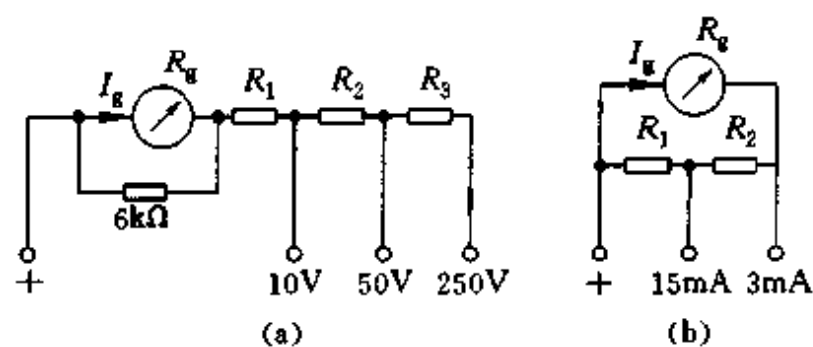


图 T1-18

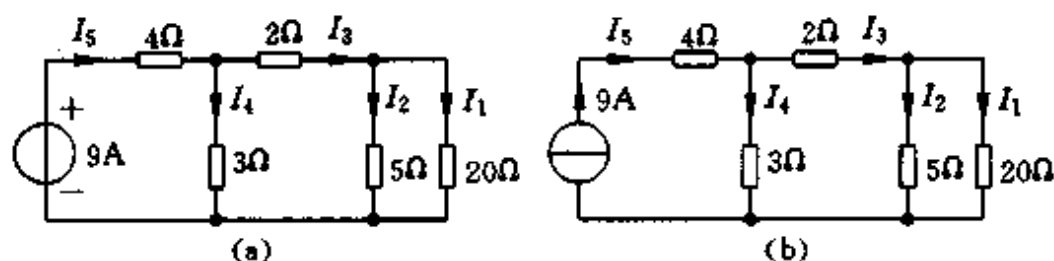


图 T1-19

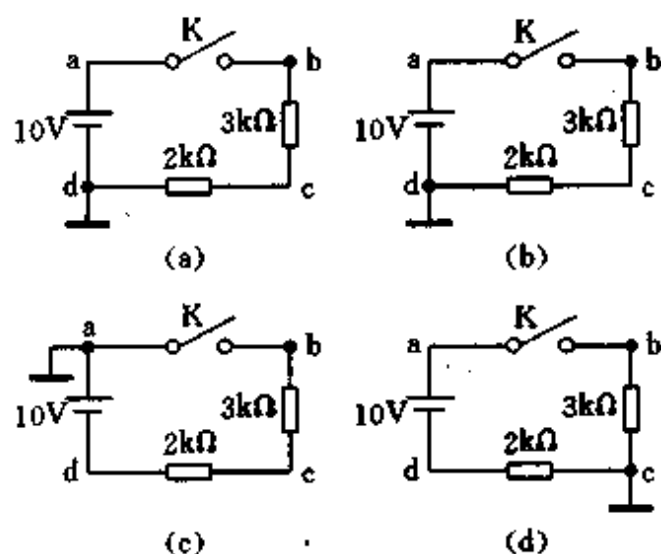


图 T1-20

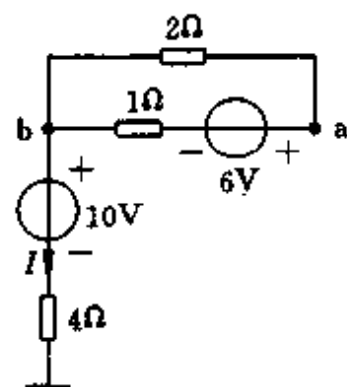


图 T1-21

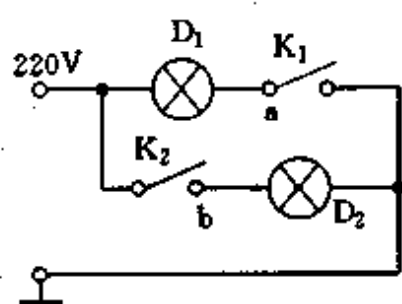


图 T1-22

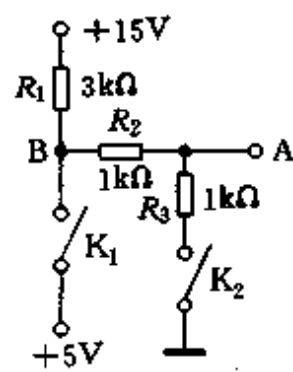


图 T1-23

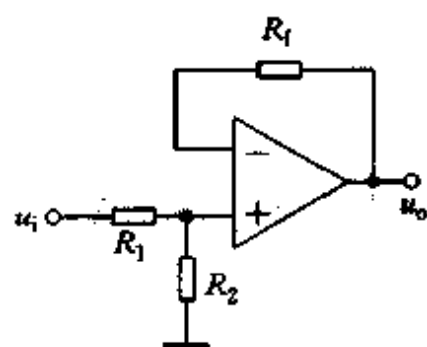


图 T1-24

1.24 求图 T1-23 所示电路中：(1)当开关 K_1 、 K_2 均打开时 A 点和 B 点电位。(2) K_1 闭合， K_2 打开时 A 点和 B 点的电位。(3) K_1 、 K_2 均闭合时 A 点和 B 点的电位。(4) K_1 打开， K_2 闭合时 A 点和 B 点的电位，此时增大 R_2 ，A、B 两点电位将如何变化？

1.25 求图 T1-24 所示电路中 u_o 与 u_i 的关系。

1.26 已知图 1-66 所示电路中 R_1 为 $1k\Omega$ ，要使 $u_o = 3u_i$ ， R_f 应取何值？

第2章 复杂电路分析

上一章我们学习了电路的基本定律和简单电路分析方法,所谓简单电路就是能直接用电阻串并联规律进行分析的电路。不能直接用电阻串并联分析的电路称为复杂电路。本章我们将学习复杂电路的计算方法。复杂电路的分析方法基本上有两类,一类是对被分析电路直接利用基尔霍夫定律和元件的伏安关系列方程组,通过解方程组分析电路;另一类是利用等效变换的方法把电路化简后再进行分析。此外对于线性电路还可利用叠加原理,戴维南定理和诺顿定理分析。戴维南定理和诺顿定理本质上也是等效变换。学完本章内容应着重掌握节点分析方法,电路的等效变换,叠加定理和戴维南定理;掌握输入电阻、输出电阻和开路电压的概念和计算方法。

与本章知识相联系应学会测量电路的输入电阻、输出电阻和开路电压;学会复杂电路的故障检查方法。

2.1 支路电流法

2.1.1 概述

支路电流法是以支路电流为未知变量列出电路方程组,然后联立求解的方法。下面以图2-1所示电路为例说明如何运用支路电流法求解电路。

观察可知,图2-1所示的电路含有6条支路,4个节点,3个网孔。6个支路电流及其参考方向已在图中标出,它们是待求的未知量。

首先对任意3个节点列KCL方程。以流入节点的电流为正,对1、2、3三个节点列方程如下:

$$\text{节点 1: } I_s - I_1 - I_3 = 0$$

$$\text{节点 2: } I_1 - I_2 - I_4 = 0$$

$$\text{节点 3: } I_2 + I_3 - I_5 = 0$$

然后,以支路电流为变量对3个网孔列写KVL方程。

选顺时针方向为绕行方向,各网孔的方程为:

$$\text{上网孔: } R_3 I_3 - R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0$$

$$\text{左网孔: } R_1 I_1 + R_4 I_4 = U_s$$

$$\text{右网孔: } R_2 I_2 + R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0$$

最后,联立以上6个方程,解出各支路电流。

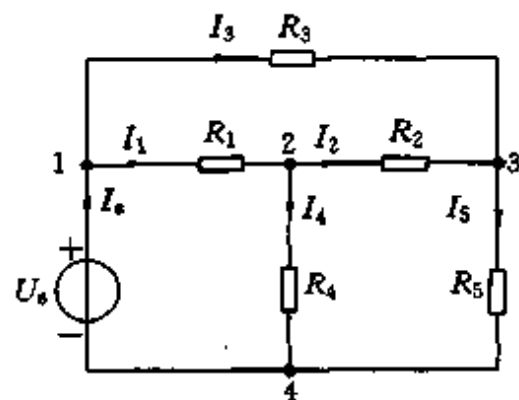


图 2-1 支路电流法用图

2.1.2 几点说明

图2-1所示的电路有4个节点,为什么只对其中3个列方程呢?这是因为第4个方程必定是不独立的,对节点4列出方程为:

$$-I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

不难发现,前3个方程相加后乘-1即为此方程。这是由于每个支路电流都是从一个节点流出流入另一个节点。在对所有节点列出的KCL方程中,每个支路电流必然出现2次而且一正一负。所有4个方程等号左边相加必为0。如果各支路电流的数值满足前3个方程必定满足余下的这个方程,余下的这个方程是不独立的。由此可知,对于含有 n 个节点的电路只能列出 $n-1$ 个独立的KCL方程。能列出独立方程的节点称为独立节点。

对于含有 b 条支路, n 个节点的电路必有 $b-(n-1)$ 个独立回路,可列出 $b-(n-1)$ 个独立的KVL方程。选取独立回路时应使每个回路至少有一条不属于其他回路的支路。

平面电路中恰有 $b-(n-1)$ 个网孔,它们是独立回路。因此普遍而简便的方法是对每个网孔列KVL方程。所谓平面电路是指可以画在一个平面上而不使任何两条支路交叉的电路。

由以上两点说明可知,对于具有 b 条支路 n 个节点的平面电路只要以支路电流为变量对 $n-1$ 个节点列出KCL方程,对每个网孔列出KVL方程,一共可列出 b 个独立方程,将它们联立可解出所有支路电流。

2.1.3 例题

例 2.1 用支路电流法求图 2-2 所示电路的各支路电流。

解:观察可知,图 2-2 所示的电路 $b=3$, $n=2$,可列出如下方程。

$$\text{节点 1 的 KCL 方程:} \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{网孔 I 的 KVL 方程:} \quad 3I_1 + 2I_2 - 17 = 0$$

$$\text{网孔 II 的 KVL 方程:} \quad 4I_3 + 12 - 2I_2 = 0$$

解得到支路电流

$$I_1 = 3\text{A}$$

$$I_2 = 4\text{A}$$

$$I_3 = -1\text{A}$$

例 2.2 图 2-3 为某晶体管共基极放大器的等效电路,电阻 R_e , r_{be} , R_c 及 β 均为已知量,求电路的电压放大倍数 $A_u = U_o/U_i$ 。

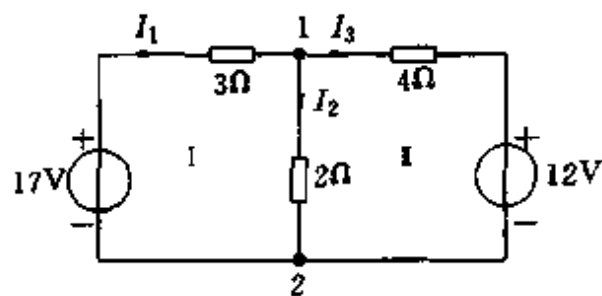


图 2-2 例 2.1

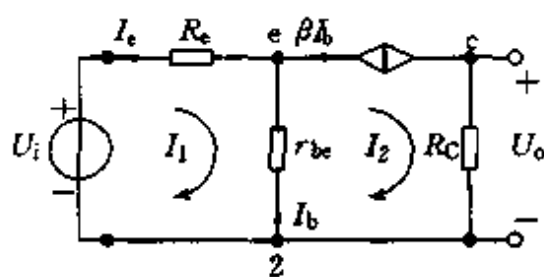


图 2-3 例 2.2

由于受控源支路的电流为 βI_b ,实际上只有2个未知电流变量 I_e 和 I_b ,只需列2个方程

$$I_e = I_b + \beta I_b$$

$$-R_e I_e - r_{be} I_b = U_i$$

可解得

$$I_b = -\frac{U_i}{(1+\beta)R_e + r_{be}}$$

则

$$U_o = -\beta I_b R_c = \frac{\beta R_c U_i}{(1+\beta)R_e + r_{be}}$$

$$A_u = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\beta R_c}{(1+\beta)R_e + r_{be}}$$

2.2 网孔分析法

2.2.1 网孔电流与网孔分析法

网孔分析法以网孔电流为未知量来求解电路。网孔电流是一种沿着网孔边界流动的假想电流,如图 2-4 中虚线所示。一个平面电路共有 $b-(n-1)$ 个网孔,因而也有同数目的网孔电流。

各支路电流的参考方向也在图 2-4 中标出。可以看出,电路中各支路电流都可以用网孔电流表示。例如: R_1 支路的电流 I_1 就等于网孔电流 I_1 , R_4 支路的电流 I_4 就等于网孔电流 $I_1 - I_3$ 。所以,一旦求出网孔电流,就可以求出各个支路电流。

2.2.2 网孔方程的建立

对于具有 m 个网孔的电路,以网孔电流为未知变量对每个网孔列写 KVL 方程,就得到 m 个独立方程,称为网孔方程,解此方程组,就可得到网孔电流的数值。在列网孔方程时,通常把网孔电流的方向选为列方程时的绕行方向。

根据图 2-4 电路,可得到网孔方程:

$$\begin{aligned} \text{网孔 I:} \quad & R_1 I_1 + R_5 (I_1 + I_3) + R_4 (I_1 - I_3) + U_{s4} - U_{s1} = 0 \\ \text{网孔 II:} \quad & R_2 I_2 + R_5 (I_1 + I_3) + R_6 (I_1 + I_3) - U_{s2} = 0 \\ \text{网孔 III:} \quad & R_3 I_3 - R_4 (I_1 - I_3) + R_6 (I_1 + I_3) + U_{s4} = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

整理(2.1)式,得

$$\begin{aligned} (R_1 + R_5 + R_4) I_1 + R_5 I_3 - R_4 I_3 &= U_{s1} - U_{s4} \\ R_5 I_1 + (R_2 + R_5 + R_6) I_2 + R_6 I_3 &= U_{s2} \\ -R_4 I_1 + R_5 I_3 + (R_3 + R_4 + R_6) I_3 &= U_{s4} \end{aligned} \quad (2.2)$$

已知各电压源电压及电阻,就可得出网孔电流 I_1 、 I_2 和 I_3 ,进而求出各支路电流,这就是网孔分析法。

与支路电流法相比,网孔分析法需要求解的联立方程数目减少 $n-1$ 个。如图 2-4 所示的电路,用支路电流法需 6 个联立方程,用网孔分析法只需 3 个联立方程。网孔分析法的另一个优点是列网孔方程有一定的规律,可以很容易地列出网孔方程。式(2.2)可概括为下列形式

$$\begin{aligned} R_{11} I_1 + R_{12} I_2 + R_{13} I_3 &= U_{s11} \\ R_{21} I_1 + R_{22} I_2 + R_{23} I_3 &= U_{s22} \\ R_{31} I_1 + R_{32} I_2 + R_{33} I_3 &= U_{s33} \end{aligned} \quad (2.3)$$

式中 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 分别称为网孔 I、网孔 II、网孔 III 的自电阻,它们分别是各网孔内所有电阻之和,例如 $R_{11} = R_1 + R_5 + R_4$ 。

$R_{ij} (i \neq j)$ 称为互电阻,它是 2 个网孔的公有电阻,例如 $R_{12} = R_5$ 是网孔 I 和网孔 II 公有支路的电阻, $R_{13} = -R_4$ 是网孔 I 和网孔 III 公有支路的电阻, R_4 前面的负号是由于网孔电流 I_1 与网孔电流 I_3 流过 R_4 时的方向相反。自电阻总为正值,互电阻可以为正,也可以为负,如果 2 个网孔电流流过公有电阻时方向相同,互电阻为正,否则为负。

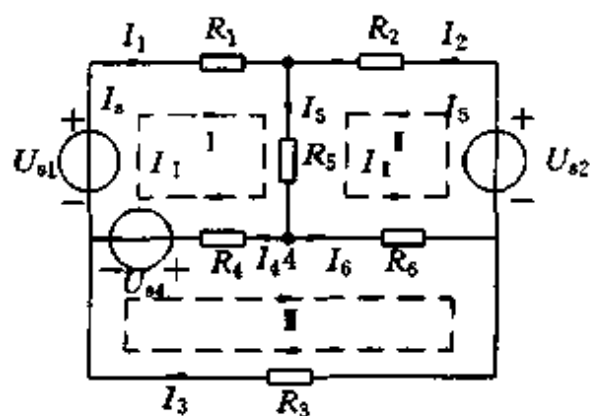


图 2-4 网孔电流

U_{s11} 、 U_{s22} 和 U_{s33} 分别为网孔Ⅰ、网孔Ⅱ和网孔Ⅲ中沿网孔电流方向电压源电压升的代数和,例如 $U_{s11}=U_{s1}-U_{s4}$ 。

式(2.3)是具3个网孔电路的网孔方程,我们还可以把它推广到具有更多个网孔的电路。

还应指出,各网孔电流的参考方向是任意选取的,不过为了列写方程时避免错误,可以把网孔电流方向都选为顺时针(或都选为逆时针),这时方程式中所有互电阻都为负值。

2.2.3 例题

例 2.3 用网孔分析法求出图 2-5 所示电路各支路电流。

解:该电路有 2 个网孔,设网孔Ⅰ的电流为 I_1 ,网孔Ⅱ的电流为 I_2 ,参考方向如图 2-5(a)所示。得到网孔方程

$$\text{网孔Ⅰ} \quad (R_1+R_3)I_1 - R_3I_2 = U_{s1}$$

$$\text{网孔Ⅱ} \quad -R_3I_1 + (R_2+R_3)I_2 = -U_{s2}$$

代入各元件数值可得

$$5I_1 - 3I_2 = 8$$

$$-3I_1 + 9I_2 = -12$$

解得

$$I_1 = 1\text{A}$$

$$I_2 = -1\text{A}$$

各支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 为

$$I_1 = I_1 = 1\text{A}$$

$$I_2 = -I_2 = 1\text{A}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = -2\text{A}$$

例 2.4 电路如图 2-6 所示,用网孔法求出电流 I 。

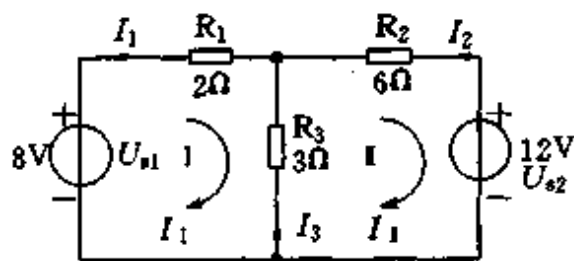


图 2-5 例 2.3

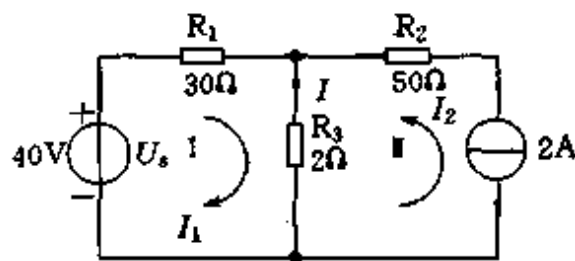


图 2-6 例 2.4

解:在图 2-6 中,设网孔Ⅰ的网孔电流为 I_1 ,网孔Ⅱ的网孔电流为 I_2 。网孔Ⅱ中有一电流源,显然电流 I_2 等于电流源电流的相反数 -2A 是已知的,因此不需要再对网孔Ⅱ列网孔方程,只需列出网孔Ⅰ的方程如下:

$$(R_1 + R_3)I_1 + R_3I_2 = U_{s1}$$

把 $I_2 = -2\text{A}$ 代入,得

$$50I_1 - 40 = 40$$

$$I_1 = 1.6\text{A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 1.6 + (-2) = -0.4\text{A}$$

例 2.5 电路如图 2-7 所示,列出用网孔法求解电路所需方程。

解:网孔方程为

$$(2+4+2)I_1 - 4I_2 - 2I_3 = 10$$

$$-4I_1 + (4+6)I_2 = -U_o$$

$$-2I_1 + (2+4)I_3 = 5 + U_o$$

电流源约束方程 $I_2 - I_3 = 6$

图 2-7 中有一电流源在 2 个网孔的公共支路上。因为网孔方程实质上是 KVL 方程, 所以列方程时, 注意要把电流源两端电压 U_o 考虑在内, U_o 的参考极性可任意设定。由于方程中增加了一个未知数 U_o , 因此要增列一个用网孔电流表示电流源数值的约束方程 $I_2 - I_3 = 6$, 这样才能解出 I_1 、 I_2 和 I_3 。

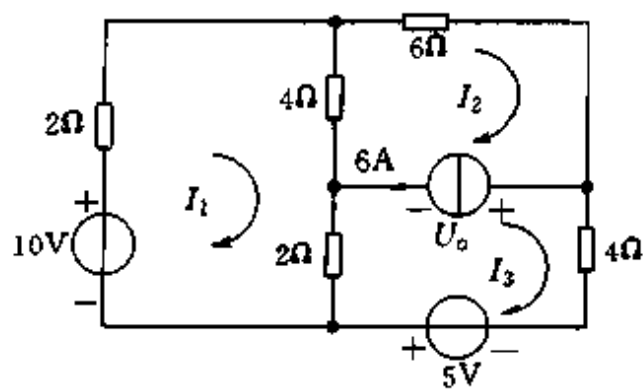


图 2-7 例 2.5

例 2.6 试用网孔法解例 2.2, 网孔电流 I_1 、 I_2 已在图 2-3 中标出。

解: 本例为含有受控源的电路, 对受控源的处理方法与处理独立源的方法相同, 但还需增列受控源中的控制量用网孔电流来表示的方程 $I_b = I_2 - I_1$, 这样才能得到完整的网孔方程组。列出方程如下:

$$(R_e + r_{be})I_1 - r_{be}I_2 = U_i$$

$$I_2 = -\beta I_b$$

$$I_b = I_2 - I_1$$

解得:

$$I_2 = \frac{\beta U_i}{(1+\beta)R_e + r_{be}}$$

则

$$U_o = I_2 R_e = \frac{\beta R_e U_i}{(1+\beta)R_e + r_{be}}$$

$$A_u = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\beta R_e}{(1+\beta)R_e + r_{be}}$$

网孔分析法只适用于平面电路。

2.3 节点分析法

2.3.1 节点电压和节点分析法

对于网孔数较少的电路, 采用网孔分析法可以简化计算, 因而是分析电路常用的一种方法。但是对于节点数少而网孔数多的电路来说, 用网孔分析法还是比较麻烦, 采用节点分析法就可以简化计算。节点分析法对于平面电路和非平面电路都适用。

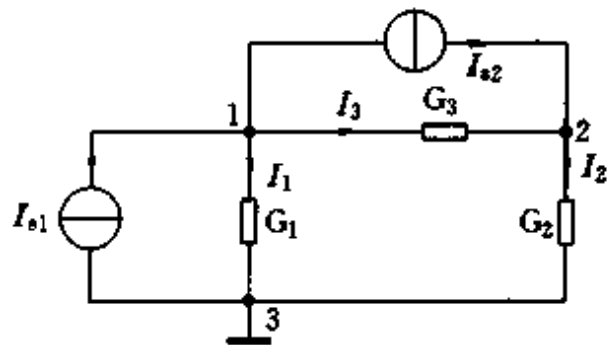


图 2-8 节点分析法用图

节点分析法是以节点电压为未知量来分析电路的方法。节点电压是在电路中选定参考点后, 其余各节点到参考点的电压降。显然一个具有 n 个节点的电路就有 $n-1$ 个节点电压。图 2-8 所示的电路有 3 个节点, 选节点 3 为参考点, 节点 1 和节点 2 的节点电压用 U_1 和 U_2 表示。节点电压就是各节点的电位, 故节点分析法又称节点电位法。

电路中所有支路电压都可以用节点电压来表示, 如图 2-8 中, 支路电压 $U_{13} = U_1$ 、 $U_{23} = U_2$ 、 $U_{12} = U_1 - U_2$ 。所以一旦求出节点电压, 所有支路电压就被确定。

以节点电压为变量所列的独立的 KCL 方程组称为节点方程。

2.3.2 节点方程的建立

除参考点外,对每一个节点列 KCL 方程,对图 2-8 所示的电路如下。

$$\text{节点 1: } I_1 + I_3 - I_{s1} + I_{s2} = 0$$

$$\text{节点 2: } I_2 - I_3 - I_{s2} = 0$$

以上方程式中的电流用节点电压表示,得

$$\begin{aligned} I_1 &= G_1 U_1 \\ I_2 &= G_2 U_2 \\ I_3 &= G_3 (U_1 - U_2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

把式(2.4)代入方程式,整理得

$$\text{节点 1: } (G_1 + G_3)U_1 - G_3 U_2 = I_{s1} - I_{s2}$$

$$\text{节点 2: } -G_3 U_1 + (G_2 + G_3)U_2 = I_{s2} \quad (2.5)$$

式(2.5)就是以节点电压为变量的节点方程。与网孔方程一样,节点方程的结构具有一定规律,易于列写,式(2.5)可概括为如下形式:

$$\begin{aligned} G_{11}U_1 + G_{12}U_2 &= I_{s11} \\ G_{21}U_1 + G_{22}U_2 &= I_{s22} \end{aligned} \quad (2.6)$$

式中 G_{11} 和 G_{22} 分别称为节点 1 和节点 2 的自电导,它们分别是与节点 1 和节点 2 相连接的所有电导的和, $G_{11} = G_1 + G_3$, $G_{22} = G_2 + G_3$ 。 G_{12} 和 G_{21} 称为节点 1 和节点 2 的互电导,它们等于连接在节点 1 和节点 2 之间公有支路各电导总和的负值, $G_{12} = G_{21} = -G_3$ 。 I_{s11} 和 I_{s22} 分别为流入节点 1 和节点 2 电流源电流的代数和, $I_{s11} = I_{s1} - I_{s2}$, $I_{s22} = I_{s2}$ 。

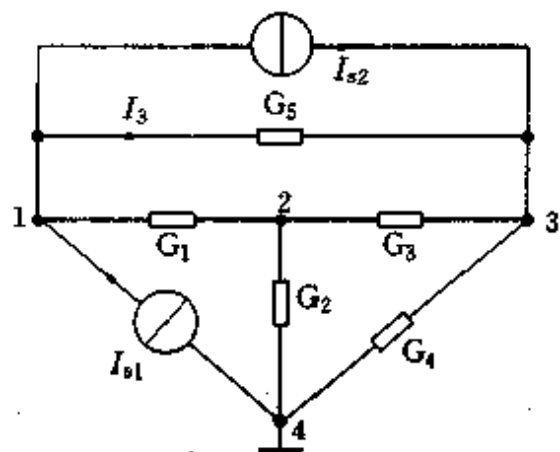


图 2-9 例 2.7

式(2.6)是对于有 2 个独立节点电路的节点方程的普遍形式。我们可以把式(2.6)推广到具有多个独立节点的电路,各节点的自电导都为正值,而互电导都为负值。

2.3.3 例题

例 2.7 列出图 2-9 所示电路的节点方程。

解:从电路中可看出该电路有 4 个节点,选节点 4 为参考点,节点 1、2 和 3 的节点电压为 U_1 、 U_2 和 U_3 。

列方程:

$$\begin{aligned} (G_1 + G_5)U_1 - G_1 U_2 - G_5 U_3 &= I_{s1} - I_{s2} \\ -G_1 U_1 + (G_1 + G_2 + G_3)U_2 - G_3 U_3 &= 0 \\ -G_5 U_1 - G_3 U_2 + (G_3 + G_4 + G_5)U_3 &= I_{s2} \end{aligned}$$

以上 3 个方程的联立方程组为所求节点方程。

例 2.8 试用节点分析法求图 2-10 所示电路中的电压 U_{12} 。

解:在本题电路中,9V 电压源接在节点 1 和参考点 3 之间,显然节点电压 U_1 等于 9V,不再是未知量,不必对节点 1 列节点方程。只需对节点 2 列方程。列得节点方程为:

$$\begin{aligned} U_1 &= 9 \\ -0.5U_1 + (0.5 + 1)U_2 &= 3 \end{aligned}$$

解得: $U_2 = 5V$

$$U_{12} = U_1 - U_2 = 9 - 5 = 4V$$

列方程时注意,各电导为相应电阻的倒数。

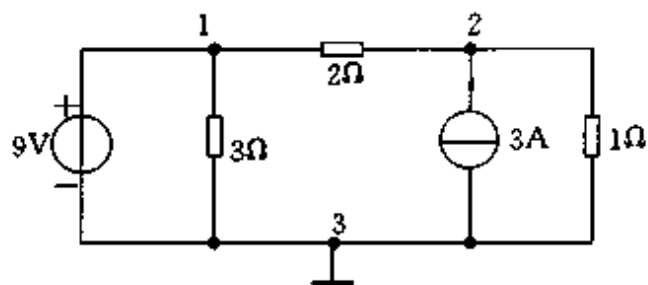


图 2-10 例 2.8

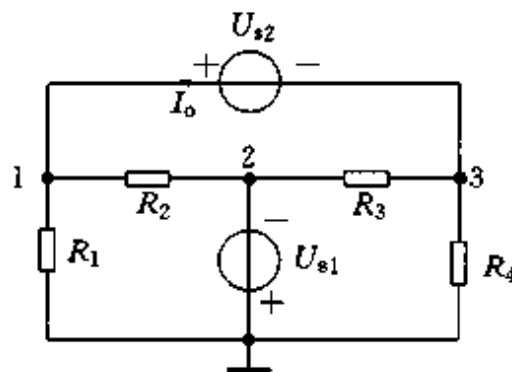


图 2-11 例 2.9

例 2.9 电路如图 2-11 所示,试列节点方程。

解:该电路中电压源 U_{s2} 两端均不为参考点,由于节点方程实质上是 KCL 方程,因此在列节点 1 和节点 3 的方程时应把流过电压源 U_{s2} 的电流考虑在内,并和电流源电流一样写在等号右边。

设流过电压源 U_{s2} 的电流为 I_o ,参考方向如图所示。列出节点方程如下:

$$\text{节点 1:} \quad \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U_1 - \frac{1}{R_2} U_2 = I_o$$

$$\text{节点 2:} \quad U_2 = -U_{s1}$$

$$\text{节点 3:} \quad -\frac{1}{R_3} U_2 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) U_3 = -I_o$$

$$\text{补充方程:} \quad U_1 - U_3 = U_{s2}$$

由于方程中多出一个未知数 I_o ,因此需要列 1 个补充方程。此补充方程表示了由 U_{s2} 确定的 U_1 和 U_3 的约束关系。

例 2.10 试用节点法解例 2.2。

解:该电路含有受控源。列节点方程时对受控源的处理方法与对独立源的处理方法相同,但是还要增列受控源的控制量用节点电压表示的方程 $I_b = -U_e / r_{be}$ 。节点方程为

$$\left(\frac{1}{R_e} + \frac{1}{r_{be}} \right) U_e - \frac{1}{R_e} U_i = \beta I_b$$

$$\frac{1}{R_e} U_e = -\beta I_b$$

$$I_b = -\frac{U_e}{r_{be}}$$

解得

$$U_o = U_e = \frac{\beta R_e U_i}{(1 + \beta) R_e + r_{be}}$$

$$A_u = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\beta R_e}{(1 + \beta) R_e + r_{be}}$$

例 2.11 图 2-12 中各元件参数均为已知量,求节点电压 U_A 。

解:对图 2-12 所示电路可列出节点方程

$$U_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R} \right) - \frac{1}{R_1} U_{s1} - \frac{1}{R_2} (-U_{s2}) = I_{s1} - I_{s2}$$

得

$$U_A = \frac{\frac{U_{s1}}{R_1} - \frac{U_{s2}}{R_2} + I_{s1} - I_{s2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} \quad (2.7)$$

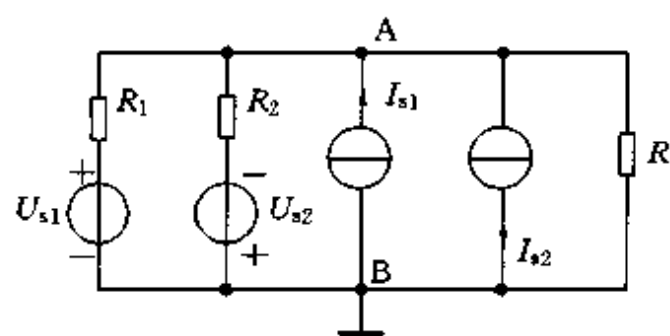


图 2-12 例 2.11

图 2-12 所示电路是在两个节点 A、B 之间接若干支路, 这些支路可能是电阻, 电流源, 也可能是电阻与电压源的串联。A、B 间的电压可用式 (2.7) 表示。请读者自行总结出由电路直接写出 U_A 表达式的规律 (包括分子、分母的构成及各项正、负号的确定)。

2.4 叠加定理

2.4.1 齐次性和叠加性

由独立源和线性元件组成的电路称为线性电路, 线性电路中响应和激励存在着线性关系, 即满足齐次性和叠加性。

2.4.1.1 齐次性

线性电路中如果只有 1 个独立源则响应和激励成正比, 这种性质称为齐次性或比例性。读者很容易自行验证。

2.4.1.2 叠加性

线性电路中如果有多个独立源, 多个独立源共同作用时的响应为每个激励单独作用时产生的分响应之和, 这种性质称为叠加性。下面以图 2-13 所示电路, 说明线性电路的叠加性。

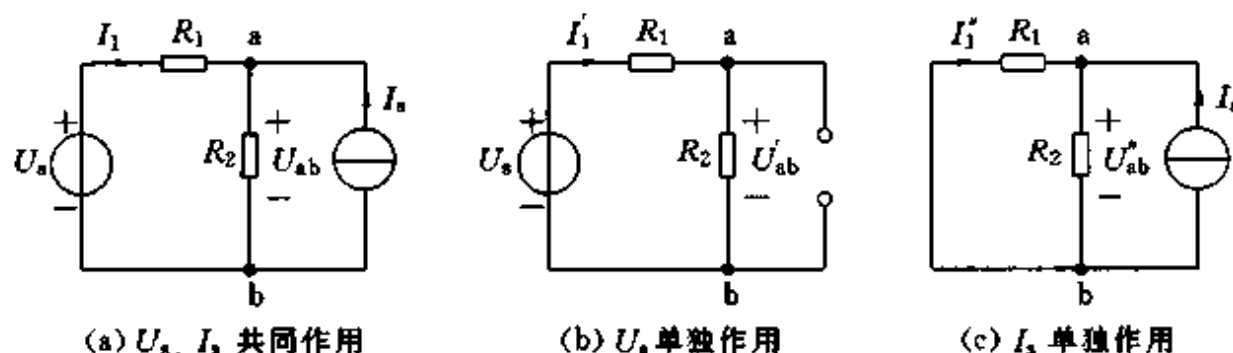


图 2-13 叠加定理用图

由式 (2.7) 可得

$$U_{ab} = \frac{\frac{U_s}{R_1} + I_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

从上式可以看出电压 U_{ab} 由两项组成, 其中第一项是当 $I_s = 0$ 时, 电压源单独作用的结果, 它与 U_s 成正比关系, 第二项是当 $U_s = 0$ 时, 电流源单独作用的结果, 它与 I_s 成线性关系。 U_{ab} 是以上两项电压的叠加。电路中其他各处的电压和电流也具有相同的性质, 这就是叠加性。

2.4.2 叠加定理

线性电路的叠加性常以定理的形式来表达,定理可表述为:在线性电路中若存在多个独立源共同作用,电路中任一支路上的电压和电流可看成是每一个独立源单独作用时,在该支路上产生的电压或电流的代数和。当某一独立源单独作用时,其他独立源应为0值,即独立电压源用短路线代替;独立电流源用开路代替。

叠加定理说明了线性电路中各个独立信号源的作用是彼此独立的,即各个独立信号源在线性电路中产生的响应与电路中其他独立信号源的存在与否无关。

应用叠加定理要注意以下几个问题:

1. 当一个独立源单独作用时,除其他独立源应该为0值外,须保持电路参数及其结构不变,注意受控源不能单独作用。

2. 叠加定理只适用于计算线性电路的电流和电压,而不适用于功率的计算,因为某一元件上的功率不等于各独立源单独作用时在该元件上所产生的功率之和,如图2-13(a)电路中电阻 R_1 上的功率为

$$P = I_1^2 R_1 = (I_1' + I_1'')^2 R_1 = (I_1')^2 R_1 + 2I_1' I_1'' R_1 + (I_1'')^2 R_1 \neq (I_1')^2 R_1 + (I_1'')^2 R_1$$

式中 I_1' 和 I_1'' 分别为 U_s 和 I_s 单独作用时流过 R_1 上的电流 I_1 (参见图2-13)。

3. 在用叠加定理时还必须注意各个分响应与总响应的参考方向和参考极性的一致性。

2.4.3 例题

例2.12 用叠加定理求图2-13(a)中的 U_{ab} 。

首先由电压源 U_s 单独作用,为了保证 I_s 为0值,其所在支路用开路代替,如图2-13(b)所示,此时ab两端的电压用 U'_{ab} 表示。显然

$$U'_{ab} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s$$

第二步,由电流源 I_s 单独作用。为保证 U_s 为0值,电压源 U_s 用短路线代替,如图2-13(c)所示。此时ab两端的电压用 U''_{ab} 表示。显然

$$U''_{ab} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

最后叠加得

$$U_{ab} = U'_{ab} + U''_{ab} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

结果与用式(2.7)计算的结果相同。

例2.13 电路如图2-14(a)所示,利用叠加定理求 I_x 和 U_{ab} 。

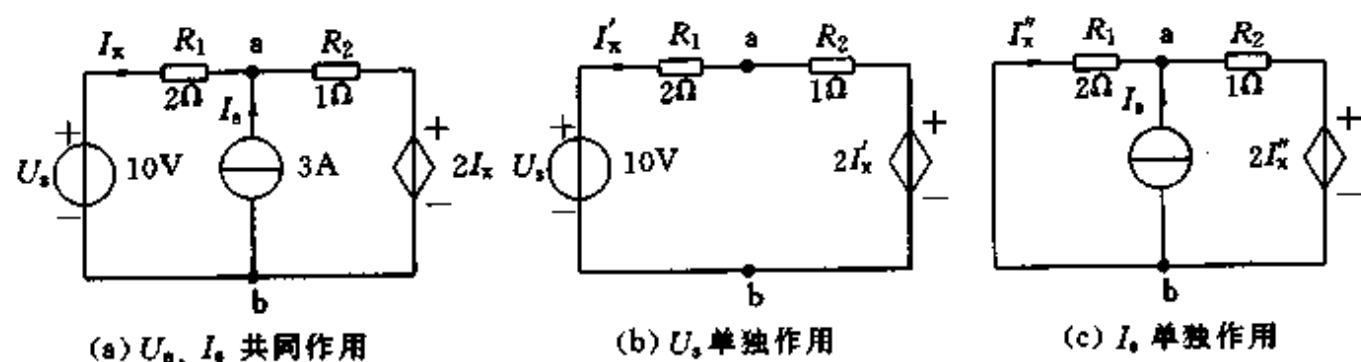


图2-14 例2.13

解: (1) 电压源 U_s 单独作用,如图2-14(b)所示。

由

$$(R_1 + R_2)I'_x + 2I'_x = U_s$$

得

$$I'_x = \frac{U_s}{R_1 + R_2 + 2} = \frac{10}{2 + 1 + 2} = 2\text{A}$$

$$U'_{ab} = R_2 I'_x + 2I'_x = 3I'_x = 6\text{V}$$

(2) 电流源 I 单独作用, 如图 2-14(c) 所示。

由

$$R_1 I'_x + (I_s + I'_x)R_2 + 2I'_x = 0$$

得

$$I'_x = -\frac{R_2 I_s}{R_1 + R_2 + 2} = -\frac{1 \times 3}{2 + 1 + 2} = -0.6\text{A}$$

$$U''_{ab} = -R_1 I'_x = -2 \times (-0.6) = 1.2\text{V}$$

电压源和电流源共同作用:

$$I_x = I'_x + I''_x = 2 + (-0.6) = 1.4\text{A}$$

$$U_{ab} = U'_{ab} + U''_{ab} = 6 + 1.2 = 7.2\text{V}$$

为避免错误, 最好每个独立源单独作用时, 都画一张该独立源单独作用下的电路图, 并尽可能使各电压、电流的参考方向与原电路一致。

〈操作与应用〉 复杂直流电路故障检查

[目的] 学习用测量节点电压的方法检查电路故障。

[内容] 参考电路如图 2-15 所示, 电路中设有故障。通过测量各节点电压检查电路故障, 并将故障排除。图中 1 和 1'、2 和 2'、……7 和 7' 表示各元件引线端点; A、B、……H 为实验板接线端子。

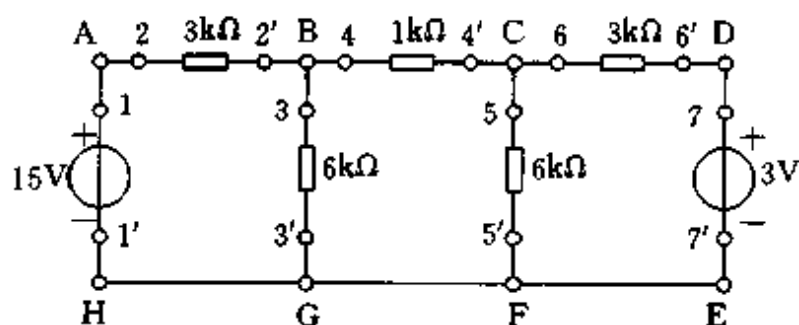


图 2-15 一个复杂直流电路

[说明]

1. 在讲述节点法时已说明只要选定参考点, 节点电压确定后, 所有支路两端电压随之确定。由此原理可根据各节点电压的数值来查找电路故障。用测量节点电压检查故障时注意: 首先用欧姆表测量 H、G、F、E 及 1'、3'、5'、7' 各点之间是否电阻为 0。保证所有接地点都牢固接在一起。然后打开电源, 测量 A 和 D 两点电位是否分别是 15V 和 3V, 保证电源正常接入电路。最后测量其他各节点电压, 根据各节点电压测量值判断电路是否有故障及故障原因。

2. 可事先假设一些故障, 计算出出现这些故障时各节点的电压, 以备在检查故障时对照比较, 迅速找出故障原因。

2.5 等效电路的概念 等效电阻

利用网孔法和节点法可以减少未知数的数目, 从而减少联立方程的个数, 使电路计算得到简化。如果只求解电路中某一个元件的电压和电流时, 这两种方法也需要对所有的网孔电流和节点电压列方程, 使用起来不够便捷。利用等效电路变换的方法可以从另一个途径简化电路的

计算。

2.5.1 等效电路的概念

图 2-16(a)、(b)表示两个电阻网络 N_1 和 N_2 , 它们各有一对端钮 a、b 与外电路连接。网络内部没有独立源故称为无源二端网络。 N_1 由 3 个电阻串联而成, N_2 只有 1 个电阻, 显然 N_1 和 N_2 内部结构完全不同。

根据 KVL 和欧姆定律, N_1 端钮上的电压和电流关系为

$$U = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I \quad (2.8)$$

同理, N_2 端钮上电压电流关系为

$$U = R_0 I \quad (2.9)$$

如果

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3 \quad (2.10)$$

则式(2.8)和式(2.9)完全相同。这就是说只要式(2.10)成立, N_1 和 N_2 两个网络在端钮上的电压和电流关系完全相同, 我们说 N_1 与 N_2 有相同的伏安关系。

任意一个二端网络 M 通过 a、b 与 N_1 相连接, M 除满足其内部各元件的伏安关系和基尔霍夫定律外, 端钮上的电压电流应满足式(2.8); M 通过 a、b 与 N_2 相连接, M 除满足其内部元件的伏安关系和基尔霍夫定律外, 端钮上的电压电流应满足式(2.9), 如果式(2.8)与式(2.9)完全相同, 则 M 接 N_1 和 M 接 N_2 , M 中各元件电压、电流之间应满足的所有关系式完全相同, 必然有相同的解答。这就是说如果 N_1 与 N_2 伏安关系完全相同, 任意外电路 M 接 N_1 与接 N_2 有相同的效果, 我们说 N_1 与 N_2 是等效电路或说 N_1 与 N_2 等效。

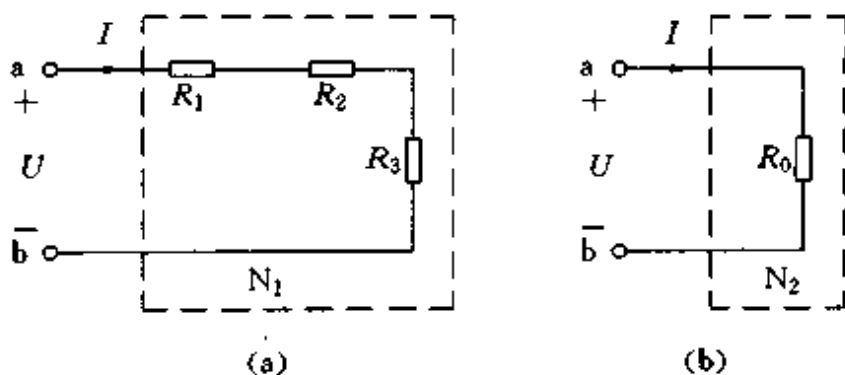


图 2-16 电阻串联电路的等效电阻

2.5.2 等效电路的定义

如果一个二端网络 N_1 的伏安关系和另一个二端网络 N_2 的伏安关系完全相同, 则这两个二端网络便是等效的, 尽管这两个网络可以具有完全不同的结构, 但对任一外电路 M 它们有完全相同的影响, 没有丝毫区别。

就等效电路的定义做如下重要说明: 判断两个网络是否是等效电路, 就看它们是否有相同的伏安关系, 即在相同的参考方向下, 分别写出两个网络的伏安关系表达式或画出两者的伏安特性曲线加以比较, 判断是否相同。特别注意端钮上的电压和电流要采用相同的参考方向。

等效电路必须对于任意外电路有相同的影响。在图 2-17(a)、(b)中电阻 R 分别与一个 1A 的电流源和一个 1V 的电压源相接。当 R 为 1Ω 时它在(a)、(b)两个图中有相同的电压和电流, 但 R 为 2Ω 时它在(a)与(b)两个图中的电压和电流不再相同。即 1A 电流源和 1V 电压源对于 2Ω 电阻的外电路不再有相同的影响, 因此他们不是等效电路。原因是它们的伏安关系不相同, 只有伏安关系相同时对任意外电路才有相同的影响。

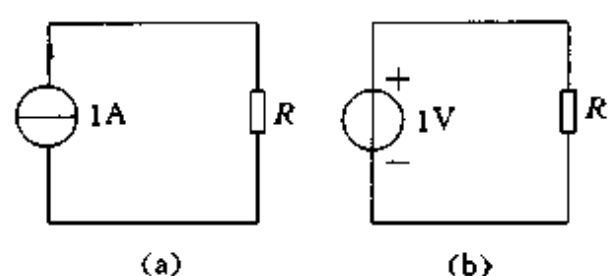


图 2-17 电流源和电压源接同一电阻 R

需要特别强调的是,所谓等效是对外电路等效。由于等效电路 N_1 与 N_2 的结构不同,其内部的电压和电流自然也不尽相同,因此一般来说对内不等效。

2.5.3 电阻串并联的等效电阻

如前所述,如果一个电阻 R_0 等于 3 个串联电阻 R_1 、 R_2 和 R_3 之和,则 R_0 和这三个电阻串联支路等效。

R_0 称为等效电阻。

不难得出 n 个电阻串联时等效电阻公式为

$$R_0 = R_1 + R_2 + \cdots R_n \quad (2.11)$$

图 2-18(a)中的 N_1 由 3 个电阻并联而成,图 2-18(b)中的 N_2 是一个电阻 R_0 。 N_1 与 N_2 端钮上的电压 U 和电流 I 都取关联参考方向,已在图中标出。

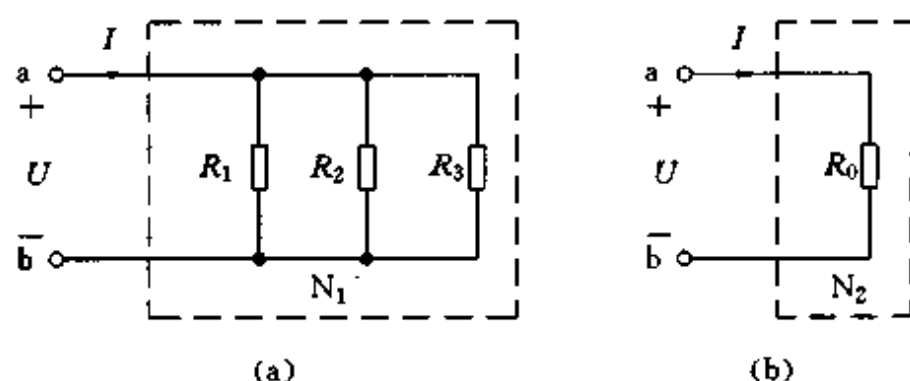


图 2-18 电阻并联电路的等效电阻

由 KCL 和欧姆定律, N_1 的伏安关系为:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U \quad (2.12)$$

N_2 的伏安关系为

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{1}{R_0} U \quad (2.13)$$

如果

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (2.14)$$

则 N_1 与 N_2 为等效电路, R_0 称为 R_1 、 R_2 和 R_3 的并联等效电阻。不难得出 n 个电阻并联的等效电阻公式为

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \frac{1}{R_n} \quad (2.15)$$

用电导表示为

$$G_0 = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots G_n \quad (2.16)$$

G_0 称为并联等效电导。如果只有两个电阻 R_1 和 R_2 并联,等效电阻为

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.17)$$

2.5.4 利用串并联电阻等效公式化简电路

利用电阻的串并联等效可以把由许多电阻构成的网络化简后计算。举例如下:

例 2.14 求图 2-19(a)所示电路 ab 端及 cd 端的等效电阻。

解:求 ab 端等效电阻,就是把给定电路看成是以 ab 为端钮的二端网络,并找到一个电阻

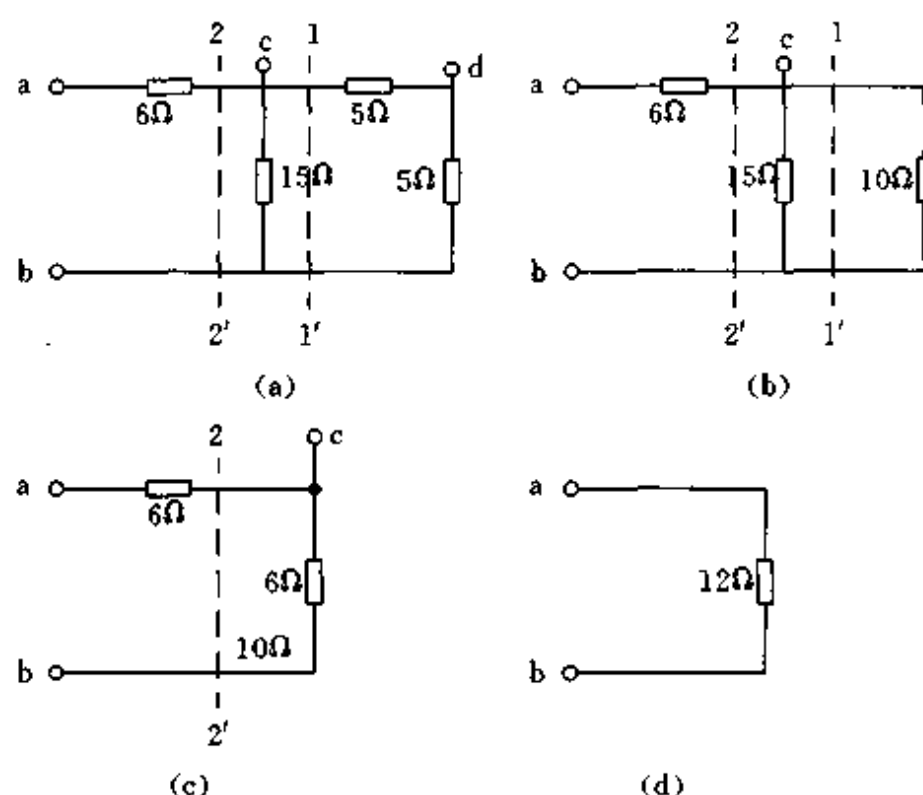


图 2-19 例 2.14

R_{ab} , 使该二端网络的伏安关系与 R_{ab} 的伏安关系相同。利用等效串联电阻公式和等效并联电阻公式, 用逐步等效的方法可以求得 R_{ab} , 做法如下: 由于 ab 为网络的端钮, cd 两端不与外电路相接, 显然 2 个 5Ω 电阻流过相同的电流, 是相互串联的。根据式 (2.11) 虚线 1—1' 右侧的电路可由 1 个 10Ω 的等效电阻代替, 如图 2-19(b) 所示。图 (b) 中 15Ω 电阻和 10Ω 电阻联接在同一个节点对之间, 是并联的。根据式 (2.17) 虚线 2—2' 右侧电路可用 1 个 6Ω 等效电阻代替, 如图 2-19(c) 所示。图 (c) 中 2 个 6Ω 电阻显然是串联的, 等效 1 个 12Ω 电阻, 如图 2-19(d) 所示。即

$$R_{ab} = 12\Omega$$

整个等效过程可用一个算式表示:

$$R_{ab} = 6 + \frac{(5+5) \times 15}{(5+5) + 15} = 12\Omega$$

下面求 cd 端的等效电阻。

由于 ab 端不与外电路相接, ab 间为开路。 6Ω 电阻中无电流流过, 在写 cd 端伏安关系时 6Ω 电阻不起作用。 15Ω 电阻与图中右侧 5Ω 电阻流过同一电流, 两者为串联。这两个相串联电阻又与 cd 端的 5Ω 电阻并联, 所以

$$R_{cd} = \frac{(15+5) \times 5}{(15+5) + 5} = \frac{20 \times 5}{25} = 4\Omega$$

二端网络的等效电阻也称为二端网络的输入电阻, 记为 R_i 。因此 R_{ab} 和 R_{cd} 分别为图 2-19(a) 的 ab 端输入电阻和 cd 端输入电阻。一般来讲, 同一电路不同端钮的输入电阻是不相同的, 因为从不同的端钮看时, 电路中各电阻的串并联关系是不相同的。

例 2.15 求图 2-20(a) 所示电路 ab 端的输入电阻。

解: 图 (a) 中 cd 间有一条连线, 这条连线上没有元件, 是 cd 间的短路线, 它使 cd 两点等电位, c 、 d 实际上是同一节点, 把 c 与 d 合并成一点, 得到如图 2-20(b) 所示的电路。对图 (b) 可逐步等效, 得到 ab 端等效电阻 R_{ab} , 其等效过程如图 2-20(b)(c)(d) 所示。算式为

$$R_{ab} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} + \frac{3 \times 6}{3 + 6} + 8 = 15\Omega$$

求等效电阻时注意以下几点, 可给计算带来方便。

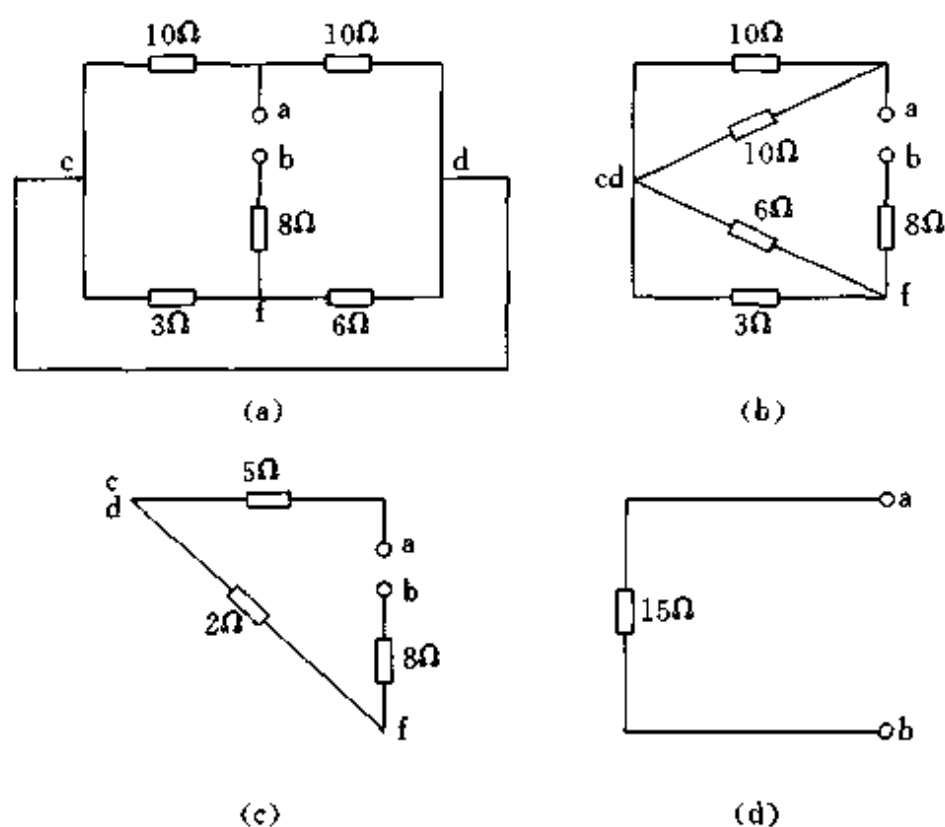


图 2-20 例 2.15

- (1) 把同一短路线连接的点合并成一点。
- (2) 在不改变电路连接关系的情况下,可移动元件在图中的位置,以便观察串并联关系。
- (3) 看清串并联关系的电阻可立即用等效电阻代替,使电路简化,便于发现新关系。这样逐步化简,直到化简为一个电阻。

例 2.16 已知图 2-21(a)是电信传输线路的等效网络,试求发送端和接收端的电流。

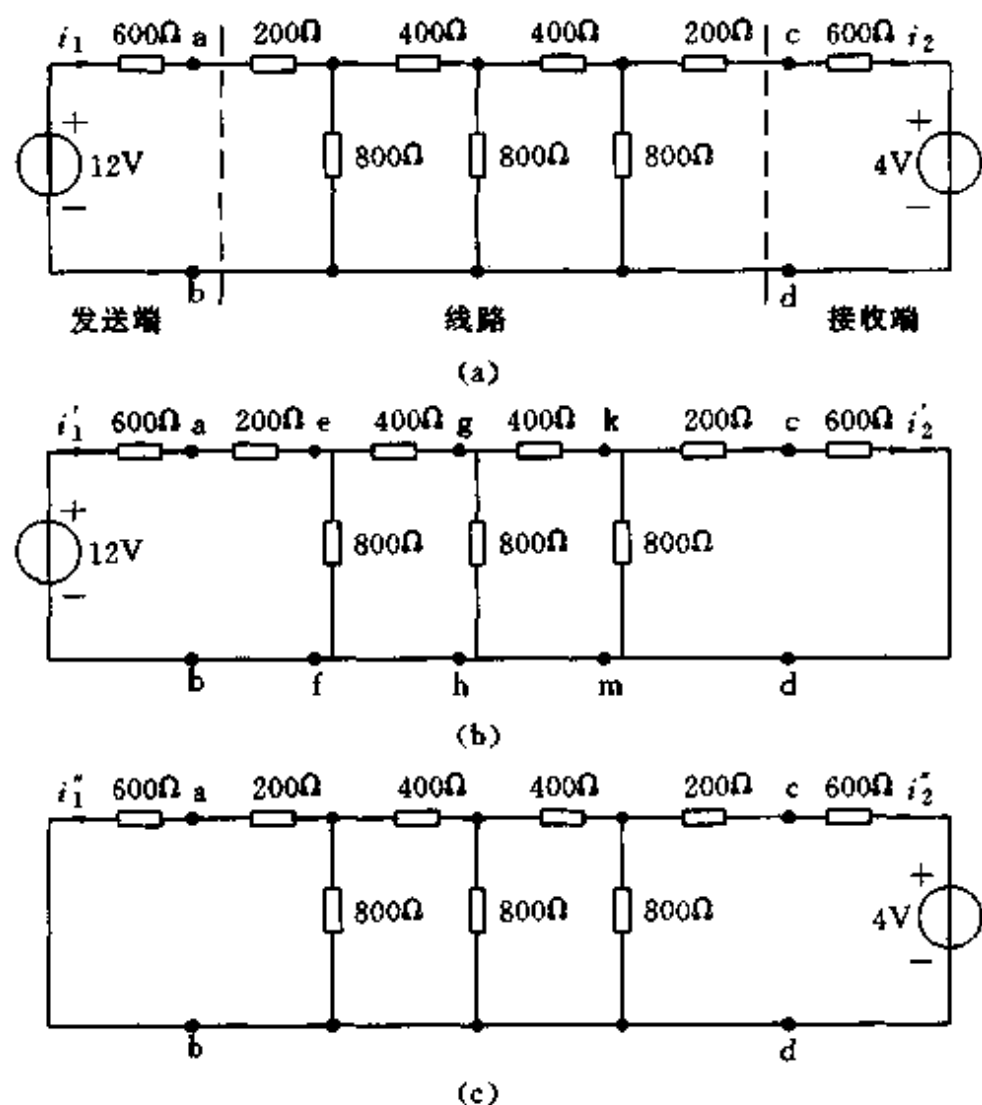


图 2-21 例 2.16

解：由于网络的对称性，用叠加定理比较方便。

(1) 12V 电压源单独作用时，电路如图(b)所示。图(b)中电压源接一个由电阻构成的二端网络，由串并联等效公式不难看出

$$R_{ef} = R_{gh} = R_{km} = 400\Omega$$

可解得发送端电流

$$i_1' = \frac{12}{600 + 200 + 400} = 0.01\text{A}$$

接收端电流

$$i_2' = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times i_1' = 0.00125\text{A}$$

(2) 4V 电压源单独作用，如图(c)所示。可求得

$$i_2'' = \frac{4}{600 + 200 + 400} = 0.00333\text{A}$$

$$i_1'' = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times i_2'' = 0.00042\text{A}$$

(3) 叠加

发送端电流

$$i_1 = i_1' - i_1'' = 0.00958\text{A} = 9.58\text{mA}$$

接收端电流

$$i_2 = i_2' - i_2'' = -0.00208\text{A} = -2.08\text{mA}$$

2.6 T 型网络和 Π 型网络的等效变换

上节我们用电阻串并联公式对电阻构成的二端网络进行化简。有时也会遇到用电阻串并联公式无法化简的电路。请看下面的例子。

为了要计算图 2-22 中的电流 I ，我们希望求出 ab 端等效电阻 R_{ab} 。但图中 5 个电阻之间既没有串联关系也没有并联关系，如何对 ab 两端右侧电路进行化简求出 R_{ab} 呢？应用 T 型网络和 Π 型网络的等效变换可以解决这个问题。

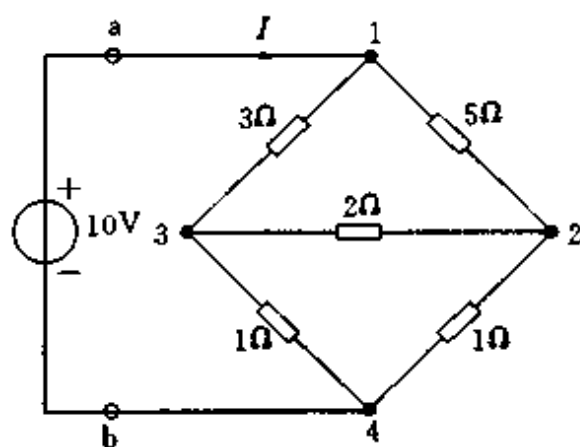


图 2-22 例 2.17

2.6.1 T 型网络和 Π 型网络的等效变换

T 型网络和 Π 型网络是两种结构简单的三端网络，如图 2-23 所示，其中图(a)为 T 型网络，图(b)为 Π 型网络，他们又分别称为星形(Y)形网络和三角形(Δ)网络。

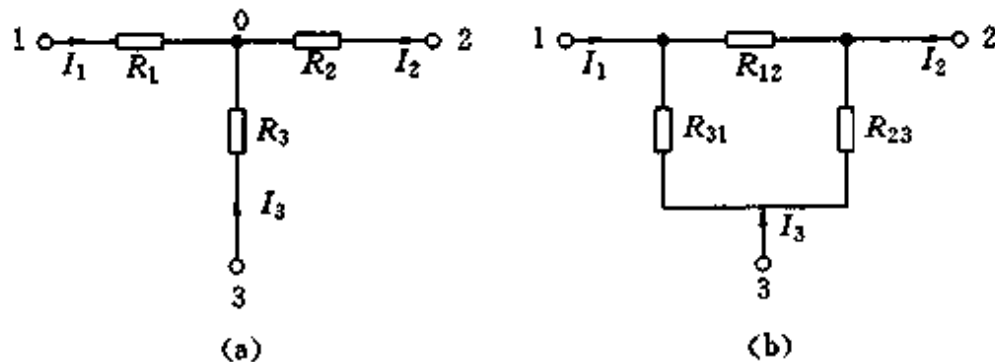


图 2-23 T 型网络和 Π 型网络

如果图(a)所示的 T 形网络和图(b)所示的 Π 形网络等效,当节点 3 开路时(a)、(b)两电路在 1、2 两端的等效电阻相同。根据串并联等效公式得:

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

同理:

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{31} + R_{12})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

由以上三式可解得:

$$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

(2.18)

还可解得:

$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1}$$

$$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$$

(2.19)

式(2.18)为 Π 形网络等效为 T 形网络的公式。可概括为

$$R_i = \frac{\text{接于端钮 } i \text{ 的两电阻乘积}}{\text{三电阻之和}}$$

式(2.19)为 T 形网络等效变换为 Π 形网络的公式。可概括为:

$$R_{mn} = \frac{\text{电阻两两乘积之和}}{\text{接在与 } R_{mn} \text{ 相对端钮的电阻}}$$

2.6.2 计算举例

例 2.17 求图 2-22 中的电流 I 。

解:由图 2-22 中可看出 5Ω 、 2Ω 和 3Ω 电阻构成一个 Δ 网络,如将其化为等效的 Y 形网络,如图 2-24 (a)所示,就可以用电阻串并联等效公式逐步化简为图 2-24 (b)(c)(d)。

图 2-24(a)中以 1、2 和 3 点为端钮的 Y 形网络中电阻值可用式(2.18)求出:

$$R_1 = \frac{3 \times 5}{3 + 5 + 2} = 1.5\Omega$$

$$R_2 = \frac{2 \times 5}{3 + 5 + 2} = 1.0\Omega$$

$$R_3 = \frac{2 \times 3}{3 + 5 + 2} = 0.6\Omega$$

由图 2-24(d)可计算得

$$I = \frac{10}{2.39} \approx 4.18\text{A}$$

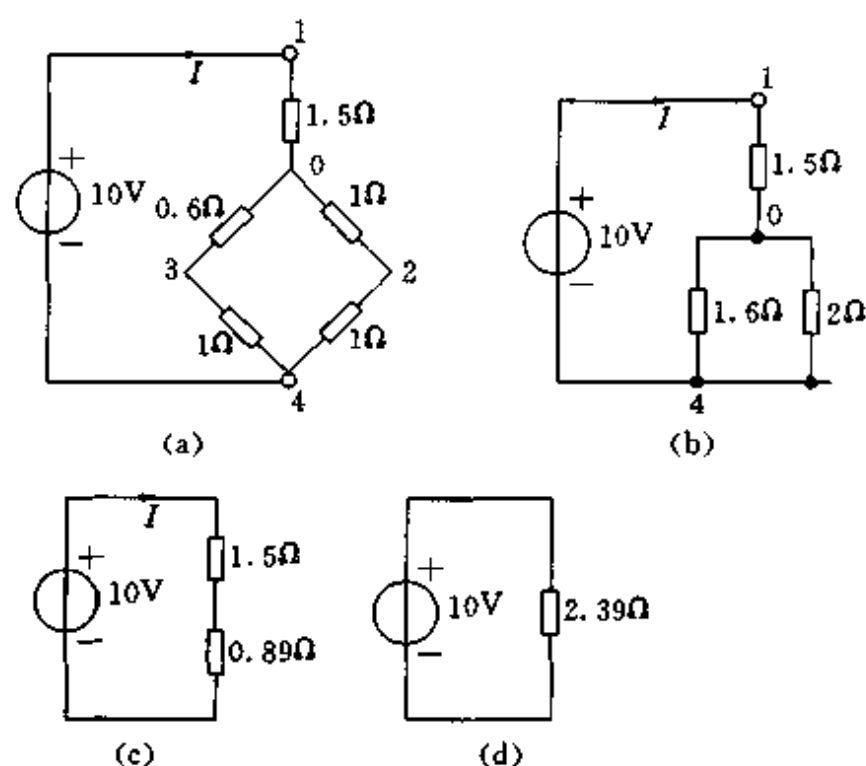


图 2-24 例 2.17 用图

2.6.3 电桥电路

需要进行 T 形网络和 Π 形网络等效变换的电路中常包含电桥电路。电桥电路是由 4 个电阻连成 1 个闭合回路(四边形)。四边形的两个对角线上, 分别接 1 个电源和电阻, 如图 2-25 所示。电路中的 4 个电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 和 R_4 叫做电桥电路的 4 个臂。对角线上的电阻 R 叫作“桥”。

当 $\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$ 时流过 R 的电流为 0, R 两端电压也为 0, 叫做电桥平衡。电桥平衡时电阻 R 可以用开路代替, 也可以用短路线代替, 如图 2-26(a)(b) 所示。这时往往可直接应用串并联公式, 而不必作 T 形和 Π 形网络的变换。在含有“桥”的电路中应首先判断电桥是否平衡, 且不可盲目做 T 形网络和 Π 形网络的变换, 否则不但事倍功半还易出错。电桥不平衡时可用 T- Π 等效变换, 也可用节点分析法和网孔分析法等其他方法计算。

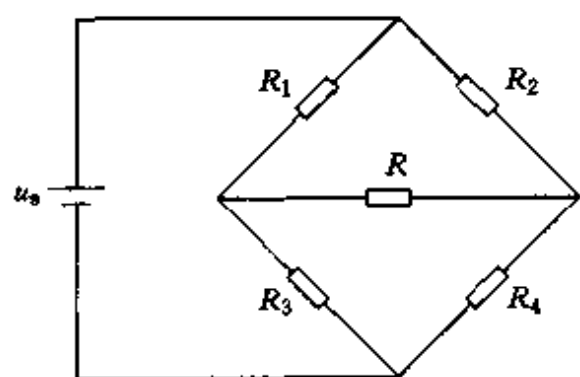


图 2-25 电桥电路

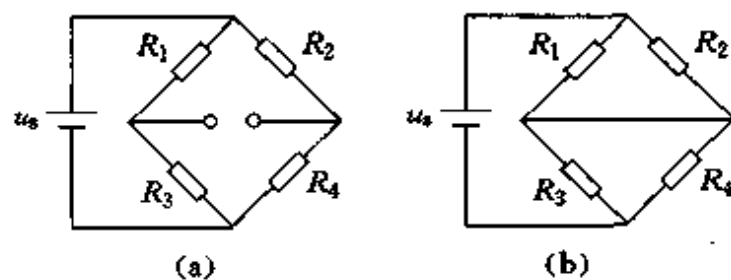


图 2-26 电桥平衡时等效电路

电桥平衡时 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 中任意一个可由其他三个导出, 这就是电桥测量电阻的原理。用欧姆表测量电阻虽然比较简单, 但准确度不高。要做更精确的测量, 常常采用电桥来测量电阻。

2.7 含独立源电路的等效变换

2.7.1 两个元件串并联等效规律

2.7.1.1 两个电压源串联

两个电压源串联,如图 2-27(a)所示,由 KVL 可知串联后端钮上的电压 $u = u_{s1} + u_{s2}$ 与电流 i 无关。电流 i 可取任意值,其大小由外电路决定。因此图 2-27(a)所示的两个电压源串联电路与图 2-27(b)所示的单个电压源等效,只要满足:

$$u_s = u_{s1} + u_{s2} \quad (2.20)$$

以上等效关系可以推广到多个电压源串联以及电压源各种不同极性串联的情况。

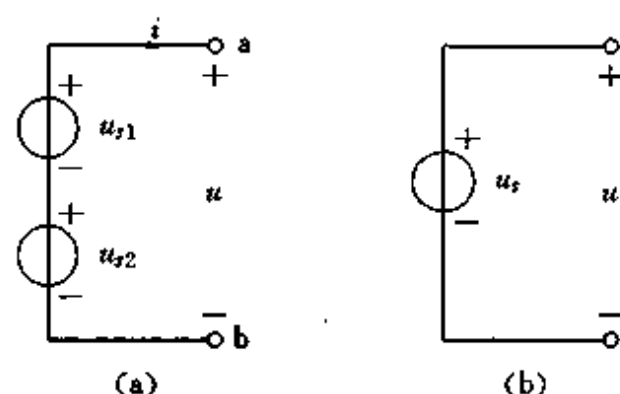


图 2-27 2 个电压源串联

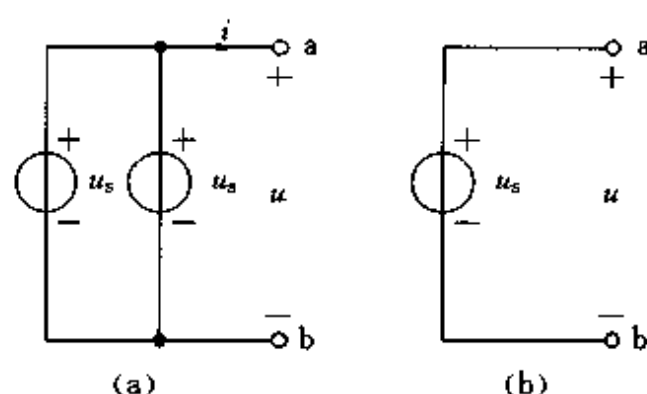


图 2-28 两个电压源并联

2.7.1.2 两个电压源并联

2 个电压不同的电压源并联必然违背 KVL 是不允许的,只有两个相同的电压源做相同极性连接的并联才是允许的,如图 2-28(a)所示。由于并联后仍有端钮电压为 u_s ,端钮电流由外电路决定,因此与其中任何一个单个电压源等效,如图 2-28(b)所示。

2.7.1.3 两个电流源串联

两个不同电流的电流源串联必然违背 KCL。只有两个相同的电流源做电流方向一致的串联才是允许的,如图 2-29(a)所示。由于串联后端钮上的电流仍为每个电流源的电流,端钮的电压由外电路决定。故两个相同的电流源串联后与其中任何一个单个电流源等效,如图 2-29(b)所示。

2.7.1.4 两个电流源并联

两个电流源并联如图 2-30(a)所示,由 KCL 可知,两个电流源并联后端钮上的电流 $i = i_{s1} + i_{s2}$ 。端钮电压 u 可取任意值,大小由外电路决定。因此两个电流源并联后与如图 2-30(b)所示的一个单个电流源等效,只要满足:

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} \quad (2.21)$$

以上关系可以推广到多个电流源并联及各电流源电流取不同方向的并联。

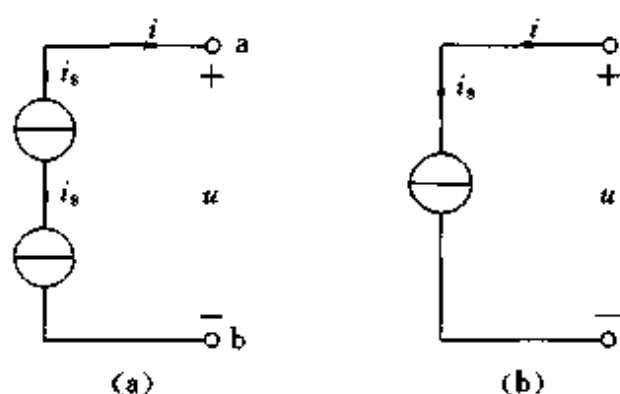


图 2-29 两个电流源串联

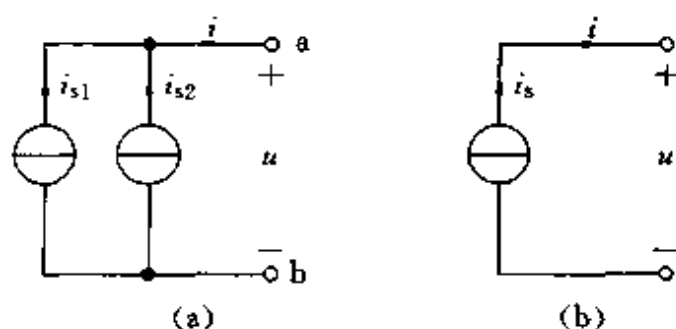


图 2-30 两个电流源并联

2.7.1.5 电压源与电流源并联及电压源与电阻并联

图 2-31 (a) 中 N' 可以是电流源也可以是电阻或其他任何允许接入的元件。不论 N' 是什么元件，端钮 ab 的电压 u 恒为 u_s ，而电流 i 可取任意值，由外电路决定。因此这个并联电路与电压源 u_s 本身等效，如图 2-31 (b) 所示。 N' 的存在与否对图 (a) 端钮 ab 上的电压 u 和电流 i 不产生影响，称为多余元件。但 N' 却影响电压源 u_s 的电流，因此在研究电压源本身的电流和功率时 N' 不再是多余的。 N' 不仅限于一个元件，也可以是一个二端网络。在实际生活中也是如此，各种家用电器都并联接在照明电源上使用。一般情况下，任一用电器接到照明电路上都相当于接在一个电压是 220V 的电压源上，而不必管照明电源上是否接有其他电器。电度表的读数与所有接入的电器有关。

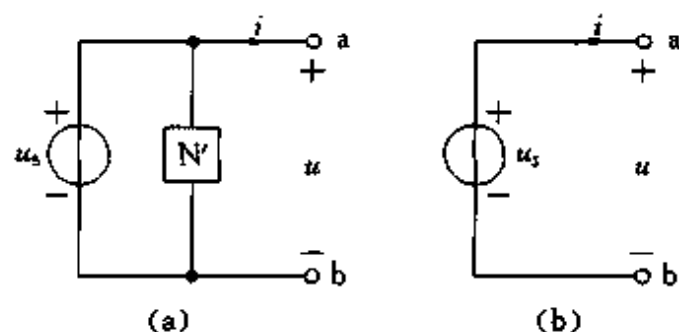


图 2-31 电压源与元件并联

2.7.1.6 电流源与电压源串联及电流源与电阻串联

图 2-32 (a) 中 N' 可以是电压源也可以是电阻和任何允许接入的元件。不论 N' 是什么元件，流过端钮 ab 的电流将保持 i_s ，电压可以是任意值，大小由外电路决定。因此图 2-32 (a) 所示的串联电路与电流源 i_s 本身等效。如图 2-32 (b) 所示。从端钮 ab 的伏安关系即从等效电路的角度来看 N' 是多余的，但是研究图 (a) 中电流源的电压时 N' 不能看作是多余的，因为它的存在将影响电流源两端的电压。

2.7.1.7 电压源与电阻串联及电流源与电阻并联

图 2-33 (a) (b) 分别表示电压源和电阻串联，电流源与电阻并联的电路，为得到它们的等效电路，写出两者的伏安关系。

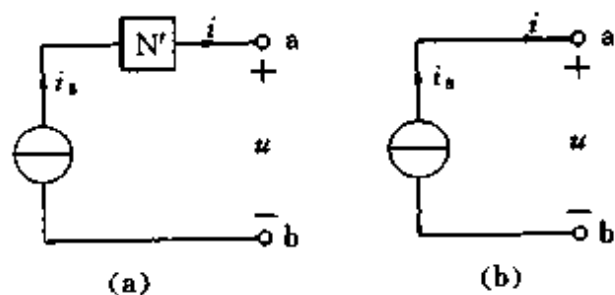


图 2-32 电流源与元件串联

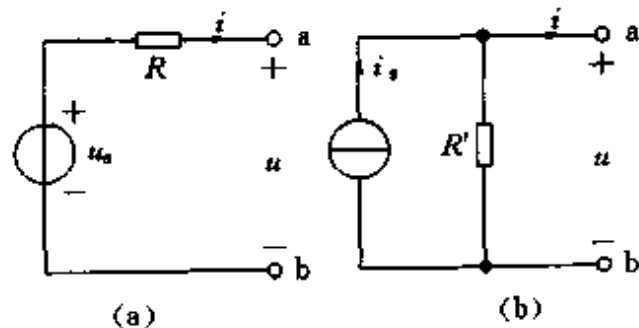


图 2-33 电压源与电阻串联和电流源与电阻并联

图(a)所示电路:
$$u = u_s - Ri \quad (2.22)$$

图(b)所示电路:
$$i = i_s - \frac{u}{R'} \quad (2.23)$$

以上二式与单个电压源, 单个电流源和单个电阻的伏安关系均不相同。因此图 2-33 中的两个电路不能再用单个元件等效。但满足一定条件下, 这两个电路可以相互等效。

把式(2.23)改写为:

$$u = R'i_s - R'i \quad (2.24)$$

比较式(2.22)和(2.24)得到两个电路等效的条件为:

$$R' = R \quad (2.25)$$

$$u_s = R'i_s \quad \text{或} \quad i_s = \frac{u_s}{R} \quad (2.26)$$

在电路分析中, 为了计算方便经常要根据式(2.25)和式(2.26)对图 2-33 中的两个电路相互进行变换。

2.7.2 实际电源的两种模型

第 1 章中已经指出, 图 2-33 所示电路可作为实际电源的模型, 一个实际电源既可用图(a)作其模型, 也可以用图(b)作其模型, 只是从不同角度反映了实际电源的对外表现。既然图(a)与图(b)可以做同一个电源的模型, 它们之间可以相互等效就不是偶然的。图 2-33 中图(a)叫作实际电源的电压源模型; 图(b)叫作实际电源的电流源模型。因此图(a)与图(b)的相互转换又称为实际电源两种模型的等效变换。

2.7.3 例题

例 2.18 求图 2-34(a)的电流源模型和图 2-34(b)电压源模型。

解: 图 2-34(a)的电流源模型如图 2-35(a)所示, 过程如下:

由式(2.26)和式(2.25)得: $I_s = \frac{U_s}{R} = \frac{10}{5} = 2\text{A}; R' = R = 5\Omega$

电流源电流的方向向下, 即电流源和原来电压源重叠时电流源电流由电压源负极指向正极, 保证变换前后开路的 U_{ab} 均为 -10V 。

图 2-34(b)的电压源模型如图 2-35(b)所示。由等效条件:

$$U_s = R'I_s = 4 \times 3 = 12\text{V}$$

$$R = R' = 4\Omega$$

电压源的极性应选择开路时 $U_{ab} = 12\text{V}$, 与原电路相同。

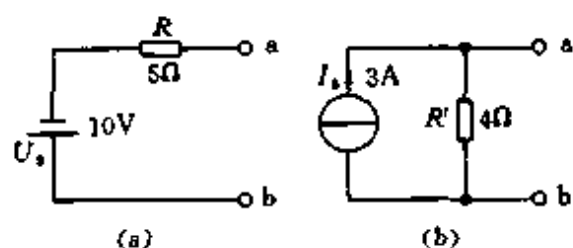


图 2-34 例 2.18

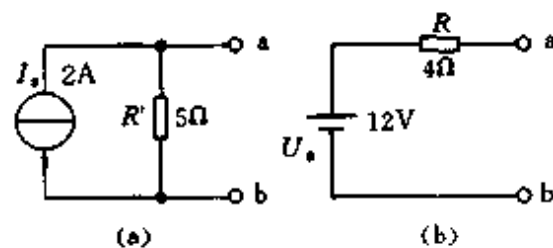


图 2-35 例 2.18 解答

例 2.19 化简图 2-36 所示电路。

所谓化简电路就是求给定电路最简单的等效电路。根据本节所讲的等效规律和电阻串并联公式逐步用等效的方法化简。本题化简顺序如图 2-36(b)(c)(d)(e)(f)所示。

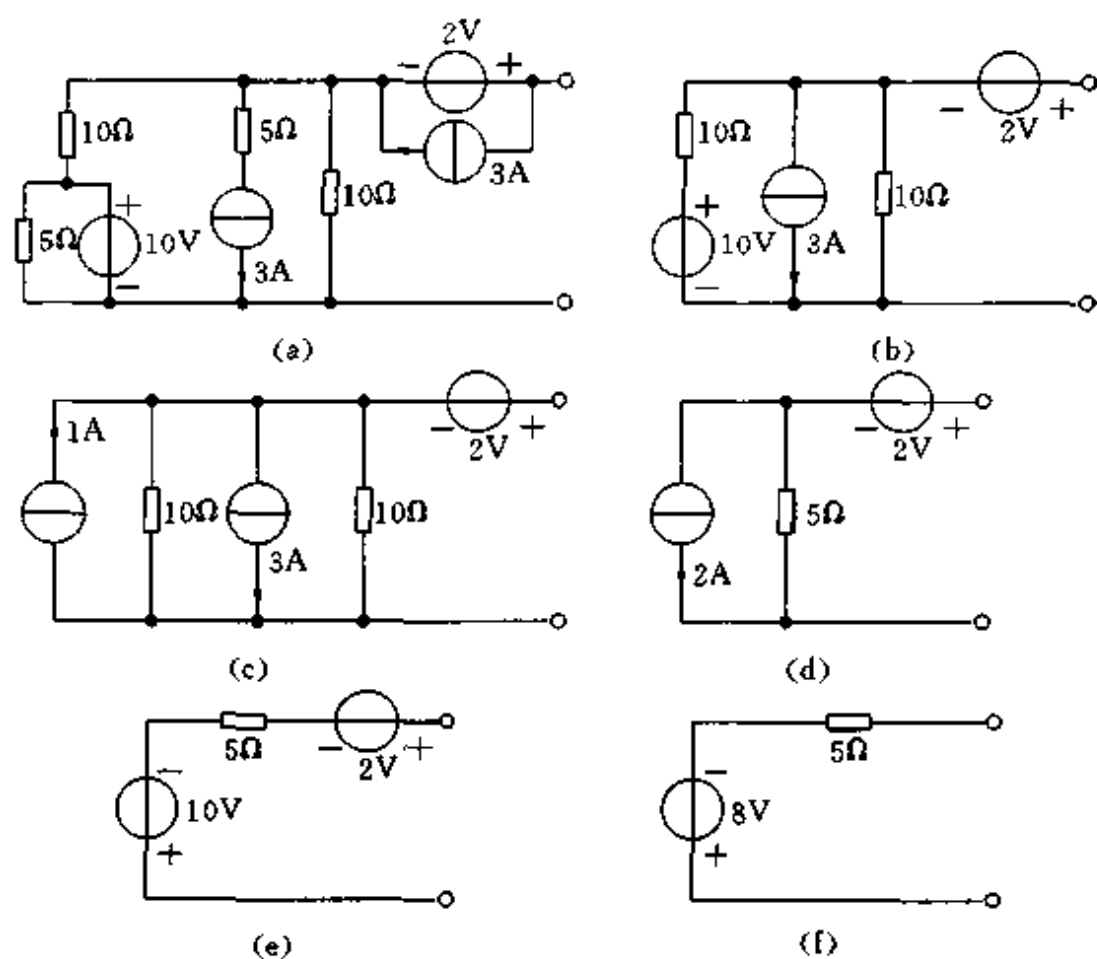


图 2-36 例 2.19

例 2.20 把图 2-37 (a) 中所示电路化简后求 9Ω 电阻上的电流。

解：可用逐步等效的方法，把虚线框内的 N_1 化简，如图 2-37 (b)、(c)、(d) 和 (e) 所示。由等效的概念可知在图 (e) 中算出的电流 i_L 和图 (a) 中的电流 i_L 相同。

$$i_L = \frac{4}{3+9} = \frac{1}{3} \text{ A}$$

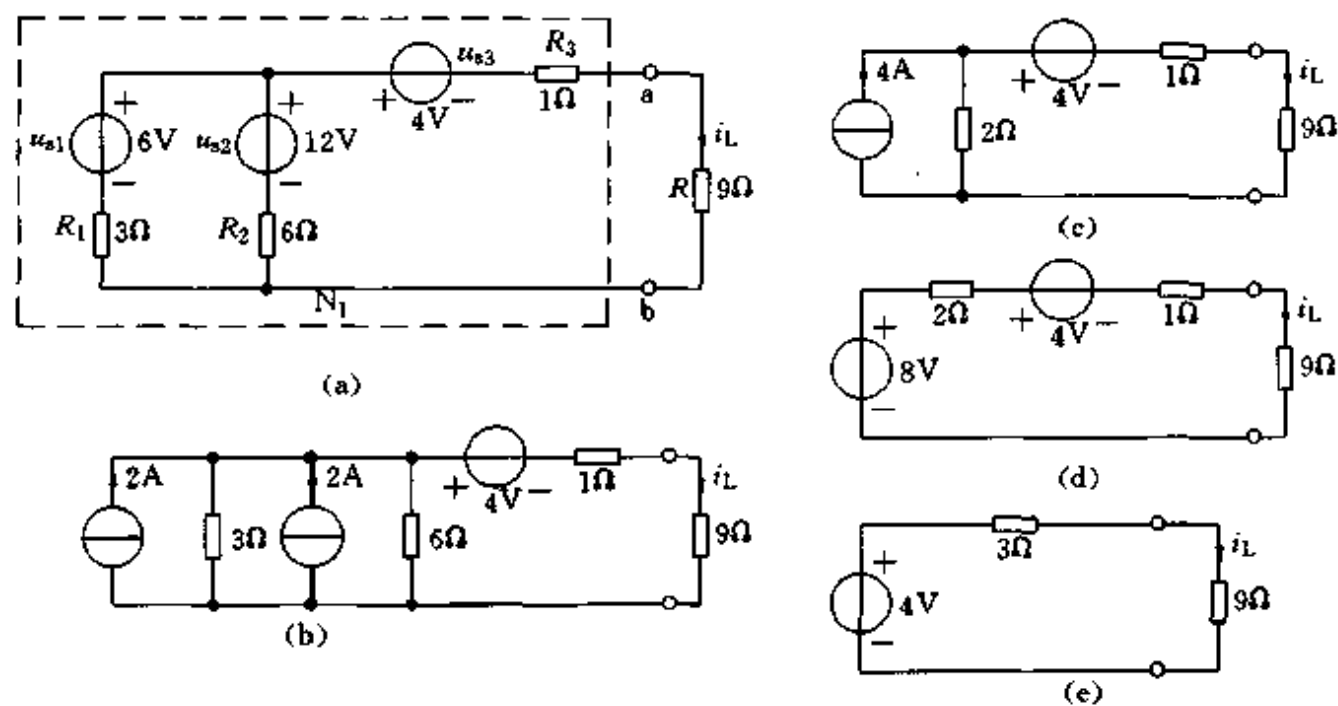


图 2-37 例 2.20

2.8 含受控源电路的等效变换

把上节各项等效关系中的独立源改为相应的受控源将会得到与独立源相同的结果，(读者可按上节推证思想自行验证，这里不再赘述)说明受控源可以当作独立源一样进行等效变换，

如图 2-38 所示, (a) 与 (b) 可相互等效。

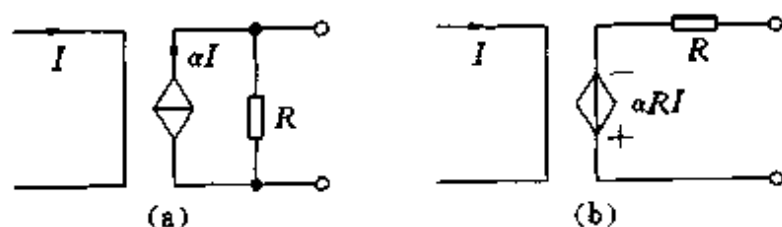


图 2-38 受控源的等效变换

例 2.21 化简图 2-39(a) 所示的电路。

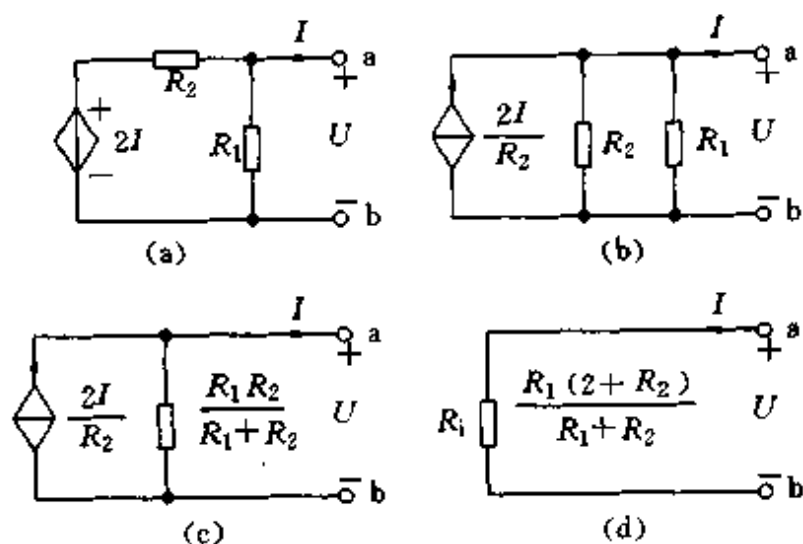


图 2-39 例 2.21

解: 首先仍用逐步等效的方法, 按图 (b) (c) 的顺序化简为如图 (c) 的电路。图 (c) 的电路看起来不能再化简了, 但为了检验一下它是否是最简单的等效电路, 写出其伏安关系,

$$U = \left(I + \frac{2I}{R_2} \right) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 (2 + R_2)}{R_1 + R_2} I \quad (2.27)$$

式 (2.27) 表示一个阻值为 $\frac{R_1 (2 + R_2)}{R_1 + R_2}$ 的电阻的伏安关系, 因此图 (c) 电路可继续化简为图 (d)。

图 (d) 中 $R_i = \frac{R_1 (2 + R_2)}{R_1 + R_2}$ 称为图 (a) 所示电路的等效电阻或输入电阻。也可由图 (a) 直接写出伏安关系, 由 KVL 可得:

$$\begin{aligned} U &= \left(I - \frac{U}{R_1} \right) \times R_2 + 2I \\ R_1 U &= R_1 R_2 I - R_2 U + 2R_1 I \\ R_i &= \frac{U}{I} = \frac{R_1 (2 + R_2)}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

由此得出图 (d)。

例 2.22 化简图 2-40(a) 所示电路。

解: 仍然先用逐步等效的方法进行化简, 由图 (a), 图 (b) ~ 图 (c)。从图上看, 图 (c) 的电路好像已不能再化简了, 还是写出其伏安关系来确定它是否是最简单的等效电路。由图 (c) 得:

$$\begin{aligned} U &= -4U + 8I + 10 \\ 5U &= 8I + 10 \\ U &= 1.6I + 2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

式 (2.28) 表示了图 2-40(d) 的伏安关系。因此图 (c) 还可以进一步简化为图 (d), 也可由图 (a) 直接写出伏安关系

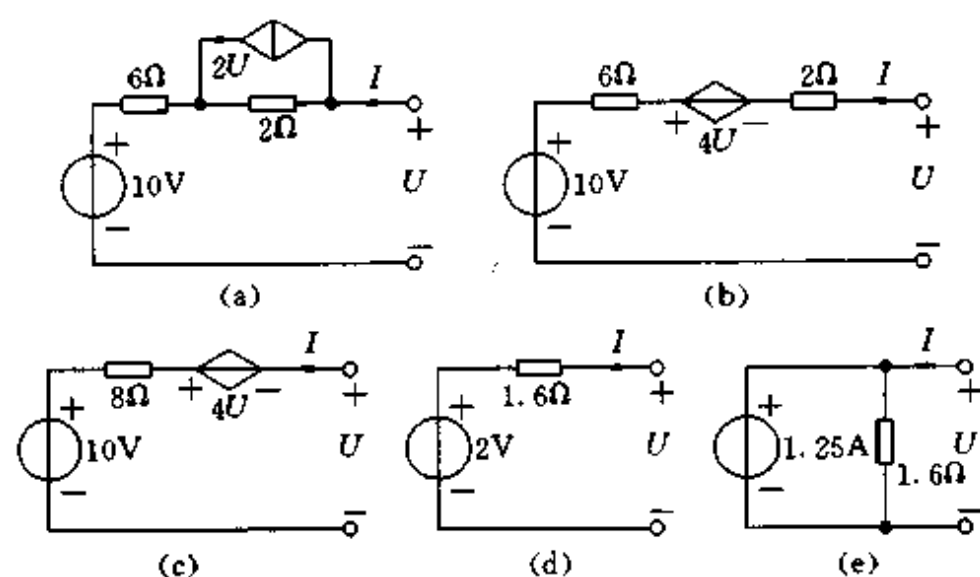


图 2-40 例 2.22

$$U = 2(I - 2U) + 6I + 10$$

$$5U = 8I + 10$$

$$U = 1.6I + 2$$

得到图(d)所示的等效电路,也可以用图(e)所示电路等效。

由以上两例题可看出:

(1) 一般来讲,只含受控源和电阻的二端网络和一个只含电阻的二端网络一样可等效为一个电阻;一个含受控源,电阻和独立源的二端网络和含电阻、独立源的二端网络一样可以用一个电压源串联电阻或电流源并联电阻的二端网络等效。

(2) 求含受控源的二端网络等效电路的基本方法是写出其端钮的伏安关系,根据伏安关系确定等效电路形式及元件参数。为方便起见,可先用逐步等效的方法对网络进行化简,直到能正确写出伏安关系。化简含受控源电路,要求结果中不再含受控源。

例 2.23 求图 2-3 所示共基极放大电路的输入电阻。

由

$$U_i = -R_e I_e - r_{be} I_b$$

$$I_e = I_b + \beta I_b$$

得

$$U_i = -R_e I_e - \frac{r_{be}}{1 + \beta} I_e$$

对该放大电路而言 U_i 和 I_e 为非关联参考方向,故

$$R_i = -\frac{U_i}{I_e} = R_e + \frac{r_{be}}{1 + \beta}$$

另外注意,化简电路的过程中不要把受控源的控制量化简掉,使化简难于继续进行。含受控源和电阻的二端网络的输入电阻有可能是一个负电阻。负电阻可由电子电路来实现,它对外电路提供能量,此能量来自电子电路的电源。

〈操作与应用〉 电源内阻对带负载能力的影响

[目的]

了解电源内阻大小与带负载能力的关系。

[内容]

参考电路图 2-41(a)(b)分别表示内阻为 10Ω 和 $10k\Omega$ 的电源接负载的情况,在依次接通开关 K_1, K_2, K_3 的情况下分别测量(a)(b)两图中的 U_o ,加以比较,说明两者的带负载能力。

[说明]

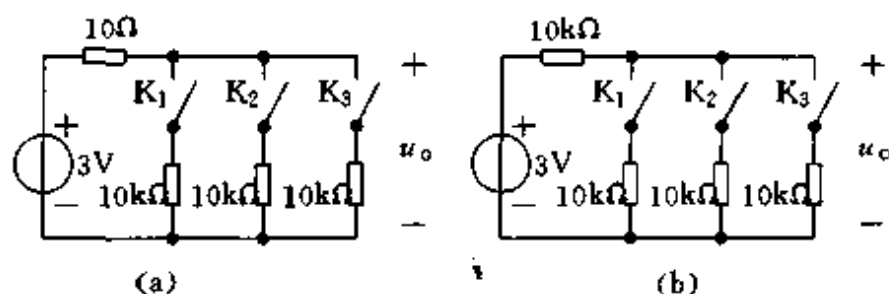


图 2-41 不同内阻电源接负载

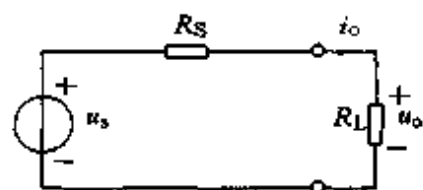


图 2-42 实际电源接一负载电阻

图 2-42 为一用电压源模型表示的电源, 接一负载电阻 R_L 。其中 R_s 为电源内阻, i_o 和 u_o 分别为输出电流和输出电压。

当 R_s 很小, 在 R_L 变化范围内满足 $R_s \ll R_L$ 。输出电压 u_o 为:

$$u_o = \frac{R_L}{R_s + R_L} u_s = \frac{1}{\frac{R_s}{R_L} + 1} u_s \approx u_s$$

说明当电源内阻很小时, 电源相当于理想电压源。这是因为满足 $R_s \ll R_L$ 条件下, 无论 R_L 如何变化, i_o 在 R_s 上电压降都很小, u_s 几乎都加在 R_L 上, 保持 $u_o \approx u_s$ 。此时电源输出端可并接多个负载, 输出较大电流 i_o 。仍可保持输出电压 u_o 近似为 u_s 。 R_s 越小可以并接越多的负载, 输出越大的电流, 电源的带负载能力就越强。

当 R_s 很大, $R_s \gg R_L$ 时电源的输出电流 i_o 为

$$i_o = \frac{u_s}{R_s + R_L} = \frac{1}{1 + \frac{R_L}{R_s}} \frac{u_s}{R_s} \approx \frac{u_s}{R_s}$$

电源相当于电流为 u_s/R_s 的理想电流源。这是因为当 $R_s \gg R_L$ 时, R_L 的变化对输出电流的影响微不足道, $i_o \approx u_s/R_s$ 。因此, 在需要输入恒定电流的电路中要求电源内阻越大越好。

2.9 戴维南定理和诺顿定理

如前所述, 一个含独立源的二端网络, 可以用一个电压源——串联电阻, 或电流源——并联电阻的二端网络等效。后者可以根据等效规律对前者进行逐步等效化简得到。但什么条件下以上结论才正确, 化简后网络中的电压源, 电流源及电阻与原电路有何内在联系呢? 戴维南定理和诺顿定理回答了以上问题, 同时给出求等效电路的另一种方法。

2.9.1 戴维南定理和诺顿定理

2.9.1.1 戴维南定理

线性含源二端网络 N , 就其两个端钮 ab 来看, 可以等效为一个电压源和一个串联电阻支路(图 2-43a)。电压源电压等于该网络 N 的开路电压 u_{oc} (图 2-43b); 串联电阻 R_o 等于该网络中所有独立源为 0 值时所得网络 N_o 的等效电阻 R_{ab} (图 2-43c)。这个电压源和电阻的串联支路称为网络 N 的戴维南等效电路。

2.9.1.2 诺顿定理

线性含源二端网络 N , 就其两个端钮 ab 来看, 可以等效为一个电流源和一个电阻并联电

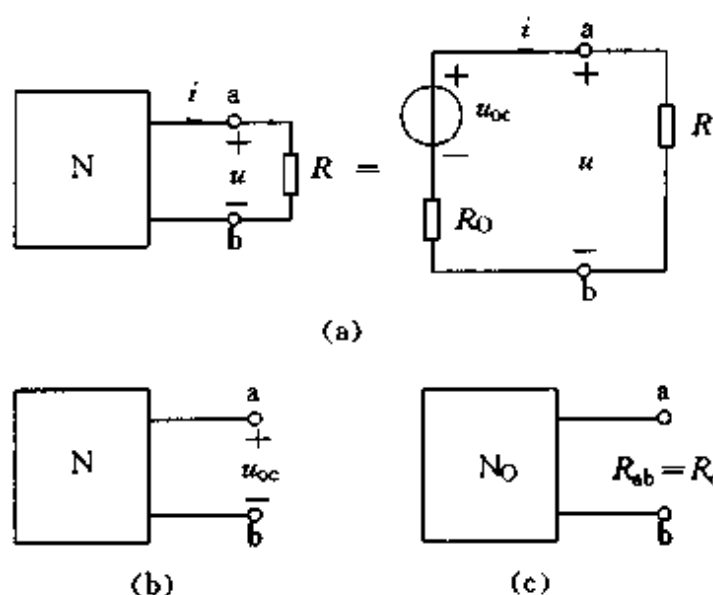


图 2-43 戴维南定理

路(图 2-44a)。电流源的电流等于该网络 N 的短路电流 i_{sc} (图 2-44b); 并联电阻 R_0 等于该网络中所有独立源为 0 值时所得网络 N_0 的等效电阻 R_{ab} (图 2-44c)。这个电流源和电阻的并联电路称为网络 N 的诺顿等效电路。 R_0 又常称为网络 N 的输出电阻。

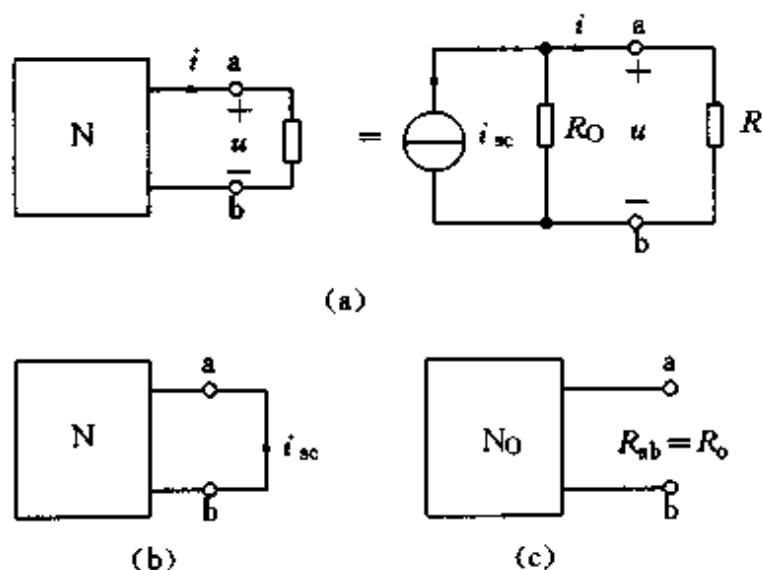


图 2-44 诺顿定理

由于戴维南等效电路和诺顿等效电路与实际电源的两种模型结构相同, 戴维南定理和诺顿定理又称为等效电源定理, 实质上是把线性含源二端网络等效为一个实际电源, 输出电阻 R_0 即电源内阻。

由定理内容可以看出, 这两个定理回答了本节开头提出的问题。第一, 一个二端网络 N 能够等效为一个电压源和电阻串联, 或一个电流源和电阻并联, N 必须为含有独立源的线性网络。第二, 等效电路中的电压源、电流源和电阻与原网络 N 有确定的内在联系, 分别等于原网络 N 的 u_{oc} , i_{sc} 和 N_0 的 R_{ab} 。第三, 定理还说明, 求网络 N 的等效电路时, 可不作逐步等效变换, 直接由原二端网络求 u_{oc} , i_{sc} 和 N_0 的 R_{ab} 。很容易验证例 2.20 图 2-37(e) 中电压源的电压 4V 即为图 2-37(a) N_1 中 a、b 两端开路电压; 3Ω 电阻即为图 2-37(a) N_1 中所有电压源被短路线代替后 ab 两端等效电阻。

2.9.2 解题举例

应用戴维南或诺顿定理, 可将复杂的线性有源二端网络用简单的戴维南或诺顿等效电路代替, 使对问题的分析简单明了。关键是要正确求出 u_{oc} , i_{sc} 和 R_0 。步骤和方法举例说明如下。

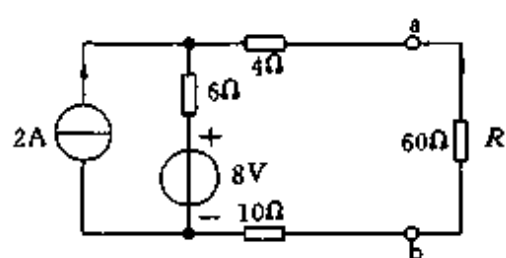


图 2-45 例 2.24

例 2.24 分别用戴维南定理和诺顿定理求图 2-45 电路中电流 I 。

解:

1. 用戴维南定理

(1) 本题只要求计算流过电阻 R 的电流 I , 把 R 从 ab 两端移开, 求出剩余部分 ab 端的戴维南等效电路。

①求 R 移走后 ab 端开路电压 U_{oc}

开路后的电路如图 2-46(a)所示。

$$U_{oc} = 2 \times 6 + 8 = 20V$$

注意, 图(a)中 ab 端开路, 流过 10Ω 和 4Ω 电阻上电流为 0, 这两个电阻上的电压降也为 0。

②求 R_0

将 $2A$ 电流源开路, $8V$ 电压源短路, 如图 2-46(b)所示。显然 ab 端等效电阻 R_{ab} 为:

$$R_0 = R_{ab} = 4 + 6 + 10 = 20\Omega$$

③将 $20V$ 电压源和 20Ω 电阻串联构成戴维南等效电路。

(2) 把电阻 R 接入戴维南等效电路 ab 两端, 如图 2-46(c)所示, 计算电流 I 。

$$I = \frac{20}{20 + 60} = 0.25A$$

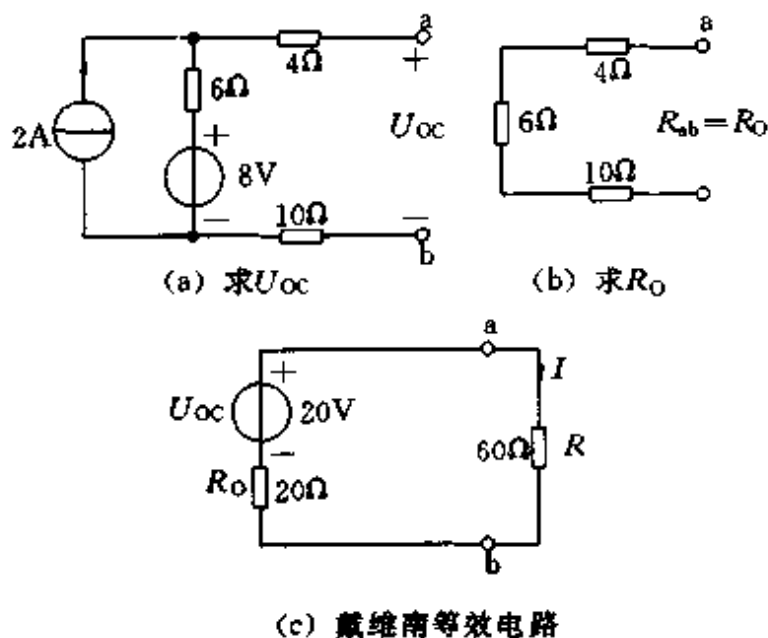


图 2-46 例 2.24 解题用图(一)

2. 用诺顿定理

(1) 求 R 移走后 ab 两端的诺顿等效电路。

①求 ab 端短路电流。

将 ab 端短路, 求短路电流 I_{sc} , 如图 2-47(a)所示。

对图中右侧网孔列网孔方程。

$$(4 + 10 + 6)I_{sc} - 6 \times 2 = 8$$

得 $I_{sc} = 1A$

②求 R_0 , 同戴维南等效电路。

$$R_0 = 20\Omega$$

③将 $1A$ 电流源和 20Ω 电阻并联, 构成诺顿等效电路。

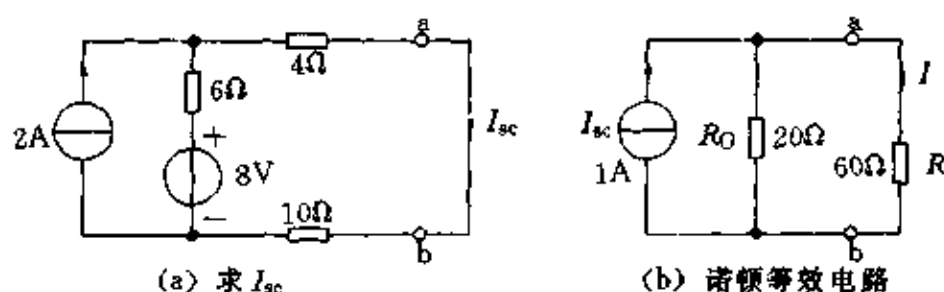


图 2-47 例 2.24 解题用图(二)

(2) 把 R 接在诺顿等效电路 ab 两端, 计算流过 R 的电流, 如图 2-47(b)。

$$I = \frac{20}{20 + 60} \times 1 = 0.25\text{A}$$

由本例还可看出, 戴维南(诺顿)定理特别适用于负载电阻可能发生变化的情况。若用直接列方程的方法计算电流 I 、负载电阻 R , 改变 1 次就要重新解 1 次方程。如果用戴维南(诺顿)定理, R 改变了, 戴维南(诺顿)等效电路不变就不必重算, 使分析计算简单方便。

2.9.3 R_0 的计算

u_{oc} 和 i_{sc} 可以用前面讲述的任何方法求解, 不必赘述。主要讲一讲 R_0 的计算。

2.9.3.1 根据定义计算

将电路中所有电压源短路, 电流源开路, 求 N_0 的等效电阻 R_{ab} 。

(1) 利用电阻串并联公式化简

适用于独立源置 0 后, 电路中只剩下电阻并方便用串并联公式化简的情况。

(2) 写出 N_0 网络 ab 端伏安关系, 确定 R_{ab} 。

这种方法适用于独立源置 0 后, 余下电路含有受控源, 或其他不便用电阻串并联公式化简的情况。

由于二端网络 N 的伏安关系与外电路无关, 为方便起见, 写伏安关系常用外加电压源求电流或外加电流源求电压的方法, 统称外施电源法。

以图 2-48 (a) 所示电路为例说明如下。

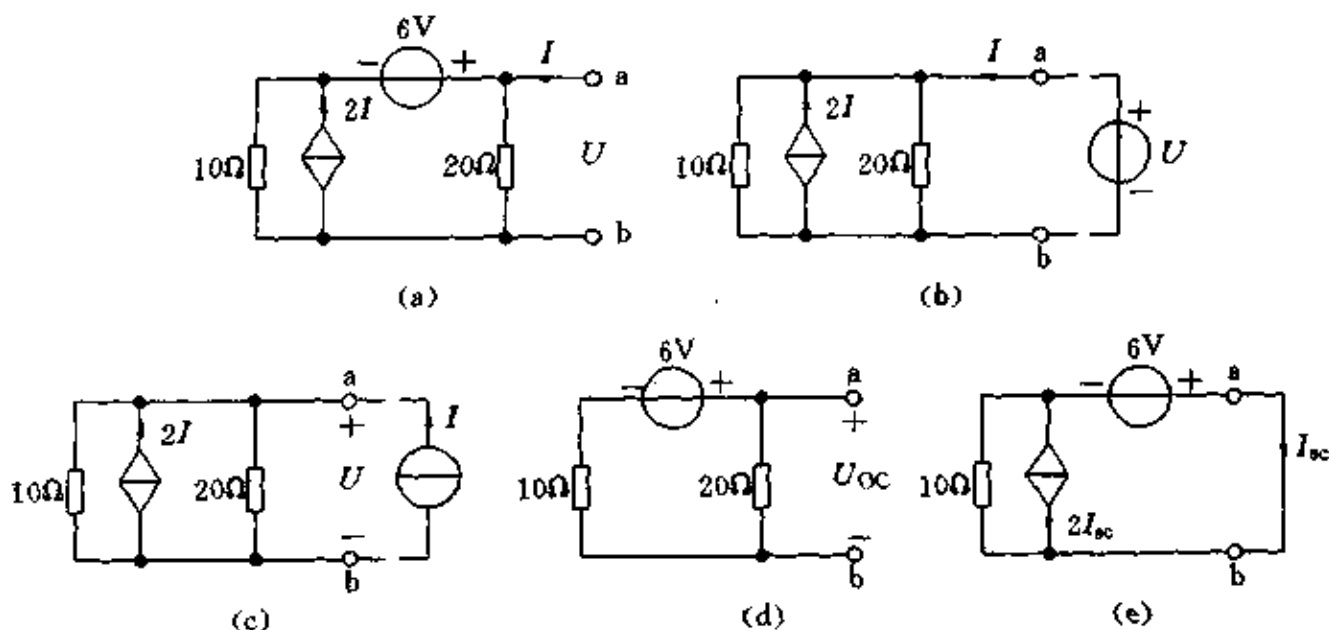


图 2-48 计算 R_0 用图

用外加电压源求电流的方法时,由图(b)有: $I = \frac{U}{10} + \frac{U}{20} - 2I$

得:
$$R_0 = \frac{U}{I} = 20\Omega$$

用外加电流源求电压的方法时,由图(c)有:

$$U = (2I + I) \frac{20 \times 10}{20 + 10} = 20I$$

得:
$$R_0 = \frac{U}{I} = 20\Omega$$

2.9.3.2 由 u_{∞} 和 i_{∞} 计算 R_0

同一个线性有源二端网络的戴维南等效电路和诺顿等效电路也一定等效。根据等效关系 $I_{\infty} = \frac{U_{\infty}}{R_0}$ 有

$$R_0 = \frac{U_{\infty}}{I_{\infty}} \quad (2.29)$$

此法常称为短路电流法。举例如下:对图 2-48 (a) 电路, ab 端开路时, $I=0$, 受控源电流 $2I=0$ 视为开路, 如图(d)所示; ab 端短路时如图(e)所示, I_{∞} 方向与 I 相反, 故改变受控源电流方向, 若仍按原方向应为 $-2I_{\infty}$ 。

由图(d)得: $U_{\infty} = 4V$

由图(e)得: $-6 + 10 \times 3I_{\infty} = 0$, 即 $I_{\infty} = 0.2A$

由(2.29)式
$$R_0 = \frac{U_{\infty}}{I_{\infty}} = 20\Omega$$

用(2.29)式计算 R_0 时, 应注意 U_{∞} 和 I_{∞} 的参考方向。 I_{∞} 的方向应由 U_{∞} 的“+”极由网络 N 的外部指向“-”极。

2.9.3.3 两次电压法求 R_0

实际上, 很多情况下不允许将电路某两端短路, 因此常用以下实验方法求 R_0 。

- (1) 测有源线性二端网络 N 的开路电压 U_{∞} 。
- (2) 在网络 N 的两个端钮上接一适当负载 R_L 。
- (3) 测量接负载电阻 R_L 后网络 N 两端钮间电压 U_1 。
- (4) 由以下公式计算出 R_0

$$R_0 = \left(\frac{U_{\infty}}{U_1} - 1 \right) R_L \quad (2.30)$$

此式的正确性, 读者可自行证明。

2.9.4 放大电路的输入电阻和输出电阻

图 2-49 虚线框中的网络 N 为共集电极晶体管放大电路的电路模型。 U_s 和 R_s 为信号源电压和内阻; R_L 为放大电路的负载电阻。

放大电路 N 与负载 R_L 共同构成一个无源二端网络, 其 ba 端等效电阻称为放大电路的输入电阻 R_i , 对信号源而言, 与放大电路相接就相当于接一电阻 R_i , 如图 2-50 所示。正常情况下该放大电路是线性的, 和信号源构成一线性含源二端网络, 可用其戴维南等效电路代替, 如图 2-51 所示。

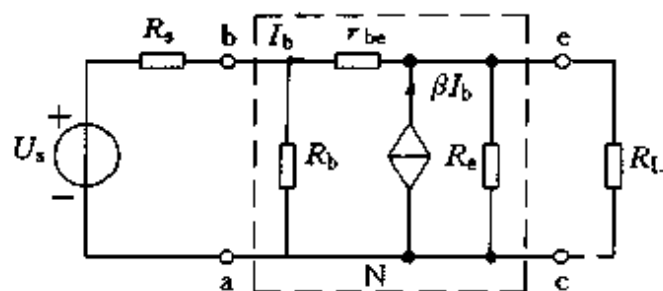


图 2-49 共集电极放大电路

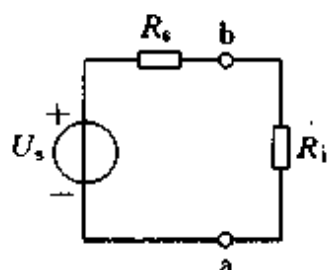


图 2-50 放大电路等效为输入电阻

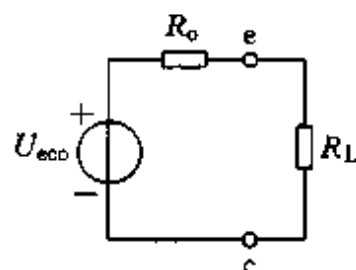


图 2-51 放大电路用其戴维南等效电路代替

由 2-50 可知输入电阻 R_i 越大,放大电路向信号源所取电流越小,放大电路输入端电压越接近信号源电压 U_s 。由图 2-51 可知,放大电路的输出电阻 R_o 越小,带负载能力越强,输出电压受负载 R_L 影响越小,越稳定。 R_i 和 R_o 是放大电路的重要指标。

下面我们计算该放大电路的输入电阻 R_i 和输出电阻 R_o 。

2.9.4.1 输入电阻 R_i 的计算

把信号源移去,如图 2-52 所示,写出 ba 端伏安关系。

设 $R'_L = R_e // R_L$

$$U = r_{be} I_b + (1 + \beta) I_b R'_L$$

则

将

$$I_b = I - \frac{U}{R_b} \text{ 代入上式}$$

得

$$U = [r_{be} + (1 + \beta) R'_L] \left(I - \frac{U}{R_b} \right)$$

$$U + [r_{be} + (1 + \beta) R'_L] \frac{U}{R_b} = [r_{be} + (1 + \beta) R'_L] I$$

$$I = \frac{U}{[r_{be} + (1 + \beta) R'_L]} + \frac{U}{R_b}$$

由输入电阻

$$R_i = \frac{U}{I}$$

可知

$$\frac{1}{R_i} = \frac{I}{U} = \frac{1}{[r_{be} + (1 + \beta) R'_L]} + \frac{1}{R_b}$$

得

$$R_i = R_b // [r_{be} + (1 + \beta) R'_L]$$

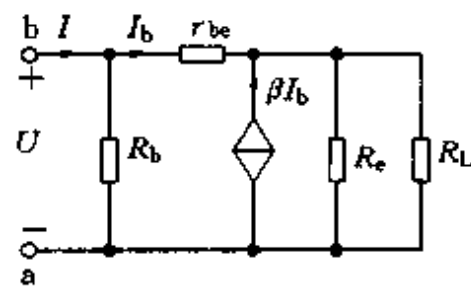


图 2-52 计算放大电路 R_i

2.9.4.2 输出电阻 R_o 的计算

把负载 R_L 从图 2-49 中移去,用外加电源法求 R_o ,如图 2-53 所示。

设

$$R'_s = R_s // R_b$$

由

$$I + I_b + \beta I_b - I_{R_e} = 0$$

得

$$I = -(1 + \beta) I_b + I_{R_e}$$

把

$$I_b = -\frac{U}{R'_s + r_{be}}, I_{R_e} = \frac{U}{R_e} \text{ 代入上式}$$

得

$$I = \frac{(1+\beta)U}{R_s' + r_{be}} + \frac{U}{R_e}$$

由

$$R_o = \frac{U}{I}$$

得

$$\frac{1}{R_o} = \frac{I}{U} = \frac{1}{R_s' + r_{be}} + \frac{1}{R_e}$$

$$R_o = R_e // \frac{R_s' + r_{be}}{1 + \beta}$$

以上电路中若 $r_{be} = 1.25\text{k}\Omega$, $R_b = 200\text{k}\Omega$, $R_s = 100\Omega$, $R_e = 4\text{k}\Omega$, $R_L = 6\text{k}\Omega$, $\beta = 50$ 则得出 $R_i = 76\text{k}\Omega$, $R_o = 26\Omega$ 。可见共集电极放大电路 R_i 较高, R_o 很小, 是一种很有用的电路。

由以上计算可知输入电阻 R_i 与负载电阻 R_L 有关; 输出电阻 R_o 与信号源内阻 R_s 有关。

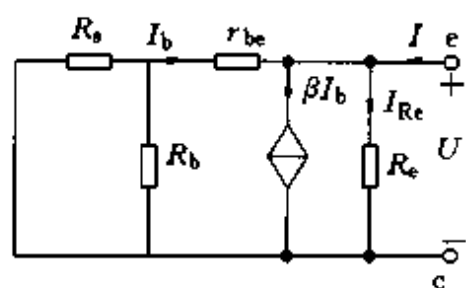


图 2-53 计算放大电路 R_o 用图

〈操作与应用〉电压表内阻对测量结果的影响

〔目的〕

1. 了解电压表内阻对测量结果的影响;
2. 学会测量高值输出电阻电路的电压;
3. 了解电压表的选用。

〔内容〕

1. 分别用万用表 2.5V、10V 和 50V 挡测量参考电路图 2-54(a) 中 ab 两端电压 U , 比较测量结果;
2. 利用测量结果得出 U 的准确值。

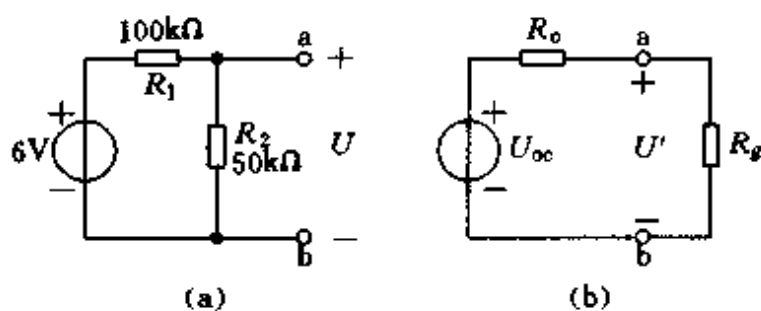


图 2-54 用万用表测量电压 U 的等效电路

〔说明〕

1. 电压表测量时的误差

500 型万用表 2.5V、10V 和 50V 挡内阻分别为 $50\text{k}\Omega$ 、 $200\text{k}\Omega$ 和 $1000\text{k}\Omega$ 。当用 2.5V 挡测量图 2-54 中电压 U 时, ab 两端电阻由 $50\text{k}\Omega$ 变为 $25\text{k}\Omega$, 测量电压已不是被测电压。用 50V 挡测量, ab 端电阻接近 $50\text{k}\Omega$, 所测电压接近被测电压值, 但读数误差大。

2. 消除误差的方法

从戴维南定理角度来看, 我们要测的是以 ab 为端口的有源二端网络的开路电压 U_{oc} 。测量电压时相当于在图(a)的戴维南等效电路两端接一负载 R_g (电压表内阻), 如图(b)所示。不同的 R_g 测出 U' 有不同数值。

用 2.5V 挡测量时 (内阻用 R_{g1} 表示) $U'_1 = \frac{R_{g1}}{R_{g1} + R_o} U_{oc}$

用 10V 挡测量时(内阻用 R_{g2} 表示) $U_2 = \frac{R_{g2}}{R_{g2} + R_o} U_\infty$

联立以上两式,可解出 U_∞ 和 R_o 。其中 U_∞ 的数值即为所测电压大小。

3. 直流电压表的选择

(1) 应选择内阻高的电压表。用电压表直接测量时,通常应使电压表内阻大于被测电路内阻(输出电阻 R_o)10~100 倍。

(2) 选用适当量程减小读数误差。

〈操作与应用〉 开路电压与输出电阻的测量

〔目的〕

1. 学习用实验方法确定线性有源二端网络的开路电压和输出电阻;
2. 了解不同测量方法的优缺点。

〔内容〕

参考电路如图 2-55(a)所示,图中 K 为双刀双掷开关。

1. 测量电路中 a、b 两端开路电压 U_∞ ;
2. 测量电路 a、b 端输出电阻,要分别用外加电源法,短路电流法和二次电压法进行测量,比较三种方法的测量过程和结果。
3. 根据测量结果,用稳压电源和电阻构成图 2-55(a)的戴维南等效电路,该电路和原电路两端接相同负载电阻,测量并比较负载的电压和电流。

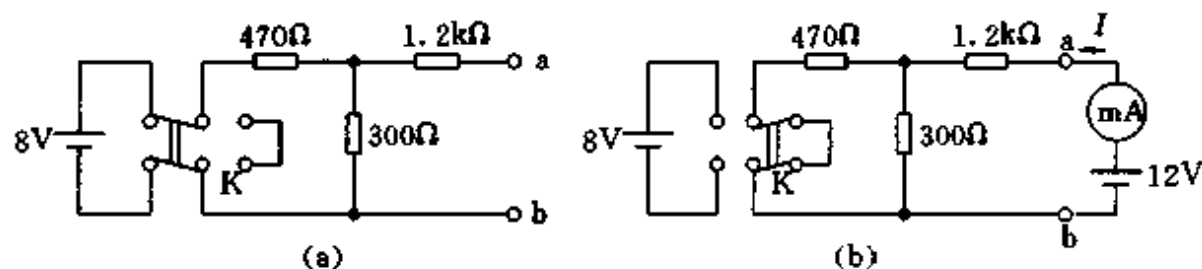


图 2-55 U_∞ 与 R_o 的测量参考电路

〔说明〕

1. 测量输出电阻 R_o 用外加电压法时,要把开关 K 与稳压电源断开,与短路线相接,如图 2-55(b)所示。

这样稳压电源内阻将不能留在电路内,影响测量精度。短路电流法只适用于电路两端允许短路的情况,两次电压法克服了以上两种方法的缺点和局限性,在实际中常被采用。

2. 测量开路电压可直接用电压表测量。但这只适用于输出电阻 R_o 很小,与电压表内阻比较可忽略不计的情况。当 R_o 较大时可用不同内阻的两只电压表分别测量 2 次,由 2 次测量结果和电压表内阻计算出 U_∞ 和 R_o 。

〔思考题〕

1. 若电路两端既不允许开路也不允许短路,如何用实验方法确定其戴维南等效电路?写出原理,使用仪器及实验步骤,可进行实际测量练习分析结果和方法。
2. 设计两种测量输入电阻的方法,写出原理和步骤,可做实际练习。

2.10 最大功率传输定理

2.10.1 最大功率传输定理

给定有源二端网络,输出端接不同负载,负载获得的功率也不同。在电子技术中经常希望负载能获得最大功率。比如同一台扩音机希望所接的喇叭能放出的声音最大。那么,负载应满足什么条件才能获得最大功率呢?请看如下分析。

给定的线性有源二端网络可等效为图 2-56 所示的戴维南等效电路,其中 U_{oc} 和 R_o 为定值,负载电阻 R_L 是可调的。

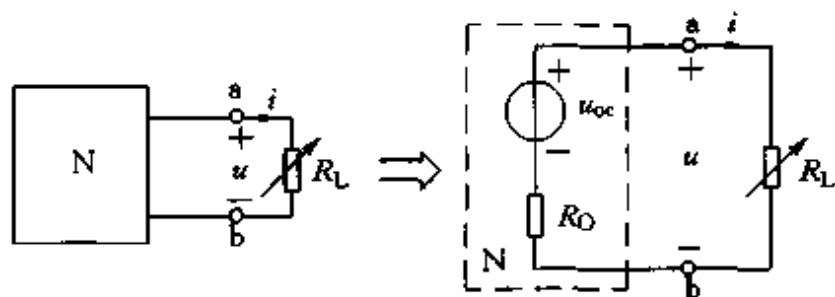


图 2-56 最大功率传输定理用图

当 R_L 很小, $R_L \rightarrow 0$ 时, $u \rightarrow 0$ 负载功率 $P_{RL} \rightarrow 0$;

当 R_L 很大, $R_L \rightarrow \infty$ 时, $i \rightarrow 0$ 负载功率 $P_{RL} \rightarrow 0$;

当 R_L 很大或很小时,负载功率都近似为 0,说明必有一 R_L 的数值使负载获得功率最大。

显然, R_L 为任意值时其获得功率为

$$P = i^2 R_L = \left(\frac{u_{oc}}{R_o + R_L} \right)^2 R_L$$

容易证明若

$$R_L = R_o \quad (2.31)$$

则 $\frac{dP}{dR_L} = 0$ 且 $\frac{d^2P}{dR_L^2} < 0$, 此时 R_L 获得功率最大。

以上结论用定理的形式表述为:

由线性二端网络传递给可变负载 R_L 的功率为最大的条件是:负载 R_L 应与戴维南(或诺顿)等效电阻相等。满足 $R_L = R_o$ 时,称为最大功率匹配,此时负载所得的最大功率为

$$P_{\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_o} \quad (2.32)$$

2.10.2 例题

例 2.25 图 2-45 中何值的 R 获得功率最大? 最大功率是多少?

解:根据题意,首先要求电路 ab 左边的戴维南等效电路,例 2.24 已得出

$$U_{oc} = 20V$$

$$R_o = 20\Omega$$

当 $R = R_o = 20\Omega$ 时,负载 R 可获得最大功率。最大功率是

$$P_{\max} = \frac{20^2}{4 \times 20} = 5W$$

求最大功率传输问题,实际上是求戴维南等效电路的问题。正确得出戴维南等效电路,问

题就迎刃而解了。

2.10.3 几点说明

1. 注意当 $R_L = R_0$ 时, 负载可获得最大功率的结论是在 R_0 固定 R_L 可变的条件下得出的。若 R_0 可变而 R_L 固定时, 则 R_0 越小, R_L 获得的功率就越大, 当 $R_0 = 0$, R_L 可获得最大功率。

2. 如果负载功率是一个由内阻为 R_0 的实际电源提供的, 负载 R_L 得到最大功率时, 功率传递效率是 50%, 因为 R_0 与 R_L 消耗的功率相等。如果负载的功率是由一个含源二端网络提供的, 负载 R_L 与 R_0 相等时, 其功率传递效率未必是 50%。这是因为二端网络和它的等效电路, 就其内部而言不等效, 由等效电阻 R_0 算得的功率, 一般并不是二端网络内部消耗功率。

〈操作与应用〉 电路故障的分级分块检查

[目的]

学习用分级和分块的方法检查电路故障。

[内容]

参考电路如图 2-57(a) 和图 2-58 所示, 两电路都设有各种故障。

1. 用分级检查的方法检查图 2-57(a) 电路的故障;

2. 用分块检查的方法检查图 2-58 电路的故障。

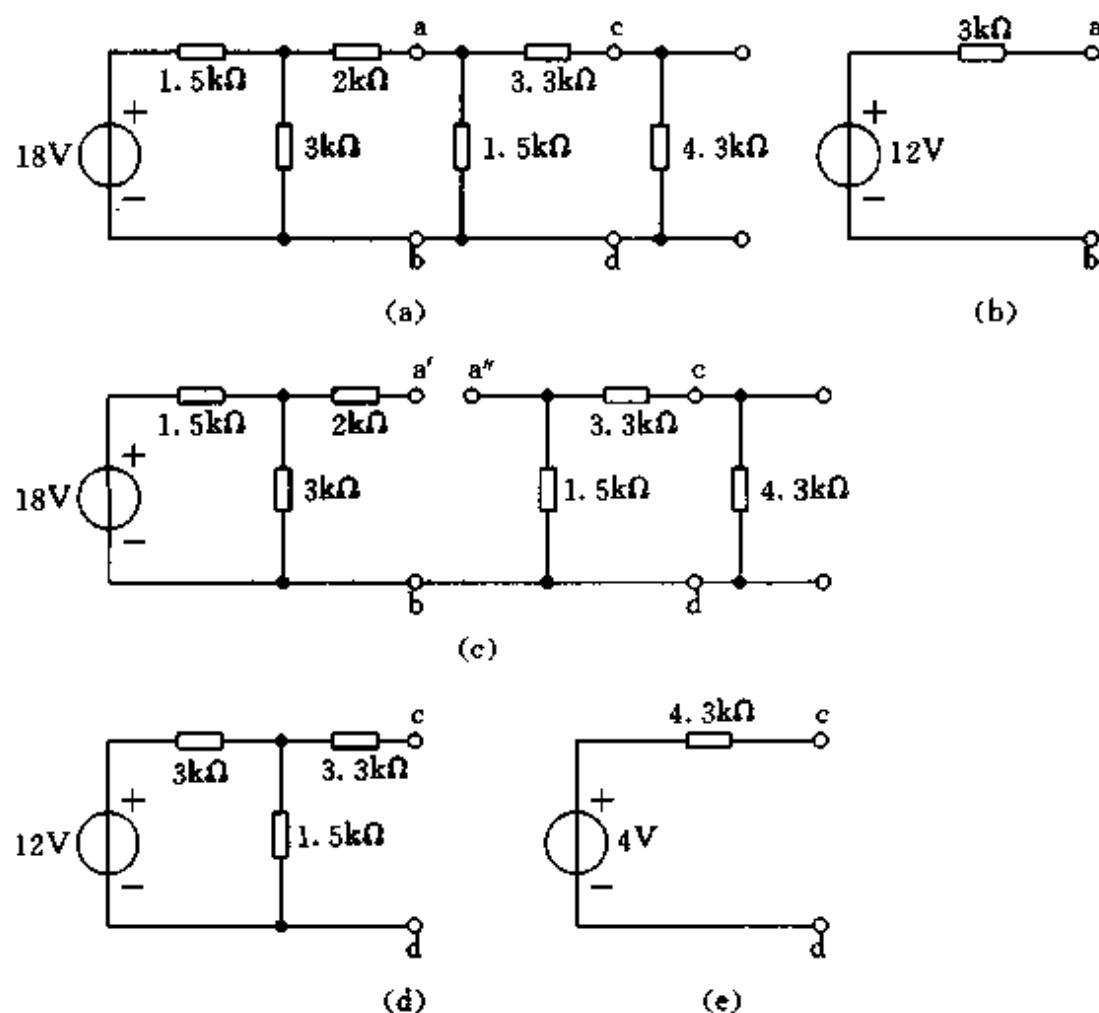


图 2-57 电路的分级等效

[说明]

1. 电路故障的分级检查方法

用分级方法检查图 2-57(a) 电路的故障可按以下步骤进行:

(1) 把电路从 ab 端分成两部分, 左边是一个有源二端网络, 很容易得出其戴维南等效电路如图(b)所示。把电路从 a 端断开, 断开后两点分别为 a' 和 a'', 如图(c)所示。测量 a'b 两端电

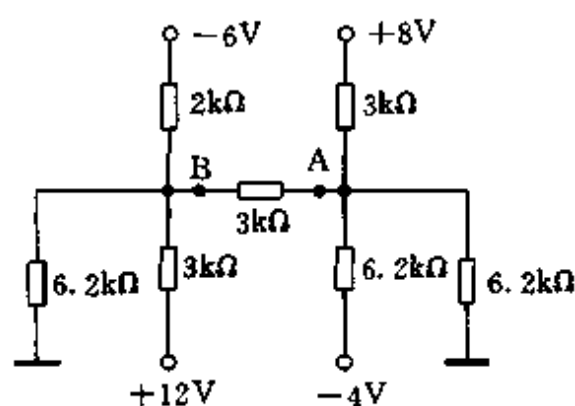


图 2-58 分块检查故障用电路

压即开路电压 U'_{oc} , 及 $a'b$ 两端等效内阻 R'_{oc} 。测量结果如与图(b)中数值不符说明 $a'b$ 左侧电路有故障, 进行检查和排除, 直到 U'_{oc} 和 R'_{oc} 达到正常值。

(2) ab 左边电路用其戴维南等效电路代替; cd 左边电路可表示为图(d)。由图(c)很容易得出其戴维南等效电路如图(e)。

将电路中 a 点接通, 把 $4.3k\Omega$ 电阻从 c 端断开。测量 cd 端电压即开路电压 U_{oc} , 测量 cd 端等效内阻 R_{oc} 。如与图(e)所示数值有出入, 则 $ab-cd$ 之间电路有故障, 检查并排除之, 直到 U_{oc} 和 R_{oc} 达到正常值。

(3) U_{oc} 和 R_{oc} 数值正常后, 把经过检测完好的 $4.3k\Omega$ 电阻接在 cd 端, 应有正常输出电压 U 。

2. 电路故障的分块检查

图 2-58 是一个多电源复杂电路, 电路的计算和故障检查都比较麻烦, 为简便, 可把 A 、 B 两点间 $3k\Omega$ 电阻移开, 电路分成左、右两个独立的部分。分别检查每部分故障, 每一部分故障都排除后, 把检查完好的 $3k\Omega$ 电阻接入 A 、 B 两端, 电路应能正常工作。

2.11 含理想运放的复杂电路

2.11.1 叠加定理应用于含理想运放电路

例 2.26 图 2-59(a)中有两个输入信号加在运放反相输入端, 求输出电压 U_o 。

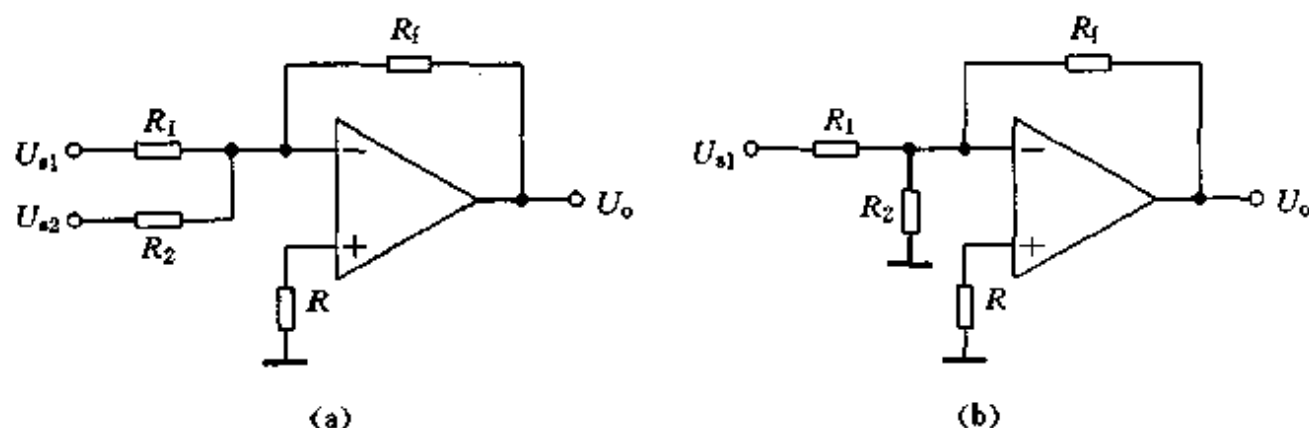


图 2-59 例 2.26

解: (1) U_{s1} 单独作用, U_{s2} 置 0, 如图 2-59(b) 所示。

由于 $U_- = U_+ = 0$, R_2 两端均为 0 电位, R_2 不起作用, 由上章例 1.17 可知:

$$U'_o = -\frac{R_f}{R_1} U_{s1}$$

同理: U_{s2} 单独作用时

$$U''_o = -\frac{R_f}{R_2} U_{s2}$$

则

$$U_o = U'_o + U''_o = -\left(\frac{R_f}{R_1} U_{s1} + \frac{R_f}{R_2} U_{s2}\right)$$

此电路为反相比值求和电路。

例 2.27 图 2-60(a)中有两个输入信号 U_{s1} 和 U_{s2} 加在运放同相输入端, 求输出电压 U_o 。

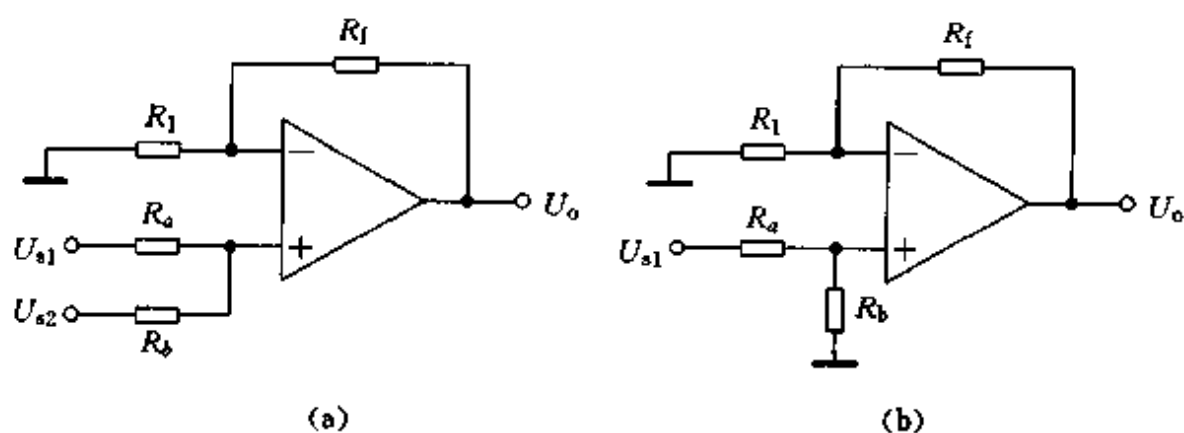


图 2-60 例 2.27

解: (1) U_{s1} 单独作用, U_{s2} 置 0, 电路如图 2-60(b) 所示。由上一章例 1.19 可知,

$$U'_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{R_b}{R_a + R_b} U_{s1} = \frac{R_a // R_b}{R_f // R_1} \frac{R_f}{R_a} U_{s1}$$

(2) 同理, U_{s2} 单独作用时

$$U''_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{R_a}{R_a + R_b} U_{s2} = \frac{R_a // R_b}{R_f // R_1} \frac{R_f}{R_b} U_{s2}$$

(3) U_{s1} 和 U_{s2} 共同作用结果为

$$U_o = U'_o + U''_o = \frac{R_a // R_b}{R_f // R_1} \left(\frac{R_f}{R_a} U_{s1} + \frac{R_f}{R_b} U_{s2} \right)$$

若令

$$R_a // R_b = R_f // R_1$$

则

$$U_o = \frac{R_f}{R_a} U_{s1} + \frac{R_f}{R_b} U_{s2}$$

此电路为同相比值求和电路。

请读者比较以上两例中 U_{s2} 置 0 后, R_2 和 R_b 在电路中起的作用有何不同。

2.11.2 节点分析法应用于含理想运放电路

例 2.28 图 2-61 所示电路中, 输入电压 U_{s1} 和 U_{s2} 分别接入运放的反相输入端和同相输入端, 求输出电压 U_o 。

解: 对运放两个输入端, 列节点方程

由 $I_+ = I_- = 0$

$$\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_1}\right) U_- - \frac{1}{R_1} U_{s1} - \frac{1}{R_f} U_o = 0$$

$$\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R}\right) U_+ - \frac{1}{R_a} U_{s2} = 0$$

得

$$U_- = (R_f // R_1) \left(\frac{U_{s1}}{R_1} + \frac{U_o}{R_f} \right)$$

$$U_+ = (R_a // R) \frac{U_{s2}}{R_a}$$

由 $U_- = U_+$

$$\text{得 } (R_f // R_1) \left(\frac{U_{s1}}{R_1} + \frac{U_o}{R_f} \right) = (R_a // R) \frac{U_{s2}}{R_a}$$

$$\text{令 } R_n = R_f // R_1 \quad R_p = R_a // R$$

$$\text{则 } R_n \left(\frac{U_{s1}}{R_1} + \frac{U_o}{R_f} \right) = R_p \frac{U_{s2}}{R_a}$$

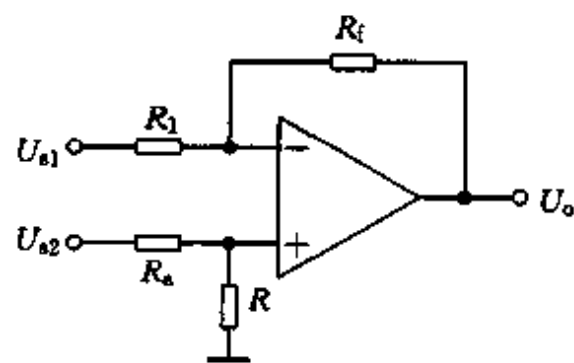


图 2-61 例 2.28

若 $R_p = R_n$

解得

$$U_o = \frac{R_f}{R_1} U_{s2} - \frac{R_f}{R_1} U_{s1}$$

如果 $R_a = R_f = R_1$ 则 $U_o = U_{s2} - U_{s1}$ 此例为减法运算电路。

注意用节点法分析含理想运放电路时,运放的输出电压 U_o 虽然被看作一个节点电压,但由于运放输出电流无法用 U_o 确切表示,故不对 U_o 列节点方程,但因有 $U_+ = U_-$ 的关系,仍能解出结果。

习 题 二

2.1 用支路电流法求图 T2-1 所示电路中各支路电流。

2.2 用支路电流法求图 T2-2 所示电路中的 I_1 和 I_2 。

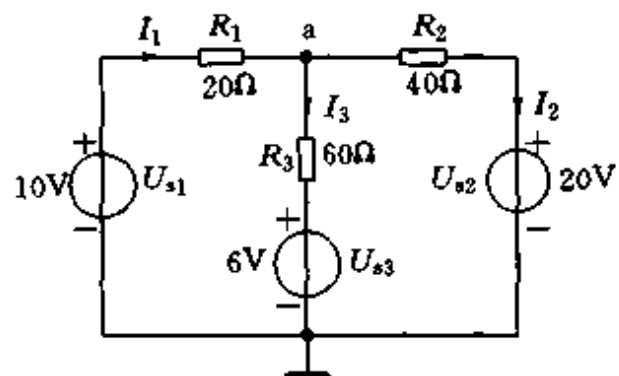


图 T2-1

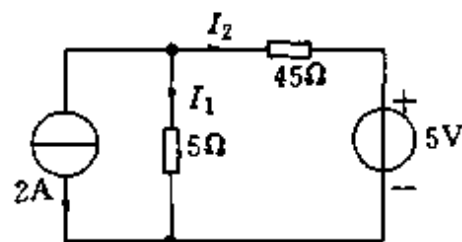


图 T2-2

2.3 电路如图 T2-3 所示,列出用支路电流法解此电路所需方程组。

2.4 用网孔分析法解题 2.1 和 2.2。

2.5 用网孔分析法求图 T2-3 所示电路中各支路电流及电流源功率。

2.6 用网孔法求图 T2-4 所示电路中的电流 I_x 。

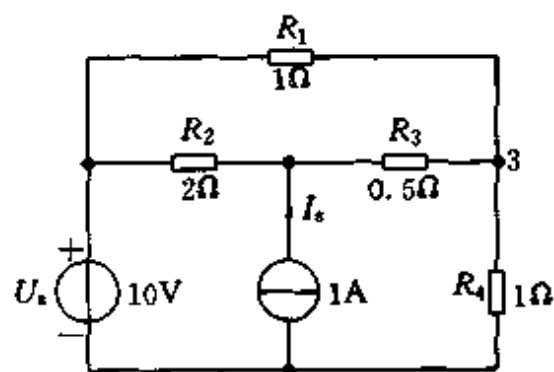


图 T2-3

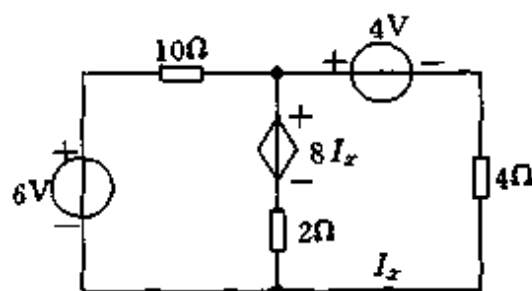


图 T2-4

2.7 用网孔分析法求图 T2-5 所示电路中流过 8Ω 电阻的电流。

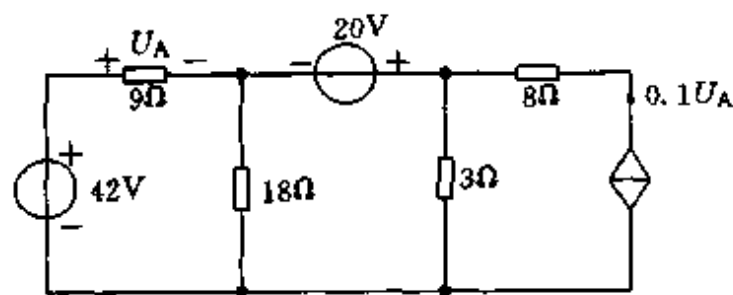


图 T2-5

2.8 分别列出图 T2-6 所示各电路的节点方程,并比较有何不同。

2.9 用节点分析法解题 2.2 和 2.7。

2.10 图 T2-7 电路中,已知 $R_1 = R_2 = R_5 = 1\Omega$, $R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 0.5\Omega$, $I_{s2} = 5A$, $U_{s5} = 10V$ 。用节点分析

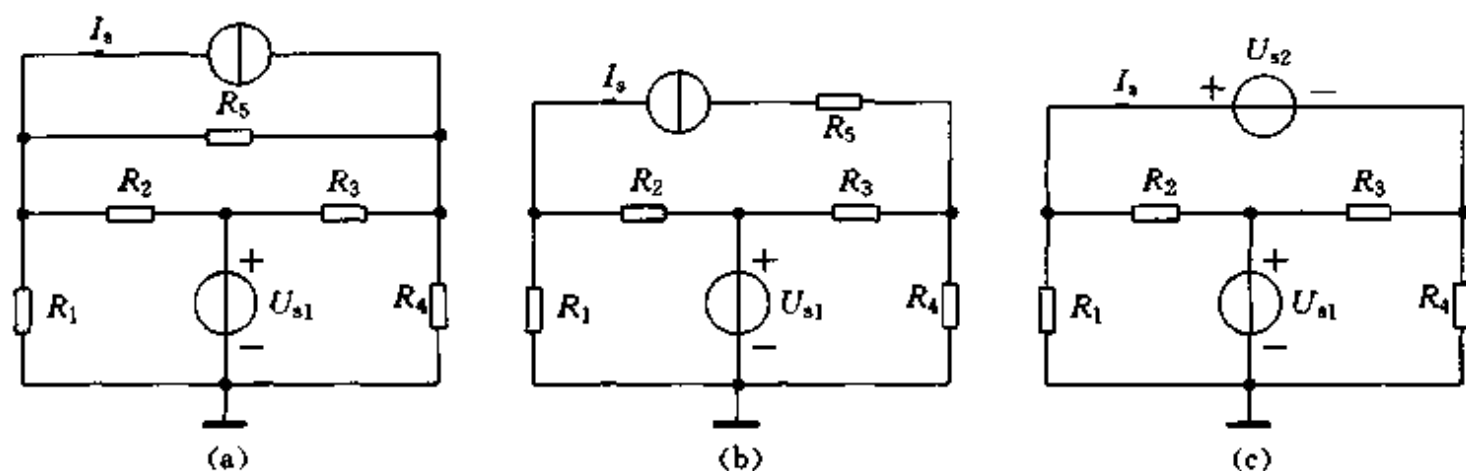


图 T2-6

法求 U_s 、 U_b 和 I_1 、 I_5 。

2.11 用节点分析法证明图 T2-8 所示电路中 U_A 与 U_{s1} 、 U_{s2} 及 U_{s3} 之和成正比。

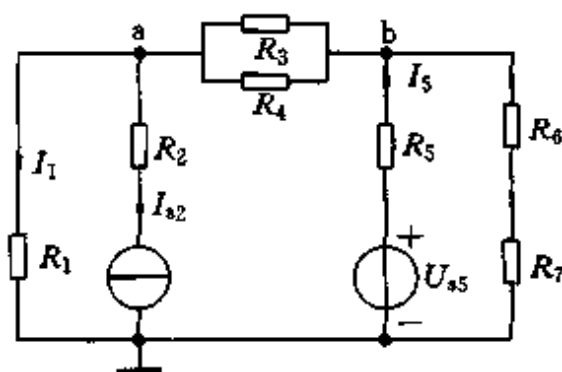


图 T2-7

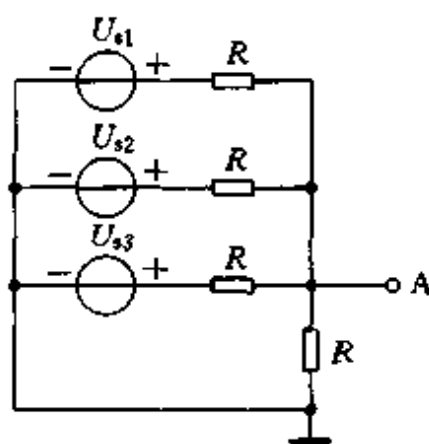


图 T2-8

2.12 用叠加定理求图 T2-2 所示电路中的 I_1 。

2.13 用叠加定理求图 T2-1 所示电路中的电流 I_3 。

2.14 用叠加定理求图 T2-9 所示电路中 R_4 上的电压 U 。

2.15 用叠加定理求图 T2-10 所示电路中的电压 U 。

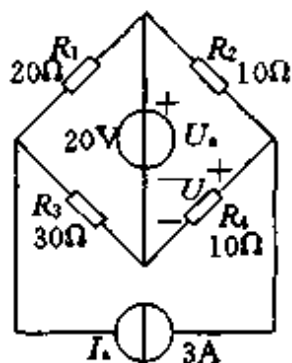


图 T2-9

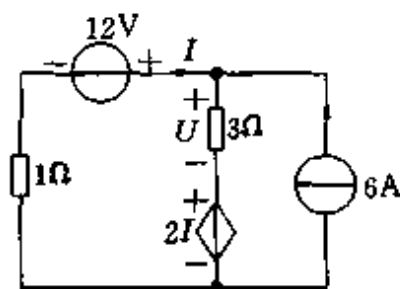


图 T2-10

2.16 求图 T2-11 所示各电路中 a、b 端等效电阻 R_{ab} (有开关的电路中分别按开关打开和闭合两种情况计算)。

2.17 求图 T2-12 所示各电路 a、b 端等效电阻 R_{ab} 。

2.18 图 T2-13 为一衰减网络的电路,其中电阻 $R_1=R_3=R_5=45\Omega$, $R_2=R_4=5.5\Omega$, $R_6=5\Omega$ 。于 A、0 端加入输入电压 U_1 ,于 B、C、D 到 0 端取出输出电压 U_{B0} 、 U_{C0} 、 U_{D0} ,计算各输出电压的衰减比例。

2.19 把图 T2-14 中的 T 形联接变换为 Π 形联接; Π 形联接变换为 T 形联接。

2.20 求图 T2-15 所示电路 a、b 两端的等效电阻 R_{ab} 。

2.21 化简图 T2-16 所示各电路。

2.22 用等效变换对电路进行逐步化简的方法求图 T2-17 所示电路中电流源两端电压 U 。

2.23 化简图 T2-18 所示电路。

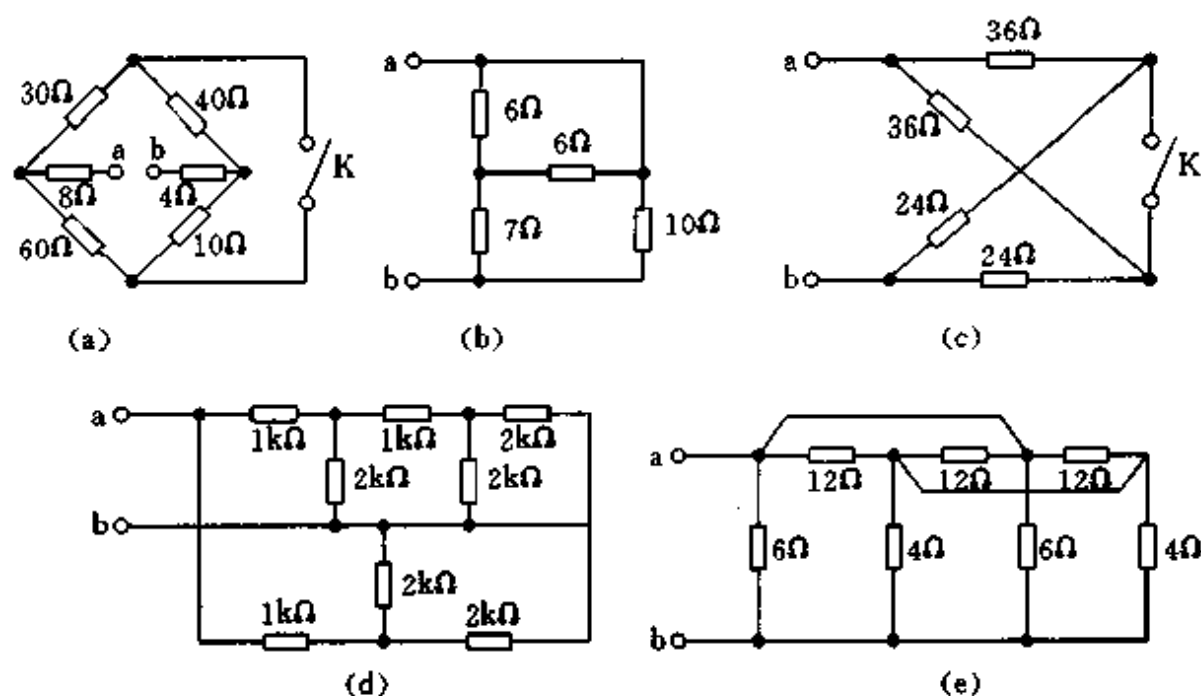


图 T2-11

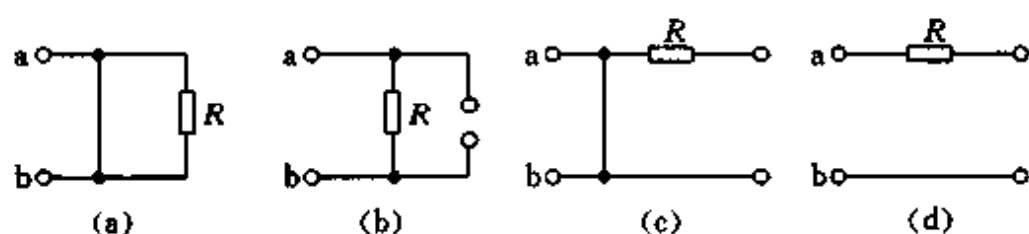


图 T2-12

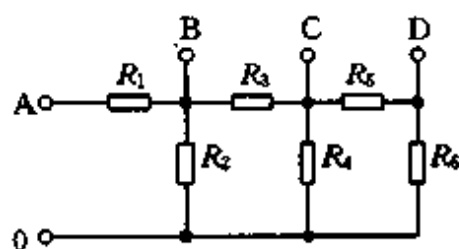


图 T2-13

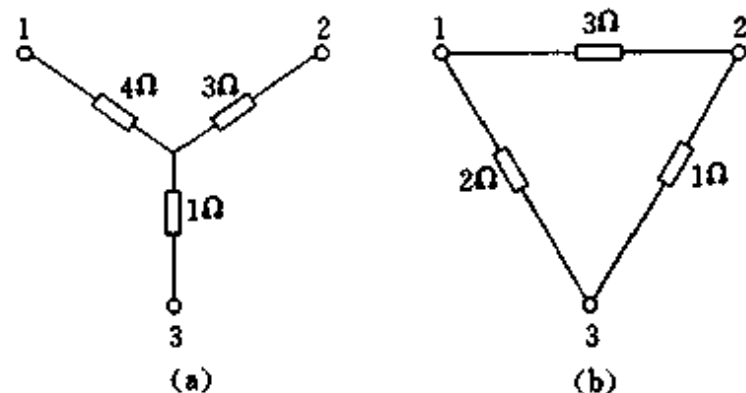


图 T2-14

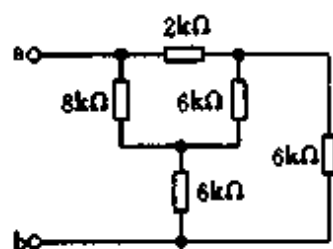


图 T2-15

- 2.24 求图 T2-19 所示电路的输入电阻 R_{ab} 。
- 2.25 求图 T2-20 所示各电路的戴维南等效电路和诺顿等效电路。
- 2.26 测得某单口网络在关联参考方向下的伏安关系曲线如图 T2-21 所示,求该单口网络的戴维南等效电路。
- 2.27 用戴维南定理求图 T2-1 中的 I_3 。
- 2.28 求图 T1-10(d)、(e)两图所示电路的戴维南等效电路。
- 2.29 图 T2-22 所示的桥式电路中 $R_1=1.5\Omega$, $R_2=R_4=3\Omega$, $R_3=6\Omega$,求当 R_L 分别为 1Ω 、 2Ω 、 3Ω 时电流 I 等于多少?若要求 $I=0.5A$, R_L 应为多少?
- 2.30 图 T2-23 所示电路中 $U_{s1}=20V$, $U_{s2}=U_{s3}=10V$, $R_1=R_5=10\Omega$, $R_2=R_4=5\Omega$, $R_3=6\Omega$, $R_6=1.5\Omega$ 。

用戴维南定理求 ab 间电压 U_{ab} 。

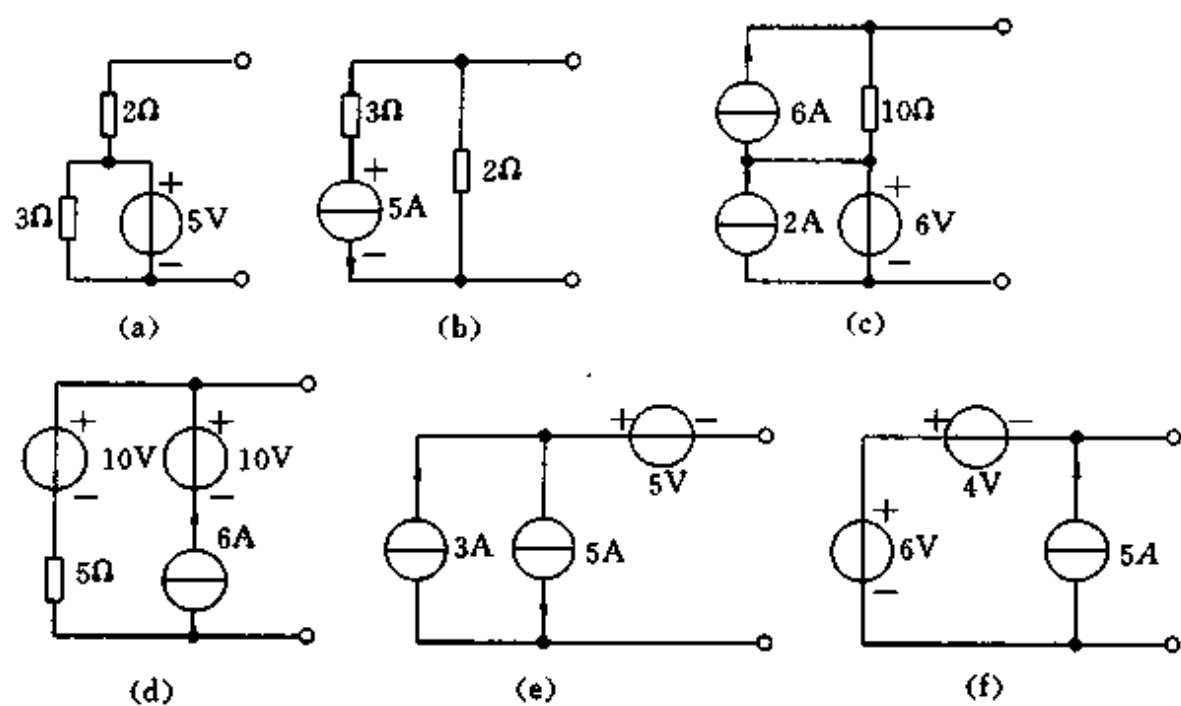


图 T2-16

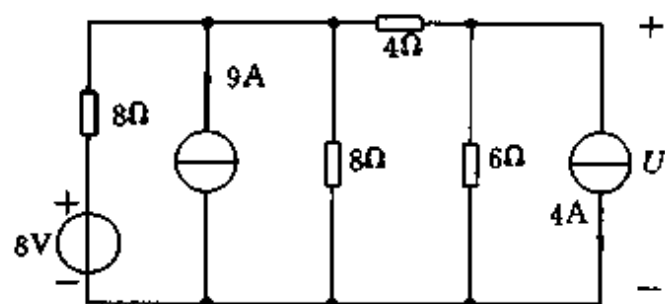


图 T2-17

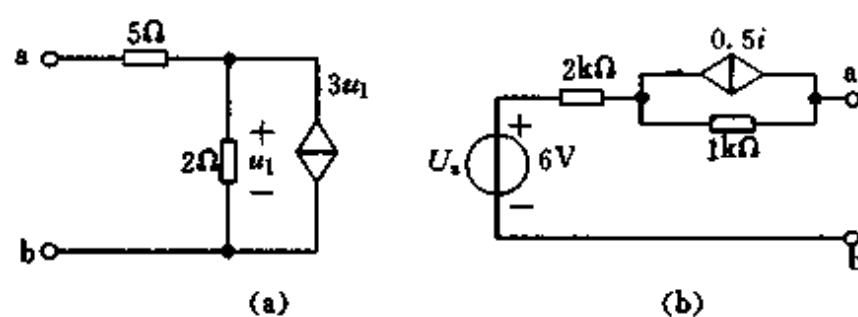


图 T2-18

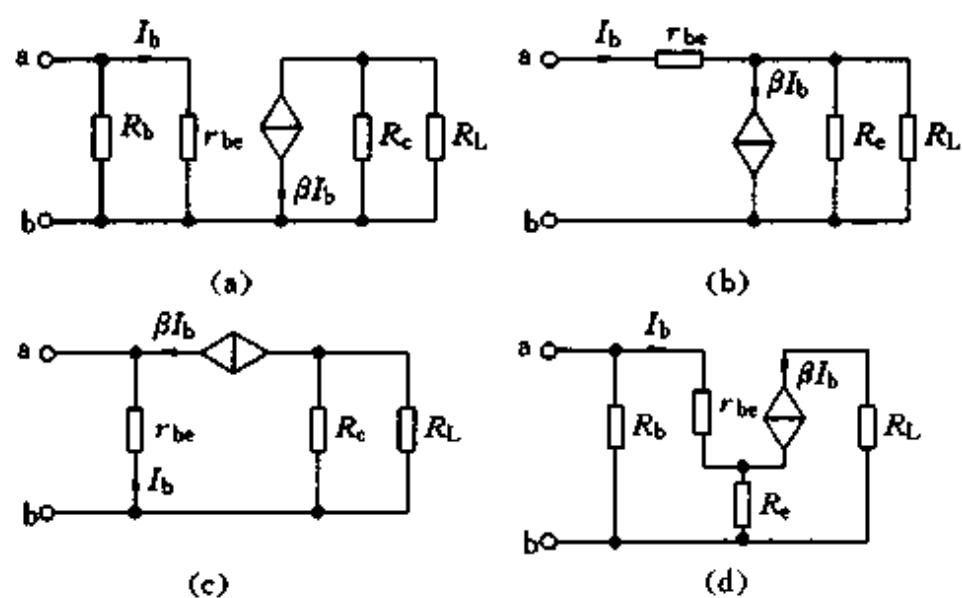


图 T2-19

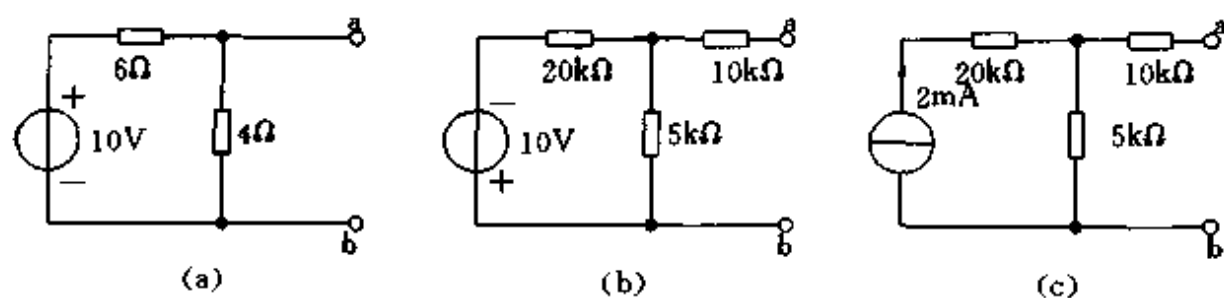


图 T2-20

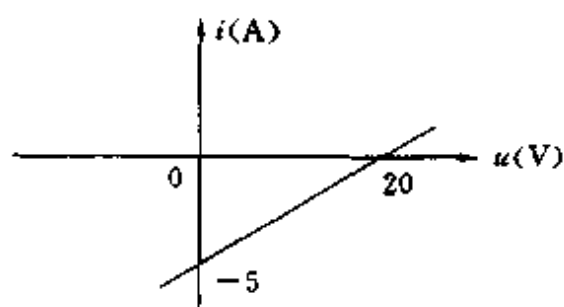


图 T2-21

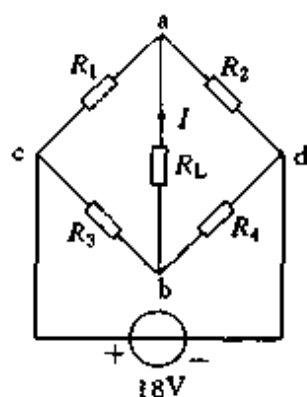


图 T2-22

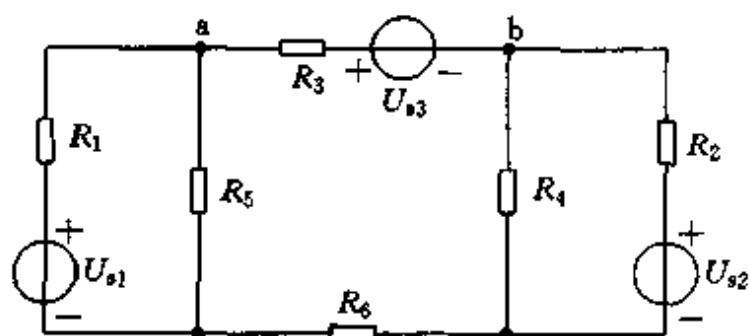


图 T2-23

2.31 求图 T2-24 所示电路的戴维南等效电路和诺顿等效电路。

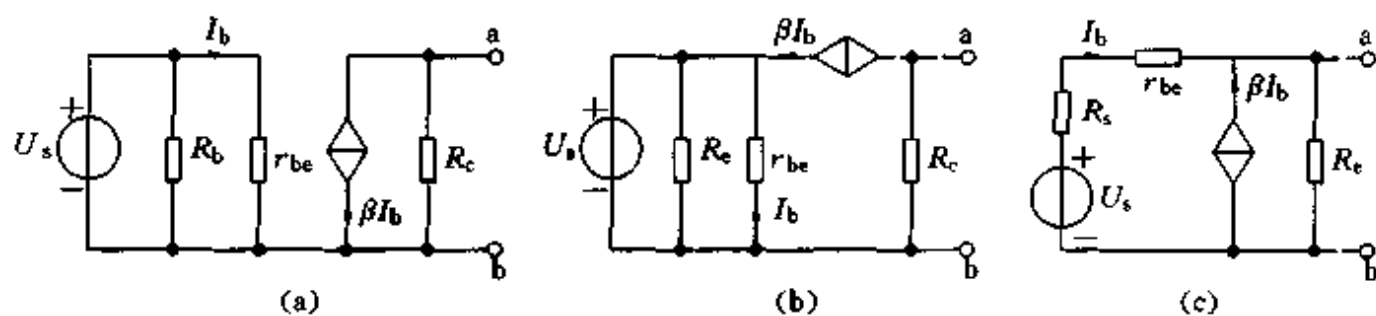


图 T2-24

2.32 电路如图 T2-25 所示,求 R_L 获得最大功率时的 R_L 之值及 R_L 获得的最大功率。

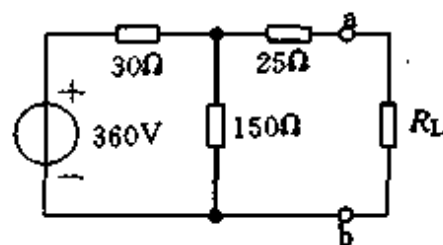


图 T2-25

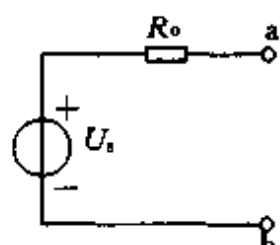


图 T2-26

2.33 图 T2-26 为一扩音机的等效电路,其输出电阻 R_o 为 8Ω ,额定输出功率为 $40W$ 。现有 $8\Omega, 10W$ 低音扬声器两只, $16\Omega, 20W$ 高音扬声器一只,三只扬声器应如何连接才能使扩音机输出功率最大,并求最大功率输出为 $40W$ 时的 U_s 值。如果把三只扬声器都直接并联在扩音机输出端 a、b,若 U_s 不变求扩音机输出功率及各扬声器的功率。这样接法有何问题?

2.34 写出图 T2-27 中所示电路输出电压和输入电压的函数关系式。

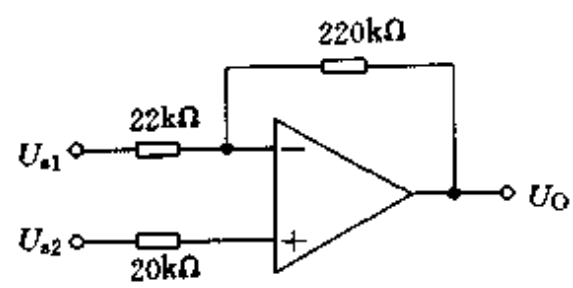


图 T2-27

第3章 电路的过渡过程——动态电路分析

本章从 RC 和 RL 电路入手说明了过渡过程产生的原因和物理过程,讲述了无源和直流一阶电路的基本分析方法,初步介绍了过渡过程的某些实际应用,二阶电路的零输入响应。读者应掌握电容和电感的基本特性,一阶电路的基本分析方法,特别是三要素法;初步了解过渡过程的应用和过渡过程可能造成的危害;了解同一结构的电路由于参数不同,特性和作用可能有很大差别,了解二阶电路可能会发生振荡。

与本章知识相联系应学会用万用表大致检查电容、电感的好坏;用示波器显示波形并进行时间和波形幅度的测量;测定电路时间常数 τ 的方法。

3.1 RC 电路过渡过程

电路中电源的接入和关断,某条支路被断开或短接;某些元件参数的变更,都称为换路。首先我们以电容的充放电为例说明由换路引起的过渡过程。

3.1.1 电容元件

3.1.1.1 电容元件

实际电容器的基本结构是两层金属板之间衬垫绝缘介质。在外加电源的作用下,电容器两个极板上分别聚有等量的异性电荷,这些电荷相互吸引被约束在极板上,极板之间建立电场。电容与外电源断开后电荷仍能长久保持在极板上。电荷建立的电场中储藏能量,因此电容器是存储电荷和电场能的器件。两个极板聚集的电荷越多,建立的电场越强,两个极板间电压也越高,存储电场能也越多。

实际电容中的介质不可能完全不导电,总会有电流流过介质,并克服介质的阻力消耗能量,叫做漏电现象。

理想的电容器只具有存储电荷,建立电场的作用,而无漏电等其他现象。我们定义电容元件作为电容器的理想化模型。电容元件(简称电容)是一个二端元件,用字母 C 表示,电路中的图形符号如图 3-1 所示。

假设 q 为电容每个极板上聚集的电荷量, u 为电容两端电压,且正电荷在电压 u 的“+”极一端,则

$$C = \frac{q}{u} \quad (3.1)$$

式中 C 称为电容,国际单位制中,单位为法拉,用字母 F 表示。常用的单位为微法(μF)和皮法(pF)。

若 C 是与 q 和 u 无关的常数,(3.1)式表示 $u-q$ 平面上一条过原点的直线,如图 3-2 示, C 称为线性电容,否则为非线性电容。

一个实际电容器,除了标明电容量外,还要标明它的额定工作电压。电压过高,电容中的介

质会被击穿,从不导电变为导电,丧失了电容器的作用。因此用电容器时不应超过它的额定工作电压。

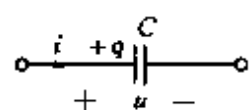


图 3-1 电容元件

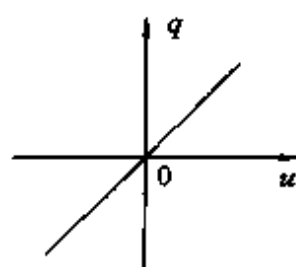


图 3-2 线性电容的 $u-q$ 曲线

3.1.1.2 电容元件的伏安关系

在图 3-1 中,电容的端电压 u 和电流 i 为关联参考方向。 i 为正值时,正电荷流向“+”极板,电荷量 q 增加, $\frac{dq}{dt} > 0$, 有

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (3.2)$$

把 $q=Cu$ 代入式(3.2)得

$$i(t) = \frac{dCu}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (3.3)$$

若 u 和 i 为非关联参考方向,则

$$i(t) = -C \frac{du}{dt} \quad (3.4)$$

显然有关联参考方向下

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (3.5)$$

3.1.1.3 电容元件的功率与储能

在关联参考方向下, $p=ui$ $i=C \frac{du}{dt}$

由以上两式可知, $i > 0$ 时必有 $\frac{du}{dt} > 0$, 但 u 本身可能为正也可能为负。功率 P 也可能为正, 也可能为负, 说明电容可能吸收功率也可能释放功率。电容元件不消耗能量, 它把吸收的能量转化为电场能储存起来, 储存的电场能用 $w_C(t)$ 表示, 应为

$$w_C(t) = \int_{-\infty}^t P(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^t u(\xi) i(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^t u(\xi) C \frac{du(\xi)}{d\xi} d\xi = C \int_0^{u(t)} u du$$

得
$$w_C(t) = \frac{1}{2} C u^2(t) \quad (3.6)$$

上式说明, 电容量 C 一定时, 电容在 t 时刻的储能只取决于该时刻电容两端的电压 u , 电压 u 反映了电容的储能状态。

由以上各式得出以下重要结果:

(1) 电容的电流与电压对时间的变化率成正比, 只有电压变动时才有电流存在, 如果电压保持不变(即使电压本身数值很大)电流必为 0 值。因此电容称为动态元件。

(2) 只要电流不为 0, 电压就不能维持不变, 电压在 t 时刻的数值与 t 时刻之前所有流过电容的电流有关, 即电压有记忆电流的作用, 因此电容又称为记忆性元件。

(3) 当电流为有限值时,电压对时间的导数也必然为有限值,即电压必然是时间的连续函数不能发生跃变,因此电容又称为惯性元件。

(4) 电容是储能元件,电容量 C 一定时,在 t 时刻储能只与该时刻电压有关,所谓电压不能跃变实质上是电容的储能不能发生跃变。

3.1.2 电容充电的过渡过程

3.1.2.1 物理过程分析

下面请看图 3-3(a)(b)两个电路,电压源都在 $t=0$ 时接入电路,分别考察两个电路在开关 K 闭合后的响应。

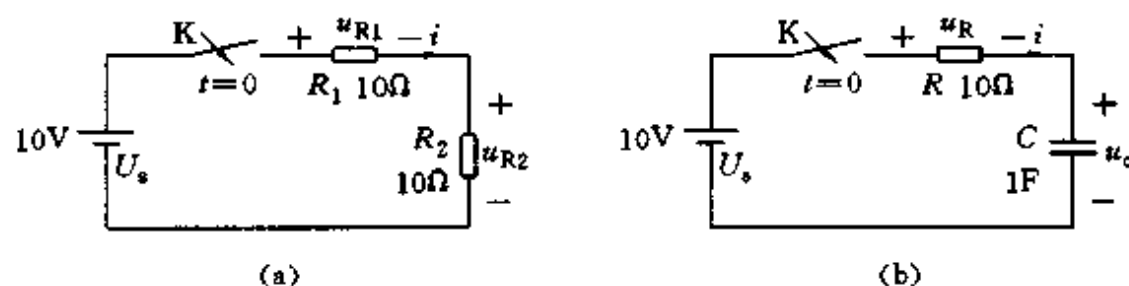


图 3-3 电源接入电路

首先看图(a)所示电路,开关闭合后,两个电阻串联后的端电压立即变为 $10V$,由欧姆定律可得:

$$i(t) = \frac{10}{20} = 0.5A \quad t \geq 0$$

$$u_{R1}(t) = u_{R2}(t) = 0.5 \times 10 = 5V \quad t \geq 0$$

电压与电流的波形如图 3-4 所示。

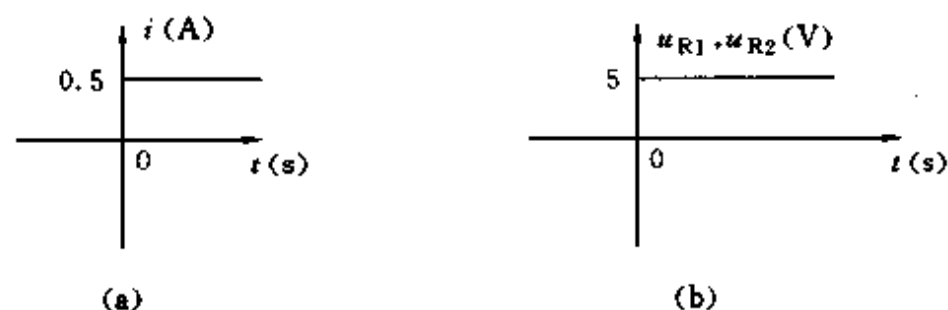


图 3-4 图 3-3(a)中各变量波形

由图 3-4 看出,电阻电压和电流在开关 K 闭合的一瞬间由换路前的 0 值跃变为换路后的数值。常用 $t=0_+$ 表示换路后的瞬间,用 $t=0_-$ 表示换路前的一瞬间,则由图 3-4 可得出:

$$i(0_-) = 0A$$

$$i(0_+) = 0.5A$$

$$u_{R1}(0_-) = u_{R2}(0_-) = 0V$$

$$u_{R1}(0_+) = u_{R2}(0_+) = 5V$$

我们再看图 3-3(b)所示电路

$t < 0$ 时开关 K 开启 $i(t) = 0$

$t \geq 0$ 时开关 K 闭合

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_s - u_c(t)}{R}$$

假设开关 K 闭合前电容电压为 U_0 ，那么 K 闭合的一瞬间电容电压 $u_c(t)$ 能否立即跃变为其他值(例如 U_s ，即 10V)呢？

如果电容电压发生跃变，在跃变瞬间会有无限大电流流过电容，这个无限大电流也流过电阻 R ，并使电阻 R 两端电压为无限大，但电压源与电容的电压均为有限值，必然违背 KVL，因此电路中不会有无限大的电流，电容的电压在开关 K 闭合一瞬间也不会发生跃变，即

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = U_0$$

$$i(0_-) = 0$$

$$i(0_+) = \frac{U_s - U_0}{R}$$

如果 $U_0 = 0$ 则 $i(0_+) = \frac{10}{10} = 1A$

电容的电压虽然不能跃变但电流却由 0 跃变为 1A，因此电容电压 $u_c(t)$ 不能维持 0V 不变，由图中给出的电流方向可知 $u_c(t)$ 要增加。根据 KVL， $u_c(t)$ 的增加导致 $u_R(t)$ 的减小， $i(t)$ 也随之减小，但只要 $i(t)$ 没有减少到 0，就要给电容充电， $u_c(t)$ 就要增加，直到 $u_c(t)$ 增加到与 U_s 相等时 $u_R(t) = 0$ ， $i(t) = 0$ ，使电容电压维持 U_s 不变，电流也保持 0 值不变，电路中各处电压电流不再发生变化，我们说电路处于稳定状态。画出电压、电流大致的波形如图 3-5 所示。

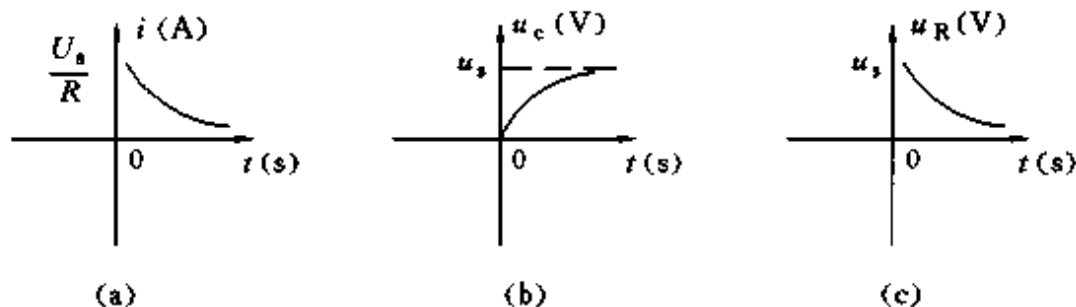


图 3-5 图 3-3(b)中各变量波形

可见 RC 电路与电阻电路不同，由于电容的电压不能跃变，换路时电容中各电压电流不能立即由 $t=0$ 时的初始值跃变到电路稳定时的数值(稳态值)，由初始值到稳态值要经过一个过渡过程。

但当 $U_0 = U_s = 10V$ 时

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = U_0 = 10V$$

$$i(0_+) = \frac{U_s - U_0}{R} = 0$$

由于电流为 0，电容电压维持 10V 不变，电路立即进入稳态没有过渡过程。说明当电容电压换路后的初始值等于稳态值时，电路直接进入稳态，不产生过渡过程。由以上分析可知，在直流源激励下，电路中存在过渡过程的原因有两个：

第一、电路中存在储能元件，比如电容，当电流为有限值时，换路前后电容电压(即储能)不能跃变。

第二、电路中电压或电流的初始值与稳态值不相等。

3.1.2.2 数学分析

我们知道了过渡过程产生的原因，但电路中的电压和电流是以何种函数形式由初始值过渡到稳态值，过渡时间长短由什么决定的呢？

对于图 3-3(b)的电路列写 $t \geq 0$ 时的 KVL 方程：

$$Ri(t) + u_c(t) = U_s$$

把 $i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$ 代入方程得

$$RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = U_s \quad t \geq 0 \quad (3.7)$$

初始条件为:

$$u_c(0) = U_0 \quad (3.8)$$

式(3.7)是一个一阶非齐次常微分方程,它的通解为

$$u_c(t) = u_{ch}(t) + u_{cp}(t)$$

其中 $u_{ch}(t)$ 是方程(3.7)对应的齐次方程的通解, $u_{cp}(t)$ 为非齐次方程的一个特解。

对应的齐次方程为

$$RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = 0 \quad (3.9)$$

其特征方程为:

$$RCS + 1 = 0 \quad (3.10)$$

特征根:

$$S = -\frac{1}{RC}$$

齐次方程的通解

$$u_{ch}(t) = ke^{st} = ke^{-\frac{1}{RC}t} \quad t \geq 0 \quad (3.11)$$

非齐次方程的特解 $u_{cp}(t)$ 与方程右端有相同的函数形式, 方程(3.7)右端为常数 U_s , 设特解 $u_{cp}(t)$ 为常数 A , 代入方程(3.7)得: $A = U_s$,

即

$$u_{cp}(t) = A = U_s \quad t \geq 0 \quad (3.12)$$

$$u_c(t) = u_{ch}(t) + u_{cp}(t) = ke^{-\frac{1}{RC}t} + U_s \quad t \geq 0 \quad (3.13)$$

为了满足初始条件式(3.8), 令式(3.13)中 $t=0$, 并把式(3.8)代入得:

$$U_0 = k + U_s$$

$$K = U_0 - U_s$$

$$u_c(t) = (U_0 - U_s)e^{-\frac{1}{RC}t} + U_s \quad t \geq 0 \quad (3.14)$$

当初始条件 $U_0=0$ 时

$$u_c(t) = -U_s e^{-\frac{1}{RC}t} + U_s = U_s(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) \quad t \geq 0 \quad (3.15)$$

当初始条件 $U_0=U_s$ 时, 将 $U_0=U_s$ 代入式(3.14)有

$$u_c(t) = U_s \quad t \geq 0 \quad (3.16)$$

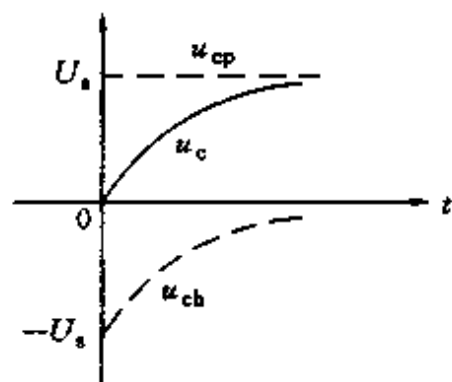


图 3-6 $U_0=0$ 时 $u_c(t)$ 波形

$U_0=0$ 时电容电压 $u_c(t)$ 的波形如图 3-6 所示。图中虚线表示齐次解和特解, 实线表示 $u_c(t)$ 为齐次解和特解之和。

3.1.2.3 暂态响应和稳态响应

式(3.14)中第一项 $(U_0 - U_s)e^{-\frac{1}{RC}t}$ 是微分方程的齐次解, 其函数形式由电路本身决定, 与激励无关, 称为固有响应。当方程的特征根 $S < 0$ 时, 此项随着时间的增长按指数形式衰减, 称为暂态响应。

式(3.14)中的第二项 U_s 是微分方程的特解, 其函数形式与激励源形式相同称为强迫响应, 直流激励的强迫响应为与时间无关的常数, 称为稳态响应。当暂态响应衰减为 0 时, 只剩下稳态响应, 电路进入稳态。当初始值与稳态值相等时暂态响应为 0, 换路后电路立即进入稳态, 不存在过渡过程, 如式(3.16)所示。

3.1.2.4 时间常数 RC

过渡过程经历时间的长短与暂态响应衰减的快慢有关,而暂态响应衰减的快慢是由乘积 RC 决定。乘积 RC 具有时间的量纲,称为时间常数,其单位为 s 。时间常数用字母 τ 表示,在 RC 电路中 $\tau=RC$,式(3.14)中第一项可写作 $(U_0-U_s)e^{-\frac{t}{\tau}}$,当 $t=\tau$ 时, $u_{ch}(\tau)=(U_0-U_s)e^{-1}=0.368(U_0-U_s)$ 。可见 τ 为暂态响应降至其最大值 (U_0-U_s) 的 36.8% 时所经历的时间。当 $t=4\tau$ 时 $u_{ch}(4\tau)=(U_0-U_s)e^{-4}=0.0183(U_0-U_s)$,已经衰减到最大值的 0.0183 即 1.8%;一般认为当 t 等于 4τ 或 5τ 时暂态响应已衰减为 0,过渡过程结束,电路进入稳态。可见过渡过程经历时间的长短由电路本身的结构及元件参数即时间常数 τ 决定。 τ 越小,暂态响应衰减越快,过渡时间越短; τ 越大,暂态响应衰减越慢,过渡时间越长。

由于从理论上讲只有当 $t \rightarrow \infty$ 时电路才能进入稳态,所以 $u_c(t)$ 的稳态值常用 $u_c(\infty)$ 表示,初始值常用 $u_c(0_+)$ 或 $u_c(0)$ 表示。故式(3.14)可写作

$$u_c(t) = [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(\infty) \quad t \geq 0 \quad (3.17)$$

以上我们实际上分析了直流电源对电容的充电过程,由于电容电压不能突变,要经过一个过渡过程电容电压才能达到稳态值, $q(t)=Cu(t)$, 所以对于同样大的电压,电容 C 越大,电容两端需要积累的电荷越多,充电时间就越长;电阻 R 大时充电电流就小,充电时间也要加长。可见时间常数 RC 越大,过渡时间越长,从物理概念上来讲也是正确的。

3.1.3 电容的放电过程

3.1.3.1 物理过程分析

下面我们分析电容的放电过程,图 3-7(a)中, $t < 0$ 时开关 K 与 a 点接通,电路已处于稳态,当 $t=0$ 时 K 迅速由 a 投向 b ,现在考察换路后电容电压和电流的变化。

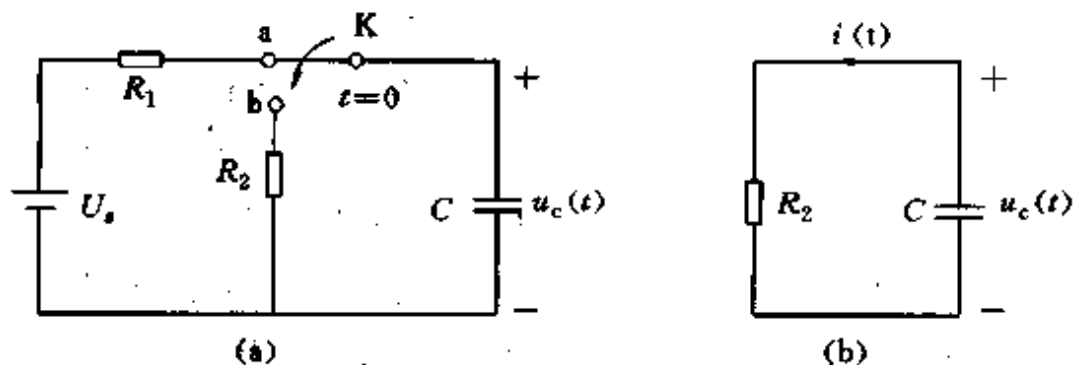


图 3-7 电容放电电路

由于开关 K 动作前电路已处于稳态,电容电压已被充到 U_s ,开关 K 由 a 投到 b 的一瞬间电容电压不会跳变, $u_c(0_+) = u_c(0_-) = U_s$,电阻 R_2 两端电压也为 $u_c(t)$,如图 3-7(b)所示,流过电路的电流必由 0 跳变为 U_s/R_2 ,即 $i(0_+) = U_s/R_2$,方向如图 3-7(b)所示,正电荷由电容正极板通过电阻 R_2 ,流向负极板与负电荷中和,电容电压不能保持 U_s 而要下降,电阻电压和电流 $i(t)$ 也随电压 $u_c(t)$ 下降而减少,但只要电流 $i(t)$ 不为 0,电压 $u_c(t)$ 就继续下降,直到 $u_c(t)$ 下降为 0,电阻电压和电流 $i(t)$ 也为 0,放电终止,电路进入稳态。整个放电过程就是电容的储能被电阻 R_2 全部消耗转化为热能的过程。电容 C 越大储存能量越多,能量消耗用的时间越长。电阻 R_2 越大放电电流越小,放电时间也越长。因此时间常数 R_2C 越大,放电时间即过渡时间越长。

3.1.3.2 数学分析

对换路以后的电路列方程,由图 3-7(b)可知

$$R_2 i(t) - u_c(t) = 0$$

$i(t)$ 与 $u_c(t)$ 对电容来说是非关联参考方向,有

$$i(t) = -C \frac{du_c(t)}{dt}$$

代入方程得

$$R_2 C \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = 0 \quad (3.18)$$

初始条件为

$$u_c(0) = U_s \quad (3.19)$$

特征方程:

$$R_2 C S + 1 = 0$$

特征根 $S = -\frac{1}{R_2 C}$

式(3.18)为齐次方程

$$u_c(t) = u_{ch}(t) = k e^{st} = k e^{-\frac{1}{R_2 C} t} \quad t \geq 0$$

代入初始条件式(3.19)

$$u_c(0) = k = U_s$$

$$u_c(t) = U_s e^{-\frac{1}{R_2 C} t} = U_s e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0 \quad (3.20)$$

其中 $\tau = R_2 C$

电流

$$i(t) = -C \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{u_c(t)}{R_2} = \frac{U_s}{R_2} e^{-\frac{1}{R_2 C} t} \quad t \geq 0 \quad (3.21)$$

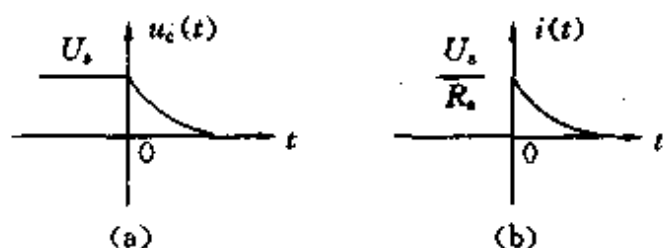


图 3-8 电容放电时 u 和 i 的波形

画出 $u_c(t)$ 与 $i(t)$ 的波形如图 3-8。

对于电容放电过程的分析,可得出以下结论:

(1) 由于电路中储能元件的存在,电路没有独立源做激励也可能存在电压和电流。这些电压和电流是由储能元件储存的能量引起的,是输入为 0 时的响应,又称为零输入响应。

(2) 由于没有外加激励源的能量补充,在电容放电的整个过程中,电容的储能被电阻消耗殆尽,因此,电压和电流均由初始值按指数形式衰减为 0,衰减快慢由时间常数 τ 决定。

(3) 开关动作的一瞬间 $u_c(t)$ 不发生跃变,而电流由 0 跳至 U_s/R_2 ,说明电容的电流可能发生跳变。当 R_2 很小的时候,电路将会受到很大的初始电流的冲击。

以上讨论的电容充放电电路中只含有一个储能元件,数学上用一阶常微分方程来描述。至少包含一个动态元件的电路称为动态电路。这种只含一个动态元件,由一阶微分方程描述的电路称为一阶(动态)电路,下面举例计算只含一个电容的一阶电路在直流激励下的响应及零输入响应。

3.1.4 例题

例 3.1 图 3-9 所示电路中, $t < 0$ 时开关 K 与 a 点相接,电路已处于稳态, $t = 0$ 时开关 K 迅速由 a 投向 b。求 $t \geq 0$ 时电容电压 $u_c(t)$ 及电流 $i_c(t)$ 。

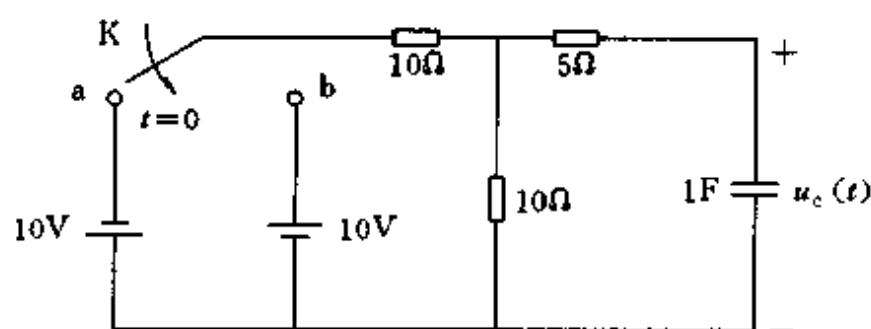


图 3-9 例 3.1

解：电路处于直流稳态时电容电压保持不变，流过电容的电流必为 0，因此电容可看作开路， $t=0_-$ 时图 3-9 的电路可等效为图 3-10 所示电路。由图 3-10 可得：

$$u_c(0_-) = -5V$$

题中 $t > 0$ 时的电路如图 3-11 所示。

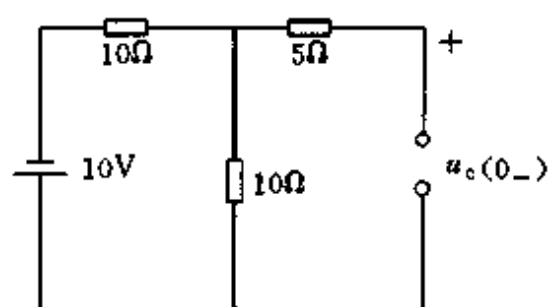


图 3-10 图 3-9 $t=0_-$ 时的等效电路

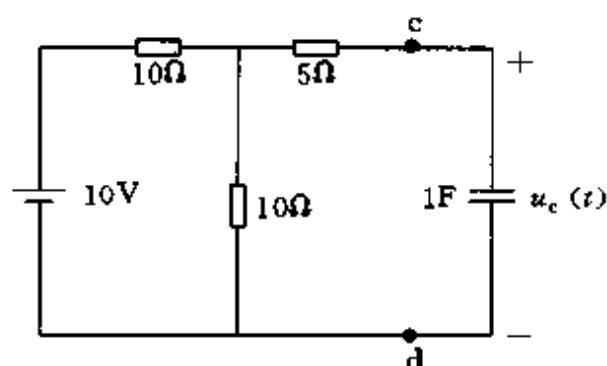


图 3-11 图 3-9 $t > 0$ 时的电路

由于电容电压不能跳变

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = u_c(0) = -5V$$

欲求电容上的电压和电流，可把电容 c, d 两端左边电路用其戴维南等效电路代替。如图 3-12 所示，图中 5V 为 cd 两端的开路电压也就是稳态时的电容电压 $u_c(\infty)$ ， 10Ω 电阻是由电容两端 cd 看进去的戴维南等效电阻。

图 3-12 的电路与图 3-3(b)开关闭合后的电路结构相同，故有

$$u_c(t) = [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(\infty)$$

其中 $u_c(0_+) = -5V$ ， $u_c(\infty) = 5V$ ， $\tau = 10 \times 1 = 10s$

最后得：

$$u_c(t) = -10e^{-0.1t} + 5V \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} = e^{-0.1t}A \quad t \geq 0$$

由以上分析可知只含一个电容的一阶电路的电容电压仍可用公式 3-17 计算

$$u_c(t) = [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(\infty)$$

其中 $u_c(0_+)$ 或由已知给出，或由 $u_c(0_-)$ 推出。 $u_c(\infty)$ 是换路后把电容看做开路时电容两端的电压。

$\tau = RC$ ，其中 R 是由电容两端看进去的戴维南等效电阻。

例 3.2 已知 $u_c(0) = 5V$ ，求 $t \geq 0$ 时图 3-13 电路的 $u_c(t)$ 及 $i_c(t)$ 。

由于电路中没有独立源，电容两端左边的电路等效于一个电阻 R 。 R 可由图 3-14 计算。得

$$R = \frac{u}{i} = 2000\Omega$$

图 3-13 电路等效为如图 3-15 所示电路。

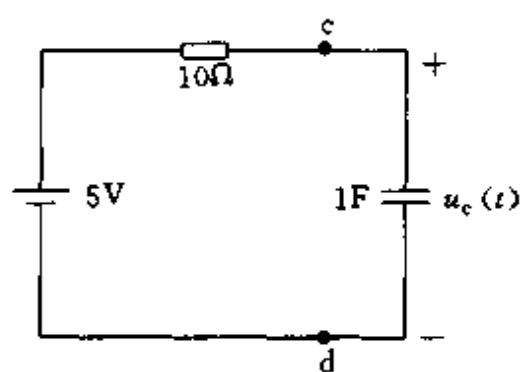


图 3-12 图 3-9t>0 时的等效电路

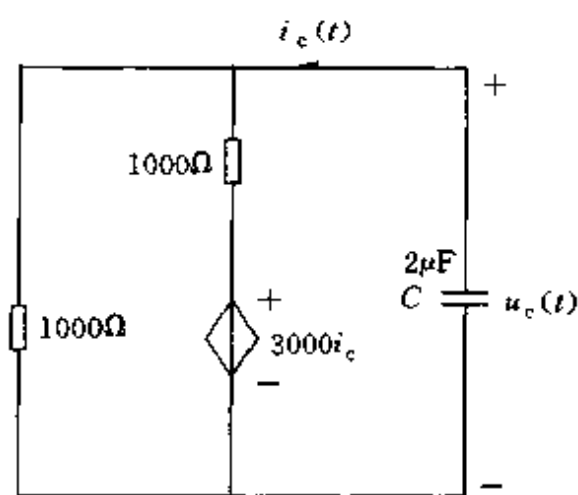


图 3-13 例 3.2

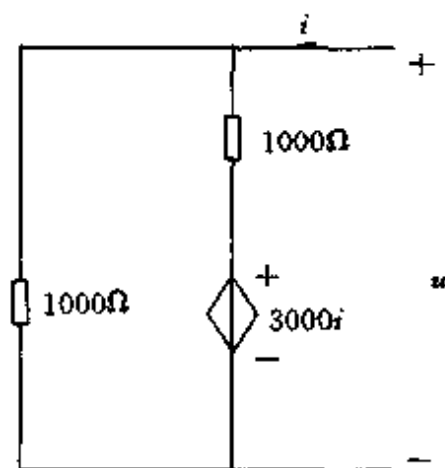


图 3-14 求图 3-13 中等效电阻 R 用图
已知 $u_c(0) = 5V$

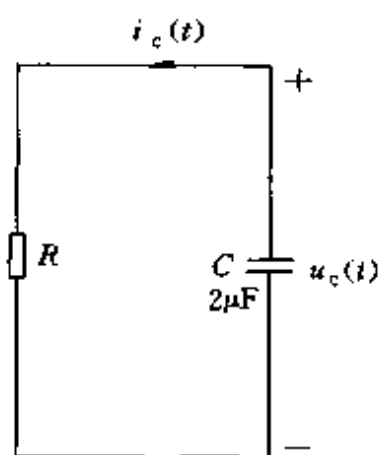


图 3-15 图 3-13 等效电路

$$\begin{aligned}\tau &= RC = 2000 \times 2 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-3} = 4\text{ms} \\ u_c(t) &= u_c(0)e^{-\frac{t}{\tau}} = 5e^{-\frac{1}{4 \times 10^{-3}}t} = 5e^{-250t}\text{V} \quad t \geq 0 \\ i(t) &= -C \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{u_c(t)}{R} = 2.5e^{-250t}\text{mA} \quad t \geq 0\end{aligned}$$

3.2 RL 电路的过渡过程

3.2.1 电感元件

3.2.1.1 电感元件

用导线绕制成线圈便构成一个实际的电感器,如图 3-16(a)所示。当电流通过线圈时在线圈的内部和外部都建立了磁场,形成磁通 Φ ,称为自感磁通。穿过线圈各匝的磁通的代数和称为磁链 Ψ 。当线圈绕得比较紧密所有磁通 Φ 与每一匝都交链时,匝数为 N 的线圈的磁链总数为

$$\Psi = N\Phi \quad (3.22)$$

线圈的磁场中储藏能量。当电流增大时,磁通 Φ 和磁链 Ψ 增大。储存的磁场能也增大。电流减小时, Φ 、 Ψ 和储存的磁场能都减小。电感器是一种建立磁场,存储磁场能的器件。一个理想的电感器只具有建立磁场、存储磁场能的作用,无能量消耗等其他现象。我们定义电感元件作为电感器的理想化模型。电感元件(简称电感)是一个二端元件,用字母 L 表示,其图形符

号如图 3-16(b)所示。当磁链的方向(即磁通 Φ 的方向)与电流的方向满足右手螺旋法则时,

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad (3.23)$$

式中 L 称为电感,国际单位制中, Ψ 的单位为韦伯(用 Wb 表示), L 的单位为亨利(用 H 表示),也常用单位毫亨(mH)和微亨(μ H)。

若 L 是与 Ψ 和 i 无关的常数,则 3.23 式表示 $i-\Psi$ 平面上一条过原点的直线,如图 3-17 所示。 L 称为线性电感,否则为非线性电感。

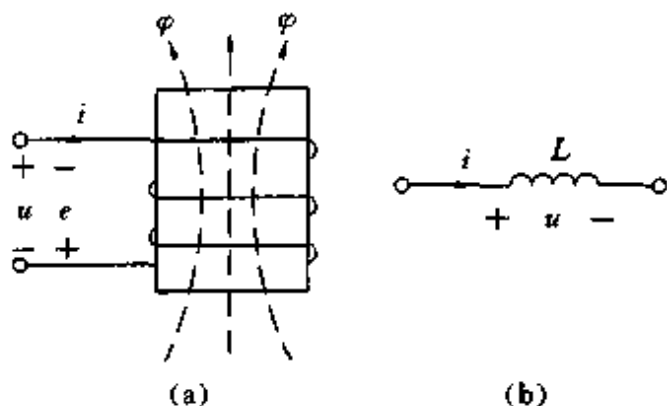


图 3-16 电感

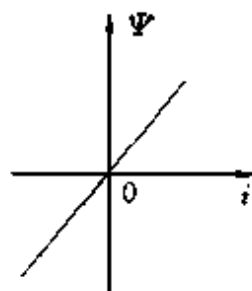


图 3-17 线性电感的 $i-\Psi$ 曲线

实际电感线圈均标定电感量和额定电流两个参数,使用时应注意流过电感的电流不应超过其额定值。

3.2.1.2 电感元件的伏安关系

图 3-16 规定了电流 i 和磁链 Ψ 的参考方向,两者满足右手螺旋法则。当有变化的电流流过电感时,由于磁链也发生变化,电感中将产生自感电动势 e 。如果规定 e 的参考方向也与 Ψ 符合右手螺旋法则如图 3-16 所示。则

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} \quad (3.24)$$

由于线性电感 $\Psi = Li$,且 L 为常数,得

$$e = - L \frac{di}{dt} \quad (3.25)$$

以上两式中的负号由物理学中的法拉第定律和楞次定律而来,说明自感电动势总是力图阻碍电流的变化,当电流增加时,自感电动势 e 与图中规定的正方向相反,为负值。当电流减小时, e 为正值。

在电路的分析中,关心的不是电感元件内部的物理过程,而是端钮两端电压和电流的关系。如果电压 u 的参考极性与 Ψ 成右手螺旋法则如图 3-16 所示。则

$$u = - e = \frac{d\Psi}{dt} \quad (3.26)$$

对线性电感有

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (3.27)$$

由图 3-16 可看出,如果 u 和 i 的参考方向均与 Ψ 符合右手螺旋法则, u 与 i 的正方向一致,即为关联参考方向。当 u 和 i 为非关联参考方向时,其中只有一个和 Ψ 成右手螺旋法则。式(3.23)和式(3.26)必一正一负,此时

$$u = - L \frac{di}{dt} \quad (3.28)$$

显然,在关联参考方向下

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\xi) d\xi \quad (3.29)$$

3.2.1.3 电感元件的功率和能量

在关联参考方向下 $p=ui$ $u=L \frac{di}{dt}$

由以上两式可知, $u>0$ 只说明 $\frac{di}{dt}>0$, 而 i 本身可能大于 0 也可能小于 0。功率 p 可能大于 0 也可能小于 0, 即电感可能吸收功率也可能释放功率。

电感元件不消耗能量, 它把吸收的能量转化为磁场能储存起来, 储存的磁场能用 $w_L(t)$ 表示, 应为

$$w_L(t) = \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^t u(\xi) i(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^t i(\xi) L \frac{di(\xi)}{d\xi} d\xi = L \int_0^{i(t)} i di$$

得 $w_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$

上式说明电感 L 一定时, 电感在 t 时刻的储能只取决于该时刻的电流 i , 电流 i 反映了电感的储能状态。

由以上各式得出以下结果:

(1) 电感电压与电流对时间的变化率成正比。只有电流发生变动时才有电压, 如果电流保持不变(即使电流本身很大)电压必为 0。电感是一种动态元件。

(2) 只要电压不为 0, 电流就不能维持不变。电流在 t 时刻的数值与 t 时刻之前电感两端所有电压值有关。电流有记忆电压的作用, 电感是一种记忆性元件。

(3) 电压为有限值时, 电流对时间的导数就为有限值, 即电流是时间的连续函数, 不会发生跃变, 电感是一种惯性元件。

(4) 电感是一种储能元件, 电感 L 一定时, 在 t 时刻的储能只与该时刻的电流有关, 电感电流不能跃变的实质是其储能不能跃变。

3.2.2 直流电源接入 RL 电路的过渡过程

图 3-18 电路中 $t=0$ 时开关 K 迅速从 a 投向 b , 电流源为直流源。求开关 K 动作后的电感电流 $i_L(t)$ 和电感电压 $u_L(t)$ 。

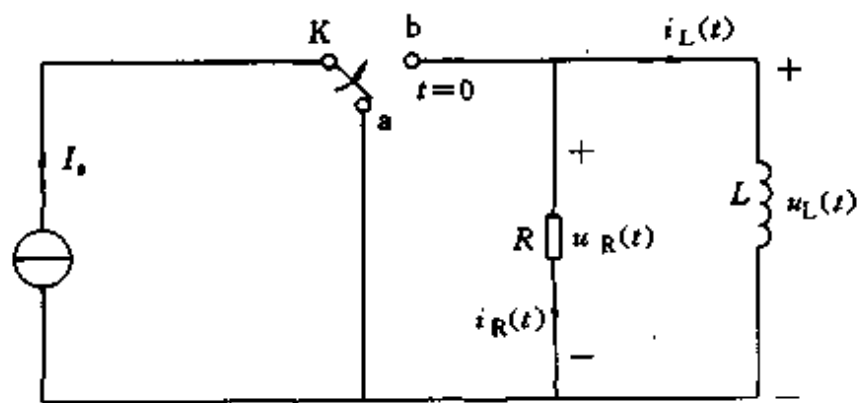


图 3-18 电源接入 RL 电路

3.2.2.1 物理过程分析

$t=0$ 时开关 K 从 a 投向 b , 电流源 I_s 与 RL 电路接通。如果开关 K 与 b 接通前一刻电感

电流为 I_0 ，换路的一瞬间电感电流能否从 I_0 跳变到另外一个数值(比如 I_s)呢？假定电流发生跃变，电感电压 $u_L(t)$ 在 $t=0$ 时必为无限大。因此电阻两端电压也为无限大；就有无限大电流流过电阻，而电流源和电感的电流均为有限值，必违背 KCL，因此换路时电感电流不能发生跃变，即 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_0$ 。换路后 $i_L(t)$ 和 $u_L(t)$ 的变化过程分析如下：

设 $I_0 < I_s$ ，则电阻 R 上的初始电流 $i_R(0_+) = I_s - I_0 > 0$ ，因此

$$u_L(0_+) = u_R(0_+) = Ri_R(0_+) > 0$$

由

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

得：

$$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0_+} = \frac{u_L(0_+)}{L} > 0$$

可见 $i_L(t)$ 不能总维持 $t=0_+$ 时的初始值 I_0 不变，而要逐渐增大，同时 $i_R(t) = I_s - i_L(t)$ 则要相应地逐渐减小， $u_R(t)$ 即 $u_L(t)$ 也随之降低， $u_L(t)$ 的下降使 $i_L(t)$ 的增长速度减慢，但只要 $u_L(t)$ 未降为 0， $i_L(t)$ 就继续增大， $i_R(t)$ 继续减小，直到 $i_L(t)$ 增加到 I_s ， $i_R(t)$ 减小为 0，这时 $u_R(t) = u_L(t) = 0$ ，电感电流 $i_L(t)$ 不再变化，因而 $i_R(t)$ 、 $u_R(t)$ 、 $u_L(t)$ 均维持 0 值不变，电路进入稳态。图 3-19 中画出当 $I_0 = 0$ 时， $i_R(t)$ 、 $u_R(t)$ 、 $u_L(t)$ 及 $i_L(t)$ 的波形。

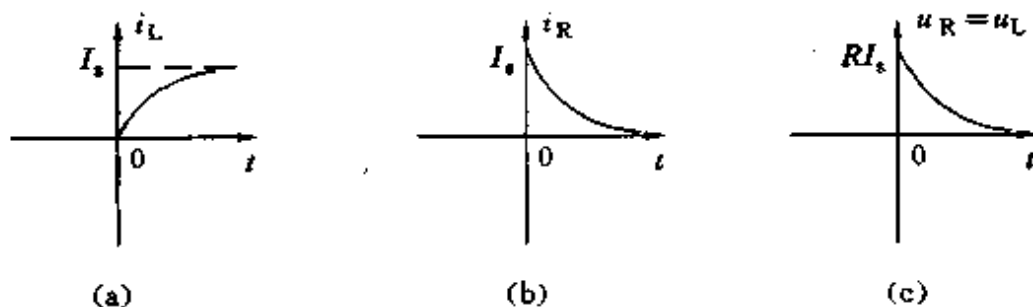


图 3-19 图 3-18 中各变量的波形

如果 $I_0 = I_s$ ，则 $i_R(0_+) = I_s - I_0 = 0$ ， $u_R(0_+) = u_L(0_+) = 0$ 。 $i_L(t)$ 将保持 $i_L(0_+) = I_0 = I_s$ 不变，换路后电路立即进入稳态。

以上分析可知 RL 电路中存在过渡过程也是因为存在储能元件电感 L ，且 $i_L(t)$ 的初始值不等于稳态值。由于 $i_L(t)$ 不能由初始值跃变为稳态值，导致电路中各处电压，电流也不能立即变为稳态值。从初始值到稳态值要有一个过渡过程。

$u_L(t)$ 和 $i_L(t)$ 不能跃变的规律，一般称为换路定律。

3.2.2.2 数学分析

对图 3-18 的电路列出 $t \geq 0$ 时的 KCL 方程

$$i_R(t) + i_L(t) = I_s$$

$$\frac{u_R(t)}{R} + i_L(t) = I_s$$

把 $u_R(t) = u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$ 代入方程

$$\text{得：} \quad \frac{L}{R} \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = I_s \quad (3.31)$$

$$\text{初始条件为：} \quad i_L(0) = I_0 \quad (3.32)$$

$$\text{对应的齐次方程为：} \quad \frac{L}{R} \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = 0 \quad (3.33)$$

$$\text{特征方程为：} \quad \frac{L}{R} S + 1 = 0$$

特征根

$$S = -\frac{R}{L}$$

齐次方程通解 $i_{Lh}(t) = ke^{St} = ke^{-\frac{R}{L}t}$

设特解为: $i_{Lp}(t) = A$

代入式(3.31)得 $i_{Lp}(t) = A = I_s$

$$i_L(t) = i_{Lh}(t) + i_{Lp}(t) = ke^{-\frac{R}{L}t} + I_s$$

把初始条件式(3.32)代入上式得出

$$I_0 = k + I_s, \quad k = I_0 - I_s$$

$$i_L(t) = i_{Lh}(t) + i_{Lp}(t) = (I_0 - I_s)e^{-\frac{R}{L}t} + I_s, \quad t \geq 0 \quad (3.34)$$

$$\text{当初始条件 } I_0 = 0 \text{ 时 } i_L(t) = I_s(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad t \geq 0 \quad (3.35)$$

当初始条件 $I_0 = I_s$ 时, 齐次解为 0:

$$i_L(t) = I_s, \quad t \geq 0 \quad (3.36)$$

式(3.34)中的第一项是齐次解, 由于随时间增长衰减为 0, 为暂态响应。第二项是强迫响应, 它是与时间无关的常数, 为稳态响应。当暂态响应衰减为 0 时, 过渡过程结束, 电路进入稳态。当初始值 I_0 与稳态值 I_s 相等时, 暂态响应为 0 只有稳态响应, 没有过渡过程, 换路后立即进入稳态。当 $I_0 \neq I_s$ 时暂态响应存在的时间即过渡时间的长短与 L/R 有关, L/R 具有时间的量纲为时间常数, 用 τ 表示。与 RC 电路类似当 $t = \tau$ 时暂态响应下降到其最大值的 36.8%, 当 $t = 4\tau$ 或 5τ 时暂态响应近似衰减为 0, 电路进入稳态。如果用 $i_L(\infty)$ 表示电感电流的稳态值, 换路后的电感电流可表示为:

$$i_L(t) = [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty) \quad t \geq 0 \quad (3.37)$$

3.2.3 RL 电路的“放电”过程

图 3-20 的电路中, 开关 K 在 $t=0$ 时迅速由 a 投向 b, 换路前电路已处于稳态, 求 $t \geq 0$ 时电感电流 $i_L(t)$ 和电感电压 $u_L(t)$ 。

3.2.3.1 物理过程分析

电路在换路前已处于稳态, 说明电感电流已达到稳态值 I_s 。换路时电感电流不能跃变, 换路后 i_L 继续沿 R 和 L 组成的回路流动, 电感的储能不断被电阻 R 消耗掉而减少, i_L 也不断减小, 电感储能被消耗尽时, $i_L = 0, u_R = 0, u_L = 0, i_L$ 不再变化, 电路处于稳态。

L 越大储能越多, 能量消耗花的时间越长, 电阻 R 越大, 同样电流, 消耗功率越大, 能量(电流)衰减越快。

3.2.3.2 数学分析

对 $t \geq 0$ 时的电路列 KVL 方程

$$u_L(t) - u_R(t) = 0$$

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + Ri_L(t) = 0 \quad (3.38)$$

初始条件:

$$i_L(0_+) = I_s \quad (3.39)$$

特征方程

$$LS + R = 0$$

特征根

$$S = -\frac{R}{L}$$

$$i_L(t) = ke^{-\frac{R}{L}t}$$

把初始值式(3.39)代入得 $i_L(0) = k = I_s$

$$i_L(t) = I_s e^{-\frac{R}{L}t} \quad t \geq 0$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = -Ri_L(t) = -RI_s e^{-\frac{R}{L}t} \quad t \geq 0$$

画出波形图如图 3-21 所示。

由本例可知与 RC 电路类似, RL 电路中除掉电源后仍可能存在由电感的储能引起的电压和电流,即可能存在零输入响应。零输入响应是电感的储能被电阻消耗的过程。各支路电压,电流由初始值衰减为 0,衰减的快慢由时间常数 $\tau = L/R$ 决定。换路的一瞬间电感电流一般来说不能发生跳变,而电感电压常发生跳变。

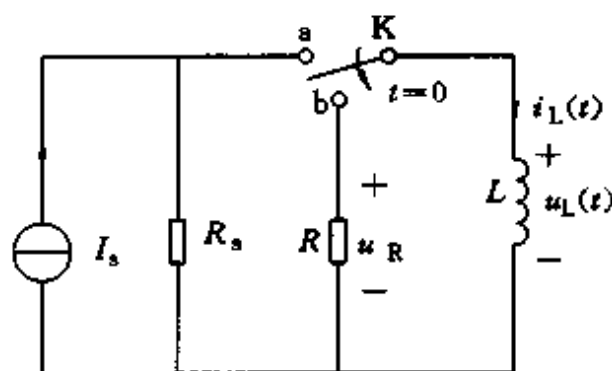


图 3-20 RL“放电”电路

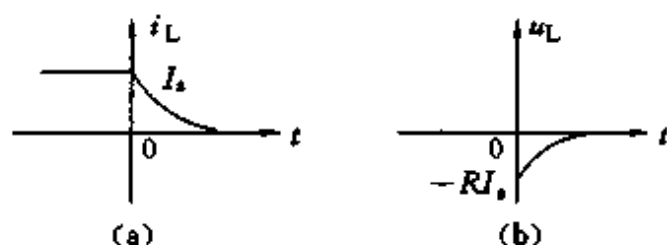


图 3-21 图 3-20 电路各量波形

3.2.4 例题

例 3.3 图 3-22 所示电路, $t=0$ 时开关 K 迅速由 a 投向 b, 换路前电路处于稳态。求 $t \geq 0$ 时电感电流 $i_L(t)$ 和电感电压 $u_L(t)$ 。

解: 直流稳态情况下, 电路各处电压、电流均为常数, $i_L(t)$ 不随时间变化, 电压 $u_L(t)$ 为 0, 电感可认为短路。换路前电路处于稳态, 开关 K 闭合前一瞬间 $t=0_-$ 时的等效电路如图 3-23 所示。

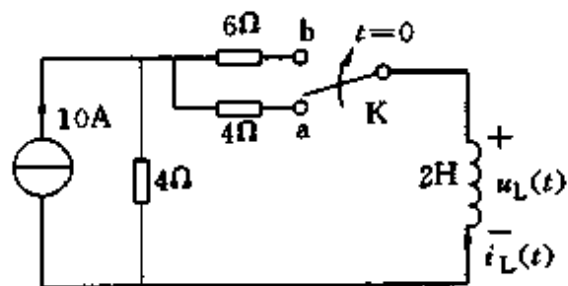


图 3-22 例 3.3

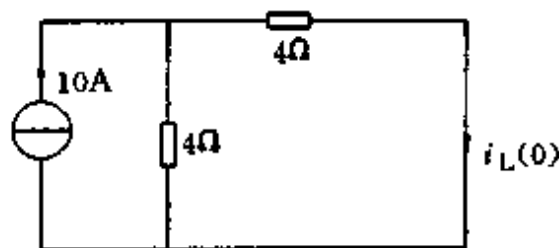


图 3-23 图 3-22 $t=0_-$ 时等效电路

由图可知 $i_L(0_-) = 5A$, 换路时电感电流不发生跃变, $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 5A$, 换路后的电路如图 3-24 所示。

为了求电感的电压和电流, 可把电感 b、d 两端左边的电路用其诺顿等效电路代替, 如图 3-25 所示。图中电流源电流为图 3-23 中电感用短路代替后的短路电流, 即 $i_L(t)$ 的稳态值。10Ω 电阻是由电感两端 b、d 看进去的诺顿等效电阻(戴维南等效电阻)。由

$$i_L(0_+) = 5A, i_L(\infty) = 4A, \tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}s$$

得出 $i_L(t) = [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty) = (5 - 4)e^{-5t} + 4 = 4 + e^{-5t} \text{ A} \quad t \geq 0$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = 2 \times (-5)e^{-5t} = -10e^{-5t} \text{ V} \quad t \geq 0$$

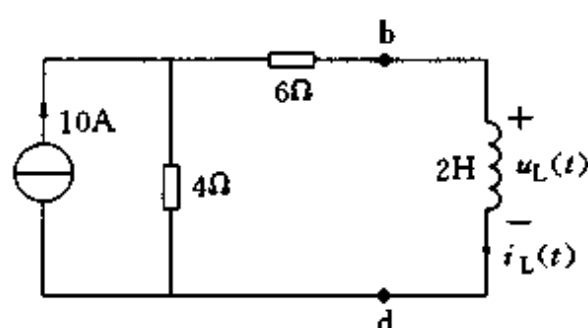


图 3-24 图 3-22 $t > 0$ 时电路

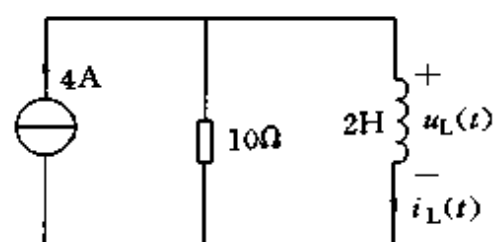


图 3-25 图 3-24 的等效电路

$i_L(t)$ 与 $u_L(t)$ 的波形见图 3-26。

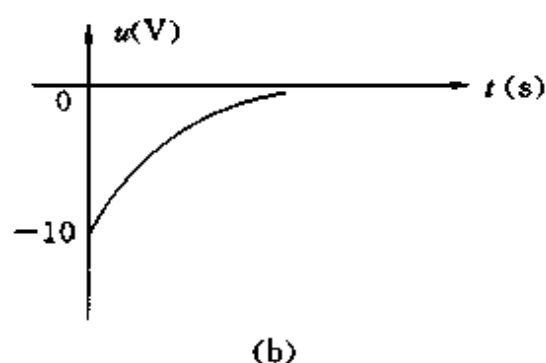
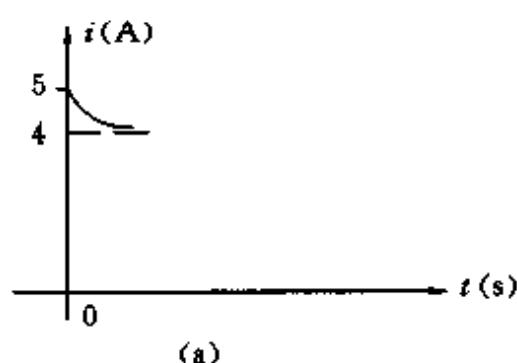


图 3-26 图 3-22 中各量波形

由本例可看出, 只含一个电感的一阶电路直流输入时可用公式 $i_L(t) = [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty)$ 计算。其中 $i_L(0_+)$ 由已知给出或由 $i_L(0_-)$ 推出, $i_L(\infty)$ 为电感用短路线代替后短路线中的电流。时间常数 $\tau = L/R$, R 为由电感两端看进去的电路的诺顿(戴维南)等效电阻。 $u_L(t)$ 可由公式

$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$ 或电路中其他约束关系求得。

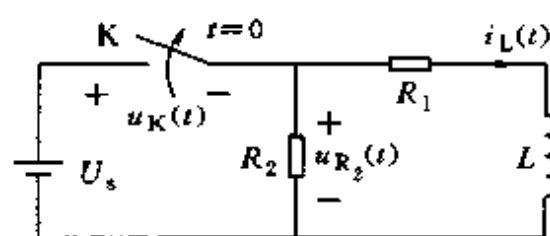


图 3-27 例 3.4

例 3.4 图 3-27 电路中, $t=0$ 时开关 K 打开, 换路前电路处于稳态, 求 $t \geq 0$ 时电流 $i_L(t)$ 、 $u_{R_2}(t)$ 及开关两端电压 $u_K(t)$ 。

解: 换路前电路处于稳态, 电感看做短路线, $t=0_-$ 时的等效电路如图 3-28 所示。

$$i_L(0_-) = \frac{U_s}{R_1}$$

换路时电感电流不发生跃变, $i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_s}{R_1}$

换路后的电路如图 3-29 所示。

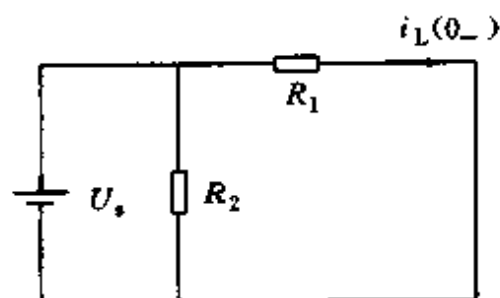


图 3-28 图 3-27 $t=0_-$ 等效电路

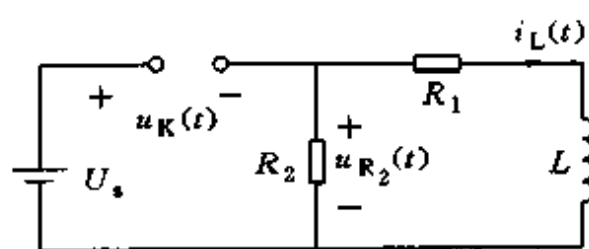


图 3-29 图 3-27 换路后电路

$$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

$$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-\frac{1}{\tau}t} = \frac{U_s}{R_1}e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad t \geq 0 \quad (3.40)$$

$$u_{R_2}(t) = -R_2 i_L(t) = -\frac{R_2}{R_1} U_s e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad t \geq 0 \quad (3.41)$$

$$u_K(t) = U_s - u_{R_2}(t) = U_s + \frac{R_2}{R_1} U_s e^{-\frac{1}{\tau}t} = U_s \left(1 + \frac{R_2}{R_1} e^{-\frac{1}{\tau}t} \right) \quad t \geq 0 \quad (3.42)$$

波形图画于图 3-30。

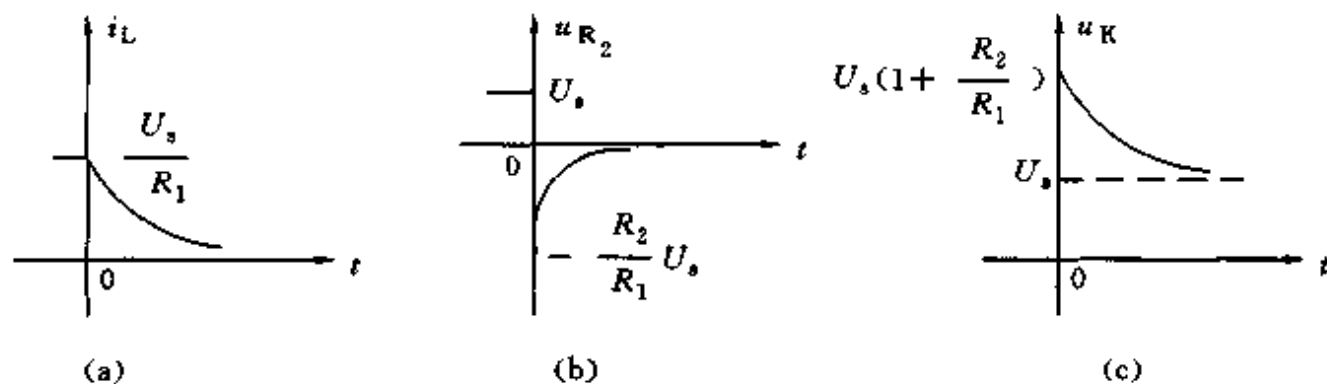


图 3-30 例 3.4 的波形图

$$t=0_+ \text{ 时 } u_{R_2}(0_+) = -\frac{R_2}{R_1} U_s \quad (3.43)$$

$$u_K(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) U_s \quad (3.44)$$

就以上两式说明两点：

第一，由式(3.44)或图 3-30 可知开关 K 两端电压在开启一瞬间由 0 跳到 $\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) U_s$ 。如果 $R_2 \gg R_1$ 则开关 K 两端电压在开关打开一瞬间会比电源电压高很多倍。当 R_2 两端开路时， $R_2 \rightarrow \infty$ ，开关 K 两端有无限大的电压。这是因为除去 R_2 后开关 K 开启使电感电流被迫发生跳变，由 $t=0_-$ 时的 $\frac{U_s}{R_1}$ 立即变为 0，理论上电感两端将产生无限大电压，而电压源和电阻 R_1 的电压为有限值，根据 KVL 开关两端必有与电感电压同样的无限大电压。开关开启时的高电压会使开关触点之间产生电弧，往往会导致设备的损坏甚至危及人身安全。所以在切断含有大电感 L 的串联支路时一定要采取保护措施，即开关开启前在支路两端并联一小电阻 R_2 ，使 $\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) U_s$ 接近 U_s ，避免换路时产生高电压。

第二，图 3-31 表示用伏特表测量 R_1, L 串联支路稳态电压的电路， R_v 为电压表内阻，一般伏特表内阻很高，由式(3.43)可知开关 K 断开的一瞬间，伏特表两端会有 $\frac{R_v}{R_1} U_s$ 的大电压，比正常工作电压大得多，可能会损坏电压表。因此开关 K 打开前要把伏特表断开。

图 3-27 和图 3-31 中， R_1 和 L 的串联支路往往只表示一个实际的电感线圈， R_1 为电感线圈的导线电阻，阻值很小，很容易满足 $R_2 \gg R_1$ 或 $R_v \gg R_1$ 的条件而出现以上两种情况。

接在直流电源上的电感线圈可反向并联一个二极管(称为续流二极管)，如图 3-32 所示，以防止线圈断电后电感两端产生高电压。

3.2.5 零输入响应和零状态响应

电容和电感都是储能元件，在分析含有电容和电感的动态电路时，除了给出电路的结构、

参数和激励,还须给出电感和电容初始时刻的储能状况,否则不能求得解答。由于某时刻电感的储能只与该时刻的电流有关,某时刻电容的储能只与该时刻的电压有关。因此电路的储能状况可以用电感电流和电容电压来表明。某时刻的电感电流和电容电压称为该时刻电路的状态。初始时刻 t_0 的 $i_L(t_0)$ 和 $u_C(t_0)$ 称为电路的初始状态。初始状态为0的响应称为零状态响应。式(3.15)和式(3.35)均为零状态响应。

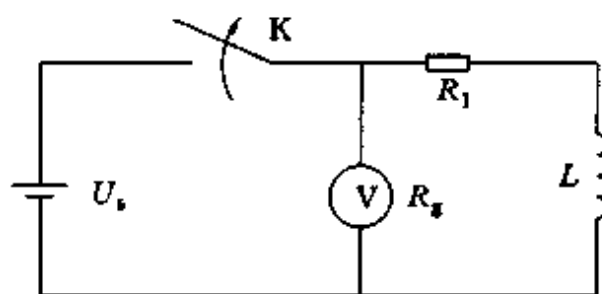


图 3-31 接电压表的电感电路

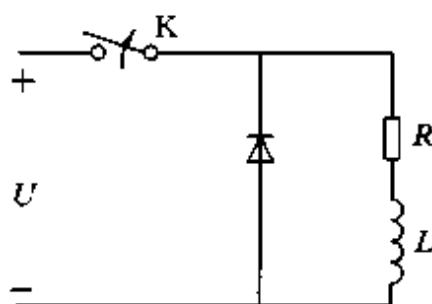


图 3-32 续流二极管

电容电压的计算公式(3.17)可作如下分解:

$$\begin{aligned} u_C(t) &= [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{1}{RC}t} + u_C(\infty) \\ &= u_C(0_+)e^{-\frac{1}{RC}t} + [0 - u_C(\infty)]e^{-\frac{1}{RC}t} + u_C(\infty) \\ &= u_C(0_+)e^{-\frac{1}{RC}t} + u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) \end{aligned}$$

其中 $u_C(0_+)e^{-\frac{1}{RC}t}$ 为零输入响应, $u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$ 为零状态响应。

$u_C(t)$ 可看作零状态响应和零输入响应之和称为完全响应。零输入响应是输入为0时只由初始储能产生的响应,零状态响应是初始储能为0只由输入产生的响应,两者之和是由初始储能和输入共同作用下产生的响应,是叠加定理的体现。

电感电流的计算公式(3.37)也可作同样的分解:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{L}t} + i_L(\infty) \\ &= i_L(0_+)e^{-\frac{1}{L}t} + [0 - i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{L}t} + i_L(\infty) \\ &= i_L(0_+)e^{-\frac{1}{L}t} + i_L(\infty)(1 - e^{-\frac{1}{L}t}) \end{aligned}$$

其中 $i_L(0_+)e^{-\frac{1}{L}t}$ 为零输入响应, $i_L(\infty)(1 - e^{-\frac{1}{L}t})$ 为零状态响应。

3.3 三要素法

3.3.1 三要素法

以上两节我们看到,一阶 RC 和 RL 电路在零输入和直流激励下,电容电压和电感电流可分别由式(3.17)和式(3.37)计算,现重新抄录如下:

$$\begin{aligned} u_C(t) &= [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t} + u_C(\infty) \\ i_L(t) &= [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t} + i_L(\infty) \end{aligned}$$

电路中其他的电压电流变量也都是从初始值按指数上升或衰减为稳态值,因此也可以用类似的公式计算。公式可写为:

$$f(t) = [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t} + f(\infty) \quad t \geq 0 \quad (3.45)$$

其中: $f(t)$ 为零输入或直流激励下一阶电路中任一电压或电流变量。

$f(0_+)$ 为该变量在 $t=0_+$ 时的初始值, $f(\infty)$ 为该变量在电路达到稳态时的值, τ 为电路的时间常数。

一旦知道了 $f(0_+)$ 、 $f(\infty)$ 和 τ ,就可以知道换路后任一时刻 $f(t)$ 的值,因此 $f(0_+)$ 、 $f(\infty)$ 和 τ 被称为三要素,用公式(3.45)计算一阶电路响应的方法称做三要素法,这种方法简捷方便,可避免列解微分方程,在一阶电路的计算中得到广泛应用。本节举例说明如何运用三要素法计算一阶电路在无源或在直流源激励下的响应。

3.3.2 例

例 3.5 把图 3-9 重新绘于图 3-33 中,已知条件同例 3.1,求图中的 $u_c(t)$ 、 $i_c(t)$ 和 $i_1(t)$ 。

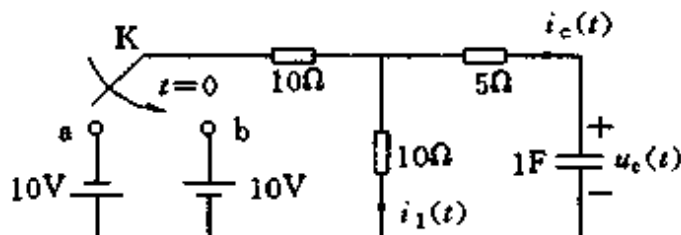


图 3-33 例 3.5

解: (1) 求 $u_c(0_+)$ 、 $i_c(0_+)$ 及 $i_1(0_+)$

由于换路前电路处于稳态,电容相当于开路, $u_c(0_-) = -5V$ 。故 $u_c(0_+) = -5V$ 。因此在 $t=0_+$ 时电容可用一电压为 $-5V$ 的电压源代替。画出 $t=0_+$ 时的等效电路如图 3-34 所示。 $i_c(0_+)$ 和 $i_1(0_+)$ 应满足该等效电路的各种约束关系,就该等效电路求出 $i_c(0_+)$ 和 $i_1(0_+)$:

$$i_c(0_+) = 1A, i_1(0_+) = 0A$$

(2) 求 $u_c(\infty)$ 、 $i_c(\infty)$ 及 $i_1(\infty)$

稳态时电容相当于开路,如图 3-35 所示。

解得: $u_c(\infty) = 5V$, $i_c(\infty) = 0A$ 及 $i_1(\infty) = 0.5A$

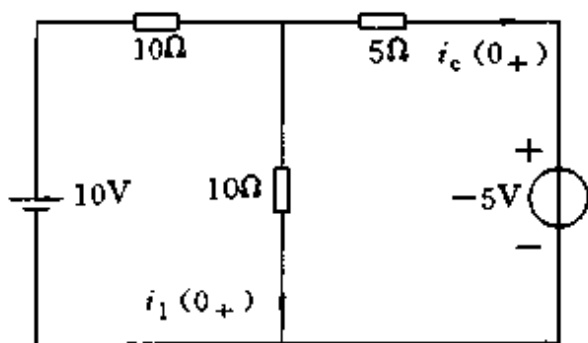


图 3-34 图 3-33 $t=0_+$ 等效电路

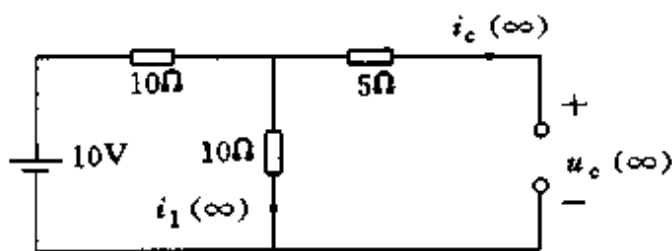


图 3-35 图 3-33 $t=\infty$ 等效电路

(3) 求 τ

$$R = 5 + (10 // 10) = 10\Omega$$

$$\tau = RC = 10 \times 1 = 10s$$

(4) 代公式写出解答,画波形。

$$\begin{aligned} u_c(t) &= [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(\infty) = [-5 - 5]e^{-0.1t} + 5 \\ &= 5 - 10e^{-0.1t}V \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_c(t) &= [i_c(0_+) - i_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_c(\infty) = [1 - 0]e^{-0.1t} + 0 \\ &= e^{-0.1t}A \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$i_1(t) = [i_1(0_+) - i_1(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_1(\infty) = [0 - 0.5]e^{-0.1t} + 0.5$$

$$= 0.5(1 - e^{-0.1t})\text{A} \quad t \geq 0$$

波形图如图 3-36 所示。

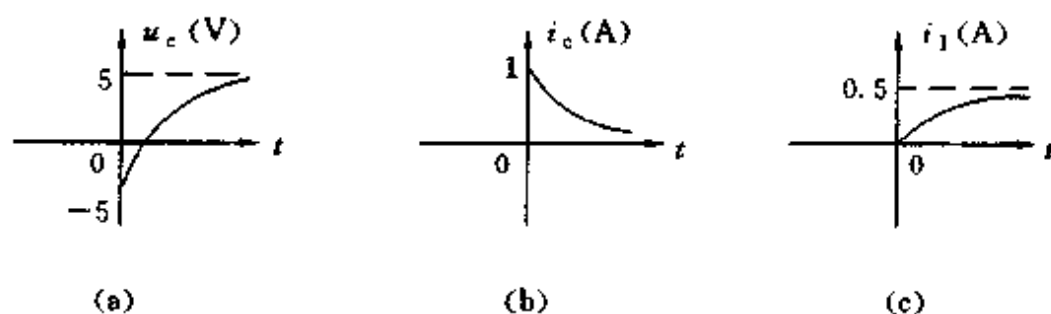


图 3-36 图 3-33 各量波形

如果图 3-33 电路改为图 3-37 所示电路, 已知条件不变, 计算 $u_c(t)$ 、 $i_c(t)$ 和 $i_1(t)$ 。

由于 $t < 0$ 时电路中无独立源稳态时 $u_c(t) = 0$ 即 $u_c(0_-) = 0$, 故 $u_c(0_+) = 0$ 。

由于 $u_c(0_+) = 0$, 当 $t = 0_+$ 时电容相当于短路, 画出 $t = 0_+$ 时等效电路如图 3-38。

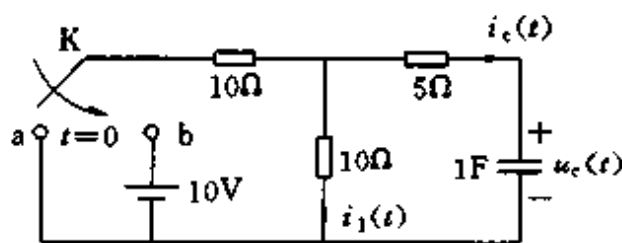


图 3-37 图 3-33 改接电路

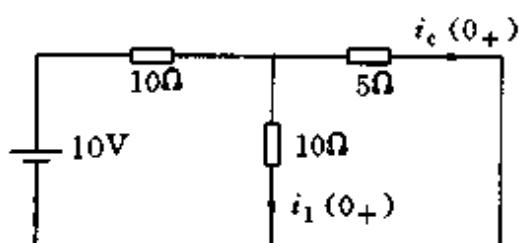


图 3-38 图 3-37 $t = 0_+$ 等效电路

由图 3-38 可得 $i_c(0_+) = 0.5\text{A}$, $i_1(0_+) = 0.25\text{A}$, 稳态时等效电路仍如图 3-35 所示。

得出: $u_c(\infty) = 5\text{V}$, $i_c(\infty) = 0\text{A}$ 及 $i_1(\infty) = 0.5\text{A}$

仍有 $\tau = 10\text{s}$

代公式写出解答

$$\begin{aligned} u_c(t) &= [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(\infty) = [0 - 5]e^{-0.1t} + 5 \\ &= 5(1 - e^{-0.1t})\text{V} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_c(t) &= [i_c(0_+) - i_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_c(\infty) = [0.5 - 0]e^{-0.1t} + 0 \\ &= 0.5e^{-0.1t}\text{A} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_1(t) &= [i_1(0_+) - i_1(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_1(\infty) = [0.25 - 0.5]e^{-0.1t} + 0.5 \\ &= 0.5 - 0.25e^{-0.1t}\text{A} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

波形如图 3-39 所示。

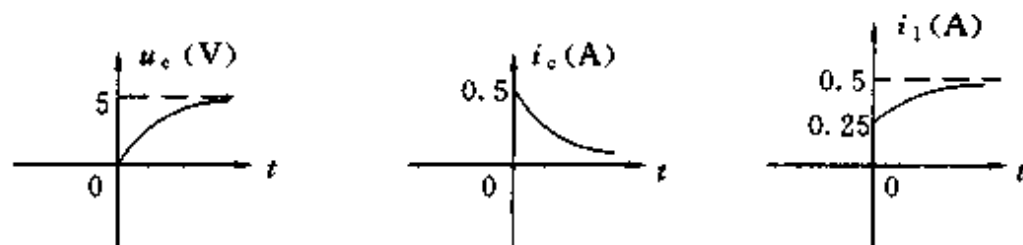


图 3-39 图 3-37 各量波形

例 3.6 把图 3-22 的电路重新画在图 3-40, 已知条件同例 3.3, 求 $t \geq 0$ 时的 $i_L(t)$, $u_L(t)$, $i(t)$ 。

解: (1) 求 $i_L(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$ 和 $i(0_+)$

换路前电路处于稳态, 电感相当于短路, $i_L(0_-) = 5\text{A}$ 。

故得: $i_L(0_+) = 5\text{A}$

$t=0_+$ 时电感可用一个 5A 的电流源代替,如图 3-41 所示。这是 $t=0_+$ 时的等效电路, $u_L(0_+)$ 和 $i(0_+)$ 应满足该等效电路的各种约束关系,由图 3-41 得出:

$$i(0_+) = 5\text{A}, u_L(0_+) = -5 \times 6 + 5 \times 4 = -10\text{V}$$

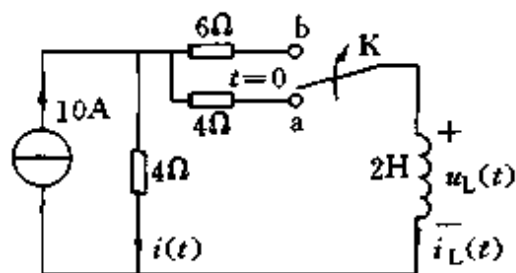


图 3-40 例 3.6

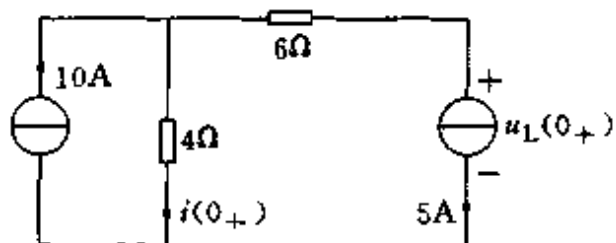


图 3-41 图 3-40 $t=0_+$ 等效电路

(2) 求 $i_L(\infty)$ 、 $u_L(\infty)$ 和 $i(\infty)$

电路处于稳态时电感相当于短路,稳态时等效电路如图 3-42 得到。

$$i_L(\infty) = 4\text{A}, u_L(\infty) = 0\text{V}, i(\infty) = 6\text{A}$$

(3) 求 τ

$$R = 10\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}\text{s}$$

(4) 写出答案绘出波形图

$$\begin{aligned} i_L(t) &= [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty) = [5 - 4]e^{-5t} + 4 \\ &= 4 + e^{-5t}\text{A} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_L(t) &= [u_L(0_+) - u_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_L(\infty) \\ &= -10e^{-5t}\text{V} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i(t) &= [i(0_+) - i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i(\infty) \\ &= 6 - e^{-5t}\text{A} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

波形图如图 3-43 所示。

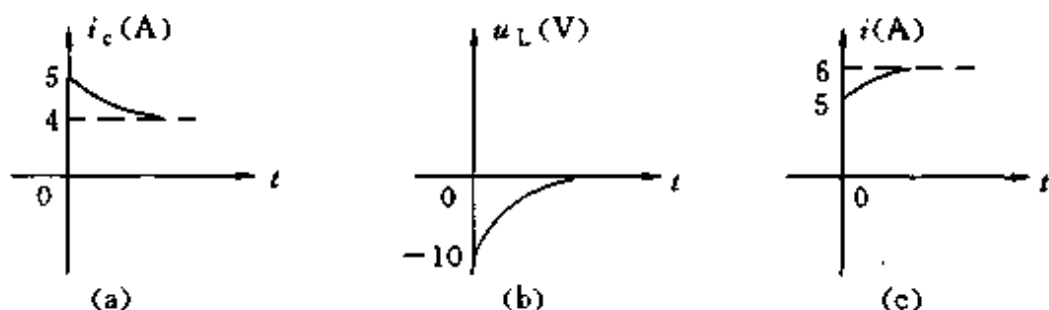


图 3-43 图 3-40 各量波形

如果图 3-40 的电路改为图 3-44 的电路,已知条件不变,重新计算 $i_L(t)$ 、 $u_L(t)$ 及 $i(t)$ 。

解: (1) 求 $i_L(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$ 和 $i(0_+)$

$t < 0$ 时电路处于稳态,电感储能已被电阻耗尽,所以 $i_L(0_-) = 0$, $i_L(0_+) = 0$, 当 $t = 0_+$ 时电感可用一电流为 0 的电流源,即开路代替, $t = 0_+$ 时等效电路如图 3-45 所示。由等效电路可得:

$$i_L(0_+) = 0\text{A}, u_L(0_+) = 40\text{V} \text{ 和 } i(0_+) = 10\text{A}$$

(2) $t = \infty$ 时仍有

$$i_L(\infty) = 4\text{A}, u_L(\infty) = 0\text{V}, i(\infty) = 6\text{A}$$

$$(3) \tau = \frac{1}{5} \text{ s}$$

$$(4) \quad i_L(t) = [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t} + i_L(\infty) = [0 - 4]e^{-5t} + 4 \\ = 4(1 - e^{-5t}) \text{ A} \quad t \geq 0$$

$$u_L(t) = [u_L(0_+) - u_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t} + u_L(\infty) \\ = 40e^{-5t} \text{ V} \quad t \geq 0$$

$$i(t) = [i(0_+) - i(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t} + i(\infty) = [10 - 6]e^{-5t} + 6 \\ = 6 + 4e^{-5t} \text{ A} \quad t \geq 0$$

波形如图 3-46 所示。

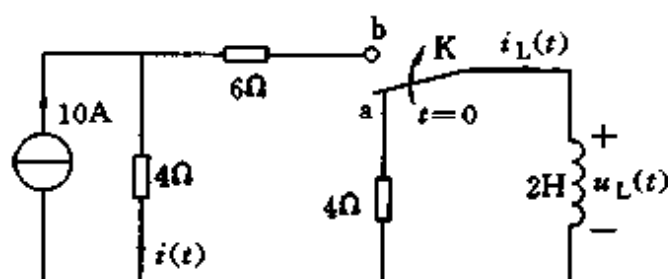


图 3-44 图 3-40 改接电路

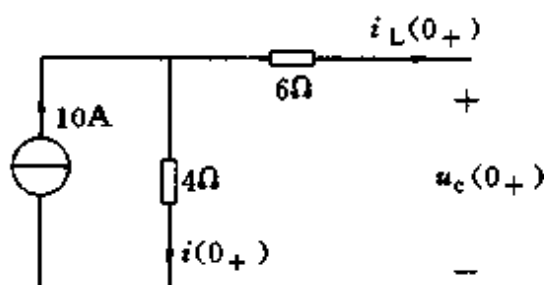


图 3-45 图 3-44 $t=0_+$ 等效电路

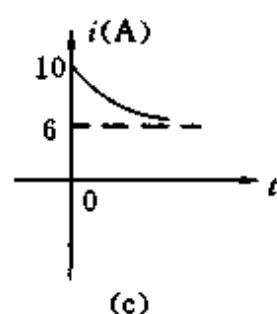
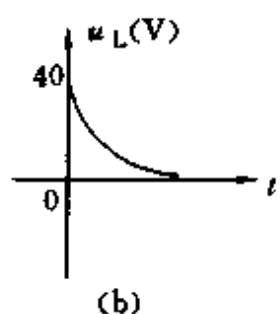
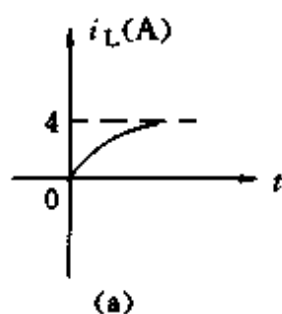


图 3-46 图 3-44 各量波形

3.3.3 方法小结

以上两例说明了用三要素法解题的步骤和方法。

要求电路中某一变量 $f(t)$, 首先求出初始值 $f(0_+)$, 求 $f(0_+)$ 步骤如下:

第一, 根据已知求出 $u_c(0_+)$ 或 $i_L(0_+)$ 。

第二, 做出 $t=0_+$ 时的等效电路, 方法如下: 换路以后的电路中, 电感用电流为 $i_L(0_+)$ 的电流源代替, 当 $i_L(0_+)=0$ 时代替电感的电流源成为开路。电容用电压为 $u_c(0_+)$ 的电压源代替, 当 $u_c(0_+)=0$ 时, 代替电容的电压源变为短路线。

第三, 在 $t=0_+$ 时的等效电路中求出 $f(0_+)$ 。

其次求 $f(\infty)$ 。换路后的电路中, 电感用短路线代替, 电容用开路代替得到稳态时等效电路, 就此电路求出 $f(\infty)$, 还要求出时间常数 τ , 方法如前所述。

最后把以上各值代入式(3.45)得出最后结果, 画出波形图。

把以上两个例题和例 3.1、例 3.3 的解题过程比较, 会发现在 3.1 和 3.2 两节中不论求哪个变量 $f(t)$ 都先由式(3.17)和式(3.37)求出 $u_c(t)$ 和 $i_L(t)$, 再根据元件的伏安关系和基尔霍夫定律求 $f(t)$ 。本节则要求出 $f(0_+)$ 、 $f(\infty)$ 直接由式(3.45)写出答案。两种计算途径得出相同的结果。

注意: 交流输入情况下, 稳态响应(微分方程特解)与输入有相同函数形式, 稳态时 u_c 和 i_L 仍随时间变化, 求稳态值 $f(\infty)$ 时不能把电感短路, 电容开路, 要用下章讲述的交流电路的方

法计算。

3.3.4 补偿分压电路与示波器探头

3.3.4.1 补偿分压电路

(1) 补偿分压电路

在第1章中我们讲述了电阻分压电路及其带电阻负载的情况。若电阻分压电路所带负载具有电容性质,则整个分压电路可等效为图3-47所示电路。

由于电容的存在,当直流电源接入分压电路时,输出电压 u_2 往往不能立即达到由电阻分压公式应得到的电压,要经过一段过渡过程。此时输出和输入波形可能会有较大差别。为了使输出电压立即达到分压值,在 R_1 两端并联一电容 C_1 进行补偿,于是得到补偿分压电路如图3-48所示。

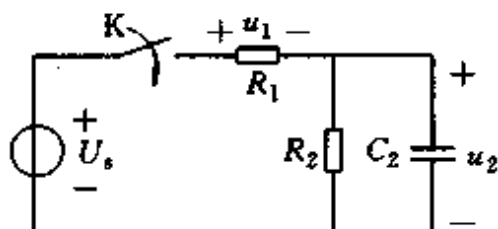


图 3-47 容性负载的分压电路

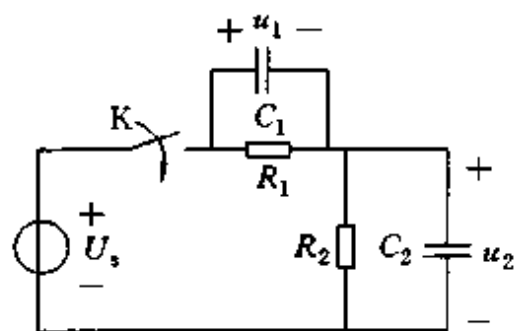


图 3-48 补偿分压电路

(2) 电路分析

① u_2 的初始值

在图3-48中开关K闭合之前 $u_1(0_-)+u_2(0_-)$ 未必等于 U_s ,而开关K闭合后 $u_1(0_+)+u_2(0_+)$ 必为 U_s 。因此在换路一瞬间电容电压可能发生跳变。

电容电压可能发生跳变是因为换路后电路中出现了仅由电压源和电容构成的回路。如果电容电压发生跳变必有无限大电流流过电容 C_1 和 C_2 。可能流过无限大电流是因为电压源可提供无限大电流,但注意无限大电流不可能流过两个电阻,否则 u_1 和 u_2 将为无限大而违背基尔霍夫电压定律。因此在换路的一瞬间,两个电容 C_1 、 C_2 将流过同一个无限大电流,也必有相同的电荷量的变化。即

$$C_1 u_1(0_+) - C_1 u_1(0_-) = C_2 u_2(0_+) - C_2 u_2(0_-)$$

上式与 $u_1(0_+)+u_2(0_+)=U_s$ 联立,在已知 $u_1(0_-)$ 、 $u_2(0_-)$ 和 U_s 的条件下可解出 $u_1(0_+)$ 和 $u_2(0_+)$ 。

设

$$u_1(0_-)=u_2(0_-)=0$$

则有

$$C_1 u_1(0_+)=C_2 u_2(0_+)$$

与 $u_1(0_+)+u_2(0_+)=U_s$ 联立

$$\text{可解得 } u_2(0_+) = \frac{C_1}{C_1+C_2} U_s$$

② u_2 的稳态值

在直流稳态时,两个电容 C_1 和 C_2 均可认为开路,故有 $u_2(\infty) = \frac{R_2}{R_1+R_2} U_s$ 。

③ 时间常数 τ

当电压源用短路线代替后 C_1 与 C_2 并联, R_1 与 R_2 并联, 等效电阻 R 和电容 C 分别为:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad C = C_1 + C_2$$

时间常数 $\tau = RC$

④ 结果及分析

由三要素法可得到 $u_2(t) = [u_2(0_+) - u_2(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_2(\infty)$

$$= \left[\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] U e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} U,$$

可分三种情况:

当 $\frac{C_1}{C_1 + C_2} > \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ 或 $R_1 C_1 > R_2 C_2$ 时 $u_2(0_+) > u_2(\infty)$;

当 $\frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ 或 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 时 $u_2(0_+) = u_2(\infty)$;

当 $\frac{C_1}{C_1 + C_2} < \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ 或 $R_1 C_1 < R_2 C_2$ 时 $u_2(0_+) < u_2(\infty)$ 。

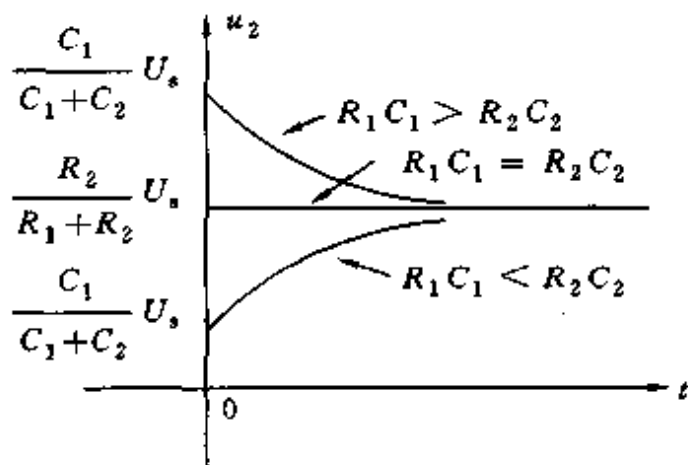


图 3-49 补偿分压器输出波形

三种情况下, $u_2(t)$ 的波形如图 3-49 所示。

显然, 第二种情况 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 时暂态响应为 0, 无过渡过程, 换路后 u_2 由 0 直接跳变为

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} U.$$

(3) 说明

① 由以上补偿分压电路分析可知, 电路中如果出现完全由电容或完全由电容和电压源组成的回路, 电容电压可能发生跳变。

② 当电路中有 2 个或 2 个以上电容, 如果把独

立源置 0 (电压源短路, 电流源开路) 后, 这些电容可等效为 1 个电容, 该电路仍为一阶电路, 可用三要素法分析直流输入下的响应或零输入响应。

3.3.4.2 示波器的探头

SRM-10 型示波器的高频探头如图 3-50(a) 所示。探头内接有 $9M\Omega$ 的电阻 R_1 和 2 个并联的电容 C_1 和 C_2 , 它们与示波器的输入电阻 R_i ($1M\Omega$) 和输入电容 C_i (几十 pF) 组成 RC 补偿分压电路, 如图 3-50(b) 所示。可调节 C_1 使 $R_1(C_1 + C_2) = R_i C_i$ 。

使用探头前应把探头接示波器校准信号, 如果示波器显示正常方波, 如图 3-51(a) 所示, 说明探头无问题。若

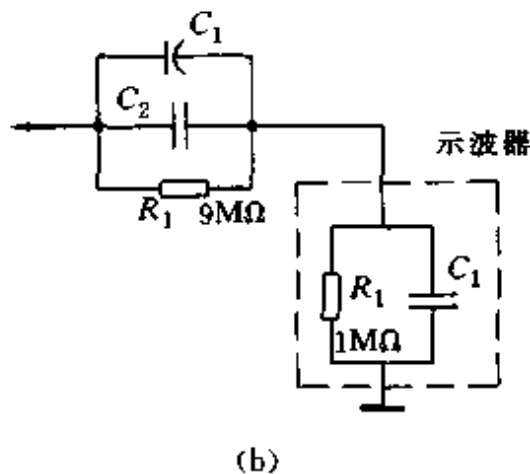
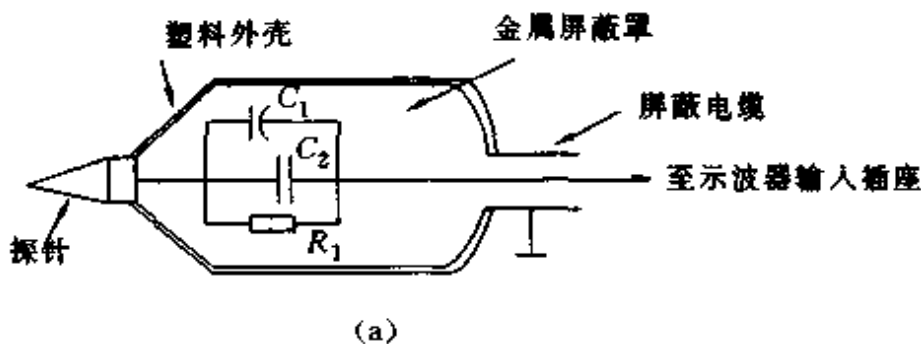


图 3-50 示波器探头

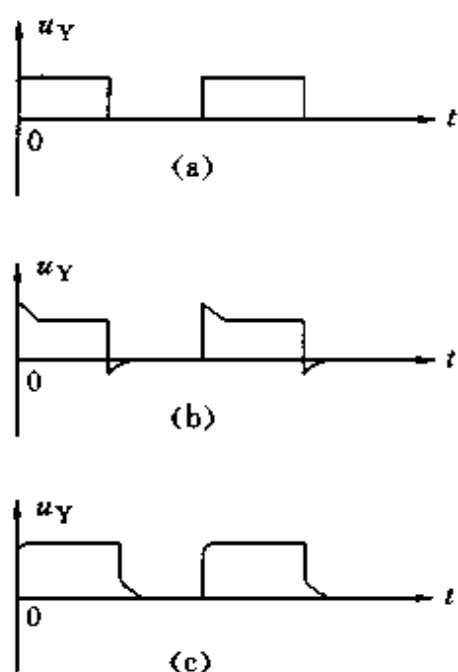


图 3-51 示波器显示的三种波形

示波器显示出图 3-51(b)、(c)的情况,可调节探头的电容 C_1 ,使其满足 $R_1(C_1+C_2)=R_2C_1$,以显示正常波形,方可用该探头去接输入信号。

3.4 过渡过程应用举例

3.2 节中曾说明,电路中开启开关,断开电路时,应避免电感两端产生高电压而造成危害。电感两端高电压也可以被利用。常用的日光灯就是利用镇流器两端产生高电压,使灯管内气体电离而点燃的。过渡过程还经常用于时间的延迟和各种波形信号的产生。举两例如下。

例 3.7 图 3-52 为继电器延时电路, R_L 和 L 为继电器线圈的电阻和电感。 R_w 是与线圈串联的电位器。 K 是继电器的一个触点,当线圈中流过的电流为 6mA 时触点 K 接通,若 $R_L=250\Omega$, $L=14.4\text{H}$, $U_s=6\text{V}$,问当 $R_w=0\Omega$ 时,开关闭合后延迟多长时间触点 K 才接通。

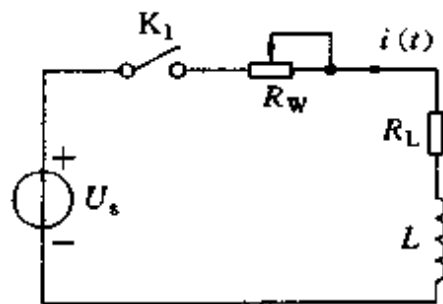


图 3-52 例 3.7

解: K_1 闭合后 $i(0_+)=i(0_-)=0$

$$i(\infty) = \frac{U_s}{R} \quad (R = R_w + R_L)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$i(t) = \frac{U_s}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

设 t_d 为延迟时间, I_L 为触点 K 接通时的电流。则

$$I_L = \frac{U_s}{R}(1 - e^{-\frac{t_d}{\tau}})$$

解得

$$t_d = -\tau \ln\left(1 - \frac{I_L R}{U_s}\right)$$

当

$$R_w=0 \text{ 时 } R=R_L=250\Omega \quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{14.4}{250} = 5.75 \times 10^{-2}\text{s}$$

所以

$$t_d = -5.75 \times 10^{-2} \ln\left(1 - \frac{0.006 \times 250}{6}\right) = 16.5\text{ms}$$

当开关闭合后,经过 16.5ms 触点 K 接通。

例 3.8 图 3-53(a)为锯齿波发生器等效电路。其中直流电源电压 $V_c=12\text{V}$, $R_c=200\text{k}\Omega$,

$R_s = 20\Omega$, $C = 0.1\mu\text{F}$ 。开关原处闭合位置, 电路已处于稳态, 当 $t=0$ 时将 K 打开, 经过 4ms 又将 K 闭合, 当 $u_c(t)=0$ 时再将 K 打开, 如此重复, 试求电压 $U_c(t)$ 的表达式, 并画出 $u_c(t)$ 的波形。

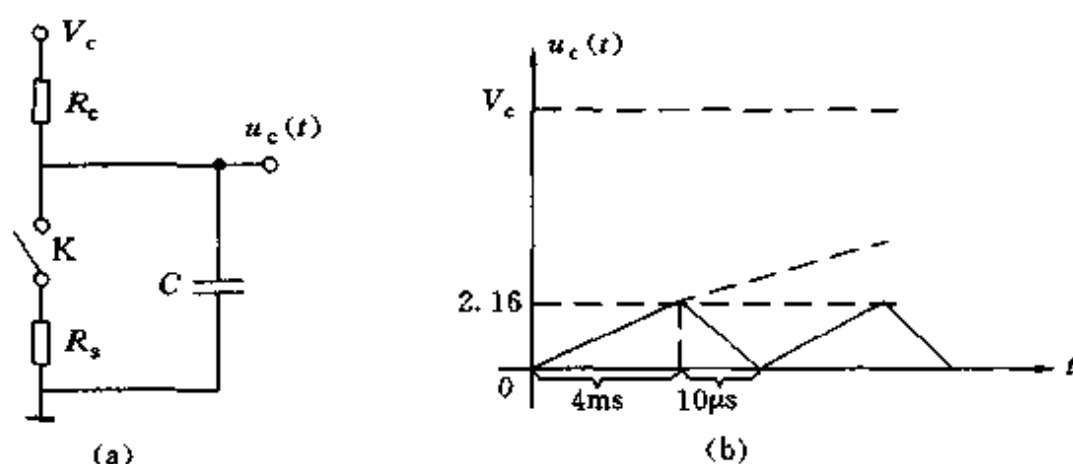


图 3-53 例 3.8

解:

(1) 开关打开的过程(称为锯齿波的正程)

因为 $R_s \ll R_c$ $u_c(0_+) = u_c(0_-) = \frac{R_s}{R_c + R_s} V_c \approx 0$

$$u_c(\infty) = V_c = 12\text{V}$$

$$\tau = R_c C = 200 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^{-6} = 20\text{ms}$$

$$u_c(t) = 12(1 - e^{-\frac{t}{20 \times 10^{-3}}})\text{V}$$

当 $t=4\text{ms}$ 时 $u_c(4\text{ms}) = 12(1 - e^{-\frac{4 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-3}}}) = 2.16\text{V}$

(2) 开关 K 闭合后的过程(称为锯齿波的逆程)

为书写方便, 令 $t' = t - 4\text{ms}$, 当 $t=4\text{ms}$ 即 $t'=0$ 时 K 重新闭合。

$$u_c(0'_+) = u_c(0'_-) = 2.16\text{V}$$

$$u_c(\infty') \approx 0$$

$$\tau' = (R_s // R_c)C \approx R_s C = 20 \times 0.1 \times 10^{-6} = 2\mu\text{s}$$

$$u_c(t') = 2.16e^{-\frac{t'}{2}}$$

当 $t'=5\tau'=10\mu\text{s}$ 时认为 u_c 衰减为 0。

逆程时间为 $t' = t - 4\text{ms} = 10\mu\text{s}$

因为正程结束时 $u_c = 2.16\text{V} \ll u_c(\infty) = 12\text{V}$, 指数函数在这一段接近直线, 所以逆程时间只有 $10\mu\text{s}$, $u_c(t)$ 迅速下降。波形为锯齿波如图 3-53(b)所示。

现在我们能够分析 RL 和 RC 延迟电路, 也能对由 RC 充放电原理构成的波形发生电路的模型进行分析。

〈操作与应用〉 电容和电感的识别与检测

[目的]

1. 认识各种常用电容器和电感器, 了解各种电感器和电容器的特点和用途。
2. 学会使用万用表检测电容器和电感器的的好坏。

[内容]

1. 认识各种实际电容器和电感器的外形, 读懂元件上的标识, 了解各种电容器和电感器

的特点与用途。

2. 学习用万用表检测电容器和电感器的好坏。

[说明]

1. 用万用表检测电容原理

图 3-54 为用万用表欧姆挡检查电解电容的示意图,图中虚线框内为万用表欧姆挡的等效电路,它由电池(端电压为 U)、内阻 R 和电流表组成。黑表笔与红表笔分别接电解电容的正负极就构成了一个 RC 串联与直流电压源相接的电容充电电路。表头指针反映了电路中电流的大小。

当电容初始电压为 0 时(测前电容应已被短接放电),电解电容两端电压 u_c 为

$$u_c = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

电流 i 为

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中

$$\tau = RC$$

画出电流随时间变化曲线,如图 3-55 所示。

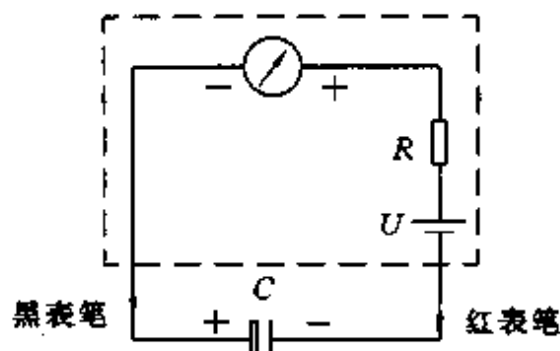


图 3-54 用万用表测电容

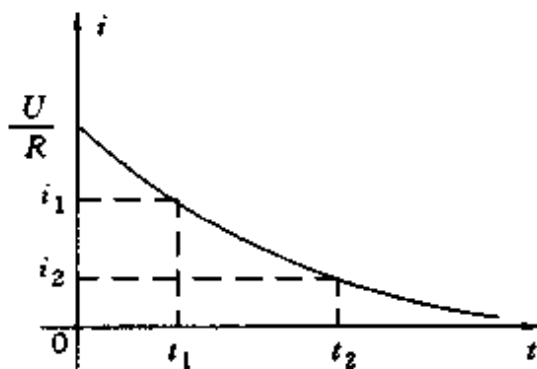


图 3-55 测电容时电流波形

由图 3-55 可知,当欧姆表和电容接通的一瞬间电流跳变到最大值,然后逐渐减小,因此表头指针在电路接通后向右摆到某一最大值后向回摆动。当被测电容 C 一定,欧姆挡倍率越高,其内阻越大,时间常数 τ 越大,电流衰减过程越长,表头指针回摆越缓慢。一定倍率挡下被测电容越小, τ 越小,电流衰减过程越快。当 τ 太小时,表针尚未启动,瞬态过程已经结束。所以当电容很小时用万用欧姆挡观察不到电路的瞬态过程,不易用此方法测量其好坏。

如果考虑电容漏电情况,图 3-54 所示等效电路可用图 3-56 代替,其中 R_c 为电容 C 的等效漏电电阻。由图中可看出当电容充电过程结束,电路处于稳态时,电路中电流 i 为

$$i = \frac{U}{R + R_c} \neq 0$$

电容漏电越大, R_c 越小,充电结束后,电流越大,表针回摆后停止处指示电流越大,离电流表零点越远。若电容漏电很小, $R_c \approx \infty$,充电结束后电流为 0,表针摆回电流零点(欧姆表“ ∞ ”处)。表针回摆停止时,所指示电阻为该电容的漏电阻。

由以上分析可知,当欧姆表和电容器接通后:

- ① 指针不动,说明电容内部开路。
- ② 指针右摆后指向“0 Ω ”不再回摆,说明电容内部短路,已被击穿。
- ③ 漏电阻小于几百千欧,电容器漏电严重。

以上三种情况的电容都不能使用。可利用电解电容正向漏电阻大,反向漏电阻小的特点

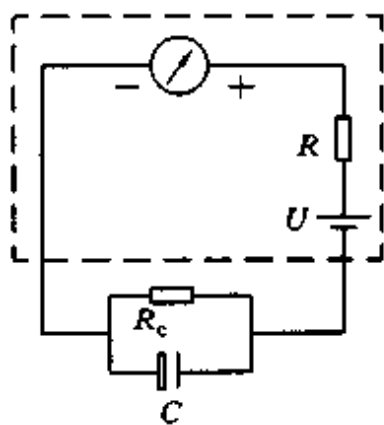


图 3-56 考虑电容漏电

判断其正负极。

2. 用万用表检查电感器

一般电感线圈的直流电阻很小,用欧姆表测得电感器电阻后应与厂商给定的电阻值比较,若明显低于给定值说明线圈短路。但线圈中两匝或几匝绝缘损坏造成的短路,很难用欧姆表检查出来。

当测得电阻无穷大时说明线圈内部或引线端开路。

〈操作与应用〉 一阶电路的响应和时间常数的测定

〔目的〕

1. 学会用函数发生器(脉冲发生器)输出指定频率和幅度的方波。
2. 学会用示波器显示一个稳定的适当位置和幅度的波形。
3. 学会用示波器测定一阶电路的时间常数。
4. 了解时间常数的大小对一阶电路输出波形的影响,了解微分电路和阻容耦合电路的区别。

〔内容〕

1. 参考电路如图 3-57 所示,其中函数发生器输出重复频率为 10kHz,幅度为 6V 的方波, C 为 1000pF 的电容,用示波器显示并观测当 R 为 500k Ω , 50k Ω , 10k Ω , 5k Ω 和 2k Ω 时输出端 u_2 的波形。

2. 用示波器测量 $R=10\text{k}\Omega$ 时电路的时间常数。

3. 将图 3-57 中 R 和 C 位置互换,如图 3-58 所示,重复 1 的内容。注意微分电路和阻容耦合电路的区别。

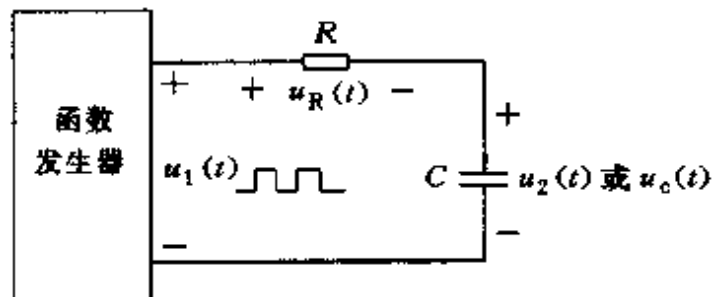


图 3-57 矩形脉冲通过 RC 电路(一)

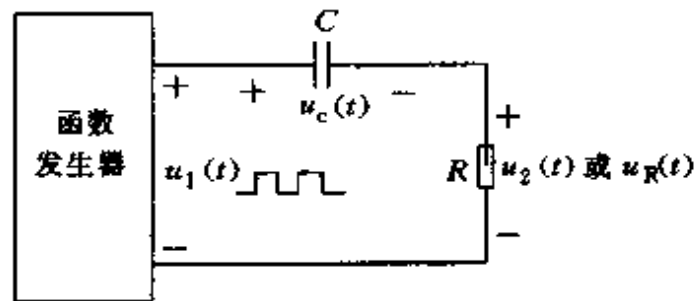


图 3-58 矩形脉冲通过 RC 电路(二)

〔说明〕

1. 时间常数的测定

当电路的时间常数 $\tau \ll$ 方波的周期 T 时 $\left(\frac{T}{2} \geq 5\tau\right)$, 在图 3-59(a) 所示方波的 $0 \sim \frac{T}{2}$ 半个周期内可以认为电容电压已充到 U_s , 而在 $\frac{T}{2} \sim T$ 半个周期内可以认为电容放电完毕, 电容电压已降为 0。以后不断地重复以上过程, 各周期的充放电过程彼此无关。充放电过程中 $u_c(t)$ 和 $u_R(t)$ 的波形分别如图 3-59(b)(c) 所示。

在 $0 \sim \frac{T}{2}$ 半个周期内为零状态响应, $u_c(t)$ 可表示为

$$u_c(t) = U_s(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

当 $t = \tau$ 时 $u_c(t) = 0.632U_s$, 如图 3-60(a) 所示。

在 $\frac{T}{2} \sim T$ 半个周期内为零输入响应

$$u_c(t) = U_s e^{-\frac{t - \frac{T}{2}}{\tau}}$$

当 $t - \frac{T}{2} = \tau$ 时 $u_c(t) = 0.368U_s$, 如图 3-60(b) 所示。

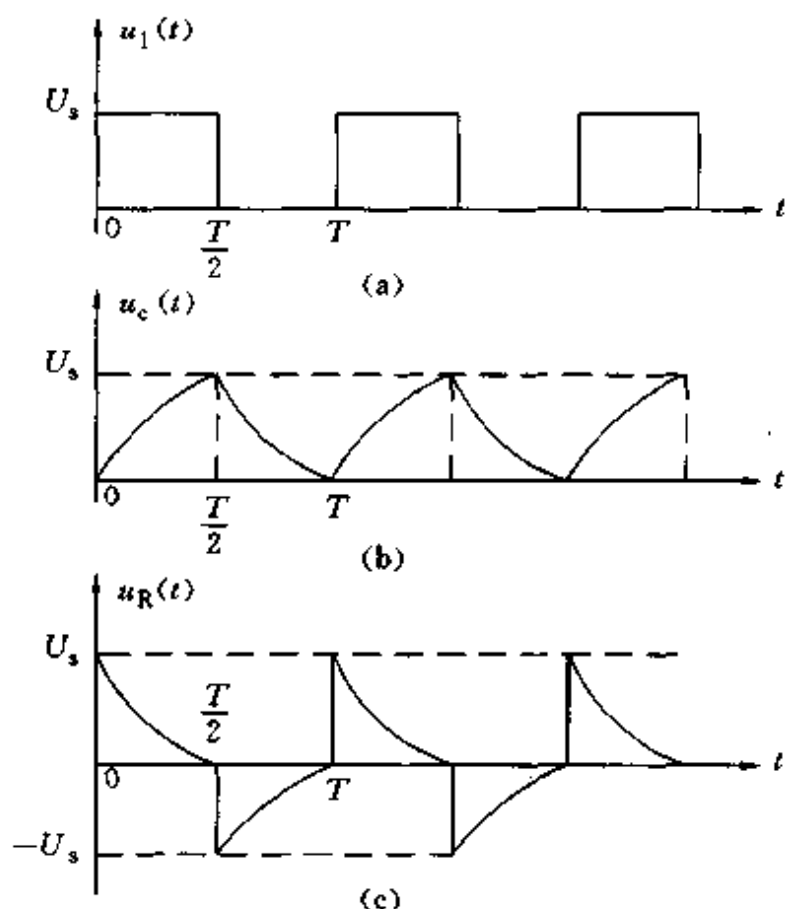


图 3-59 $\tau \ll T$ 的波形

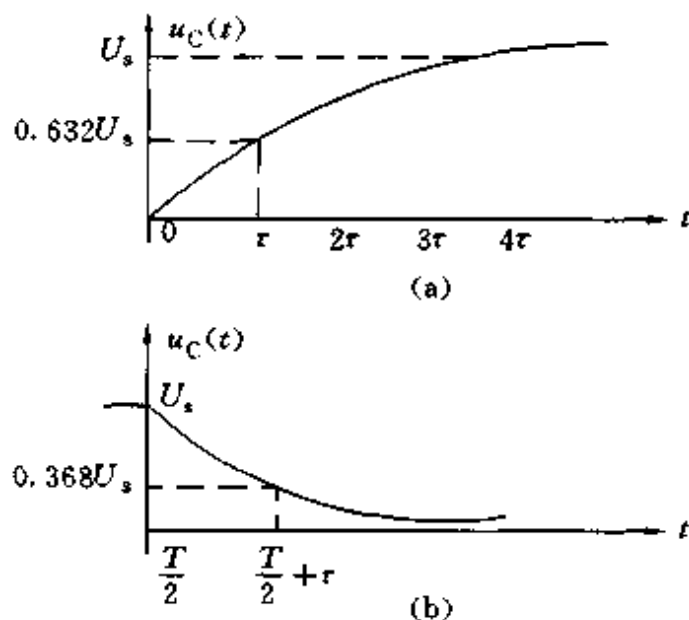


图 3-60 测时间常数 τ

从示波器上测出 u_c 从 0 增加到 $0.632U_s$ 和从最大值 U_s 降到 $0.368U_s$ 所用时间即得到时间常数 τ 。

2. 微分电路和阻容耦合电路

图 3-57 所示 RC 串联电路当 τ 很大时, $u_2(t)$ 与 $u_1(t)$ 对时间的积分成正比, 称为积分电路。图 3-58 所示 RC 串联电路当 τ 很小时, $u_2(t)$ 与 $u_1(t)$ 对时间的微分成正比, 称为微分电路。微分电路的重要条件是时间常数 τ 很小, 当时间常数 τ 很大时, $u_2(t)$ 不再与 $u_1(t)$ 的微分成正比, 而是近似等于 $u_1(t)$, 即输出波形和输入波形近似相同。这时电路不再是微分电路而被称为阻容耦合电路。电子线路中常用阻容耦合电路把交流信号传送给负载。

对于图 3-58 所示电路的观察可看到当 $R = 500k\Omega$ 时 τ 很大, 输出电压 $u_2(t)$ 近似为方波, 此时电路为阻容耦合电路。 $R = 2k\Omega$ 时 τ 很小, 输出 $u_2(t)$ 是对应于输入方波上下沿的两个正、负尖脉冲, 此时为微分电路。

对以上电路的观察和分析使我们注意到结构相同的电路, 若选取不同的元件参数可能会起到不同的作用。

3.5 RLC 电路的过渡过程

3.5.1 二阶电路

一个含有两个储能元件的电路, 要用一个二阶微分方程来描述, 称为二阶电路。二阶电路中所含两个储能元件必须是独立的, 即不可能等效成一个储能元件(可参看对图 3-48 所示补

偿分压电路的分析)。

显然二阶电路在直流源激励下,稳态响应仍为常量,可用电容开路,电感短路的方法计算。其暂态响应是齐次方程解,齐次解的函数形式由电路结构及参数决定。因此在研究二阶电路的过渡过程主要是研究其齐次方程的解。零输入响应是齐次方程的解。任何形式的激励作用于电路,其齐次解都与电路的零输入响应有相同的函数形式。为简便起见。本节通过对 RLC 串联电路零输入响应的分析说明二阶电路过渡过程的特点。

3.5.2 RLC 串联电路的零输入响应

3.5.2.1 RLC 串联电路的零输入响应

图 3-61 是一个 RLC 串联电路 $t=0$ 时开关 K 闭合。开关 K 闭合时电容电压为 $u_c(0)$ 。考察开关 K 闭合后电容的电压 $u_c(t)$ 和电路的电流 $i(t)$ 。

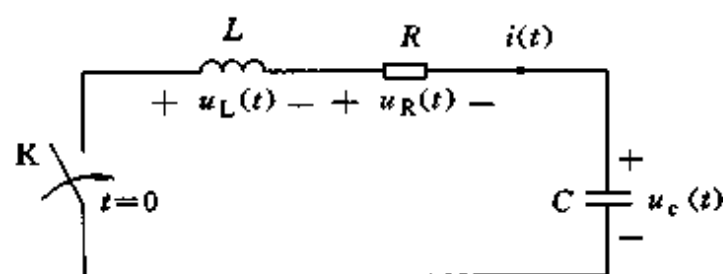


图 3-61 RLC 串联电路

根据图 3-61 可列出 KVL 方程:

$$u_L(t) + u_R(t) + u_c(t) = 0 \quad (3.46)$$

并有以下关系:

$$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad (3.47)$$

$$u_R(t) = Ri(t) = RC \frac{du_c(t)}{dt} \quad (3.48)$$

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = LC \frac{d^2u_c(t)}{dt^2} \quad (3.49)$$

把以上关系式代入方程式(3.46)得

$$LC \frac{d^2u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = 0 \quad (3.50)$$

特征方程为:

$$S^2 + \frac{R}{L}S + \frac{1}{LC} = 0 \quad (3.51)$$

特征根

$$S_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.52)$$

微分方程的特征根 S_1, S_2 称为电路的固有频率。

当 $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC}$ (或 $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$) 时 S_1, S_2 为不相等实数,此时 R 比较大,电路中不发生振荡,称为过阻尼情况。

当 $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC}$ (或 $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$) 时 S_1, S_2 为两个相等的负实数,此时电阻 R 也比较大,电路中不产生振荡,称为临界阻尼情况。

当 $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}$ (或 $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$) 时 S_1, S_2 为一对共轭复数, 其实部小于 0, 此时电阻较小, 电路中产生振荡, 但振荡幅度逐渐衰减为 0。称为欠阻尼情况。

当 $R=0$ 时 S_1, S_2 为纯虚数, 电路将发生振荡, 且幅度不再衰减, 响应为等幅振荡。每种情况各举一例加以说明。

例 3.9 已知图 3-61 所示电路中 $L=1\text{H}$, $C=\frac{1}{16}$, $R=10\Omega$, $u_c(0)=6\text{V}$

求 $t \geq 0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i(t)$ 。

解: 由式(3.74)可知特征根为: $S_{1,2} = -5 \pm 3$

$$S_1 = -2, S_2 = -8$$

$$u_c(t) = k_1 e^{-2t} + k_2 e^{-8t}$$

由初始条件: $u_c(0)=6$, $u_c'(0)=\frac{i(0)}{C}=0$

得:

$$k_1 = -8, k_2 = -2$$

$$u_c(t) = -8e^{-2t} - 2e^{-8t} \text{V} \quad t \geq 0$$

$$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} = e^{-8t} - e^{-2t} \text{A} \quad t \geq 0$$

图 3-62 画出了响应的大致波形。

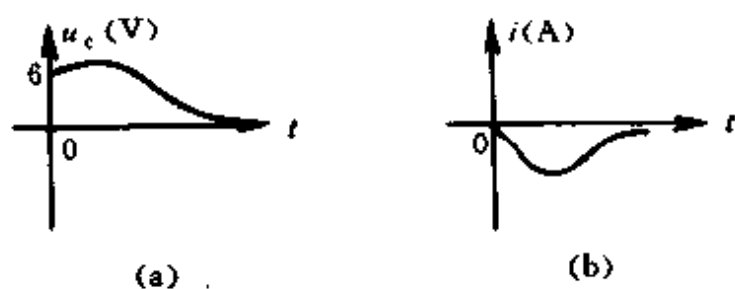


图 3-62 过阻尼波形

例 3.10 将例 3.9 中的 R 改为 8Ω , 其他不变。

解: 由式(3.74)可知特征根为 $S_1=S_2=-4$

代入初始值: $u_c(0)=6$, $u_c'(0)=0$

得:

$$u_c(t) = 6e^{-4t} + 24te^{-4t} \text{V} \quad t \geq 0$$

$$i(t) = -6te^{-4t} \text{A} \quad t \geq 0$$

$u_c(t)$ 与 $i(t)$ 大致波形绘于图 3-63。

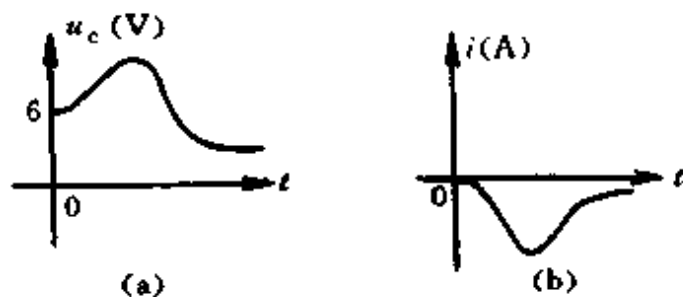


图 3-63 临界阻尼波形

例 3.11 将例 3.9 中的 R 改为 1Ω , 其他不变。

解: 由式(3.74)可知特征根为: $S_{1,2} = -0.5 \pm j3.97$

解得: $u_c(t) = 6.05e^{-0.5t} \cos(3.97t - 7.18^\circ) \text{V} \quad t \geq 0$

$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$ 与 $u_c(t)$ 有相同的函数形式, 计算从略。 $u_c(t)$ 大致的波形绘于图 3-64。

例 3.12 将例 3.9 中的 R 改为 0Ω , 其他不变。

解: 由式(3.74)可知特征根为: $S_{1,2} = \pm j4$

解得: $u_c(t) = 6\cos 4t \text{ V} \quad t \geq 0$

$$i(t) = -1.5\sin 4t$$

$u_c(t)$ 和 $i(t)$ 大致的波形绘于图 3-65。

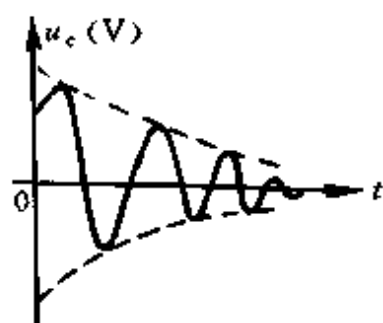


图 3-64 欠阻尼波形

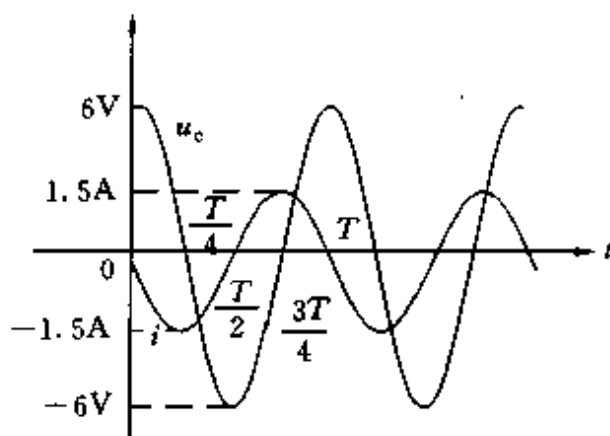


图 3-65 R 为 0 的波形

3.5.2.2 说明

(1) 就以上例题说明如下:

图 3-65 表示 $R=0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i(t)$ 的变化情况。在 $0 \sim T/4$ $u_c(t)$ 由最大值下降到 0, 电流 $i(t)$ 由 0 变到负的最大值, 说明电容的全部电场能转变为电感的磁场能。在 $T/4 \sim T/2$ 电容电压 $u_c(t)$ 由 0 变到负的最大值, 电流 $i(t)$ 由负的最大值变到 0, 电感的磁场能逐渐转化为电容的电场能。在 $T/2 \sim 3T/4$ 电容的电场能又逐渐转化为电感的磁场能。在 $3T/4 \sim T$ 磁场能又全部转化为电场能。此刻之后电场能又逐步转变为磁场能, 不断如此循环往复。

由以上分析可知储能在电场和磁场中往返转移, 电路中的电流和电压不断改变大小和方向形成周而复始的振荡。当电路中有电阻时, 能量在往返转移的过程中将被电阻消耗殆尽。电压和电流也在振荡过程中逐渐衰减为 0, 为欠阻尼情况。当电阻很大时, 能量在初次转移中就被电阻耗尽, 电路中不会产生振荡为过阻尼和临界阻尼情况。

(2) 由对 RLC 串联电路零输入响应的分析可知, 当二阶以上的高阶电路中存在两种不同性质的动态元件时, 其固有响应(微分方程中齐次方程的解)可能出现振荡情况。

习 题 三

3.1 电容 $C=0.5\mu\text{F}$, 接在电源 $u(t)$ 上, $u(t)$ 的变化曲线如图 T3-1 所示, 试绘出电容电流 $i(t)$ 随时间的变化曲线(u 和 i 取关联参考方向), 说明各段时间功率和能量的变化, 计算出时间为 $2\mu\text{s}$, $4\mu\text{s}$ 和 $6\mu\text{s}$ 时电容的储能。若把电容换成 5Ω 电阻, 画出电流 $i(t)$ 随时间变化的曲线, 与电容加以比较。

3.2 试绘出图 T3-2 所示电路中元件两端电压 $u(t)$ 的波形, 开关在 $t=0$ 时打开。将两个波形加以比较。

3.3 一只 $10\mu\text{F}$ 电容两端电压由 100V 增加到 300V 时, 储能增加了多少?

3.4 两只电容 $C_1=5\mu\text{F}$, $C_2=2\mu\text{F}$, 耐压分别是 450V 和 250V , 求:

(1) 并联使用时的等效电容及工作电压。

(2) 串联使用时的等效电容及工作电压。

3.5 在图 T3-3 电路中, 如果开关 K 一直闭合着, 电路已经稳定, $t=0$ 时开关 K 突然打开, 打开瞬间电阻

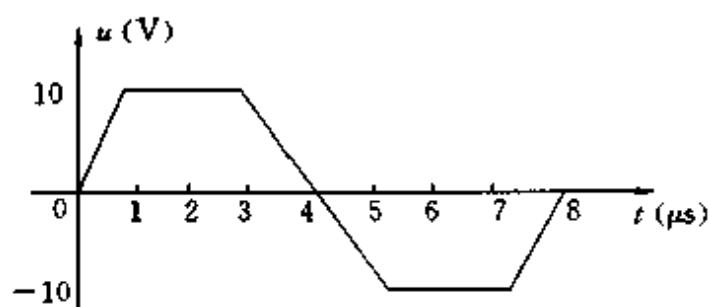


图 T3-1

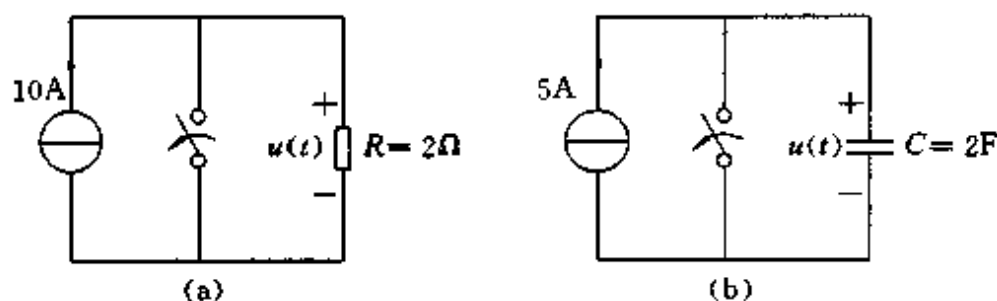


图 T3-2

两端电压是多少？流过电阻和电容的电流各是多少？

3.6 电路如图 T3-4 所示

- (1) 开关 K 在 $t=0$ 时闭合, 闭合前电容电压 $u_c(0_-)=0V$, 求 $t \geq 0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i_c(t)$, 画出波形。
- (2) 开关 K 在 $t=0$ 时闭合, 闭合前电容电压 $u_c(0_-)=6V$, 求 $t \geq 0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i_c(t)$, 画出波形。
- (3) 开关 K 闭合已久, $t=0$ 时开关 K 打开, 求 $t \geq 0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i_c(t)$, 并画出波形。

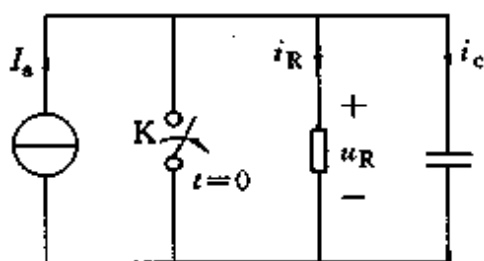


图 T3-3

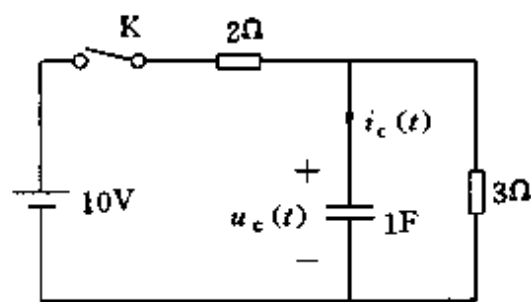


图 T3-4

3.7 电路如图 T3-5 所示, 其中 $I=10mA$, $R_1=3k\Omega$, $R_2=3k\Omega$, $R_3=6k\Omega$, $C=2\mu F$ 。

- (1) $t=0$ 时开关 K 打开, 打开前电路处于稳态。求 $t \geq 0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i_1(t)$, 画出波形。
- (2) $t=0$ 时开关 K 闭合, 闭合前电路已处于稳态。求 $t \geq 0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i_1(t)$, 画出波形图。

3.8 把图 T3-5 中电流源改为 18V 电压源(极性上正下负), 重做题 3-7, 并比较两题中 $u_c(0)$, $u_c(\infty)$ 和 τ 的计算。

3.9 电路如图 T3-6 所示, 求: (1) $t=0$ 时开关 K 闭合, (2) $t=0$ 时开关 K 打开, 两种情况下的 $u_c(t)$, $t < 0$ 时电路都处于稳态。

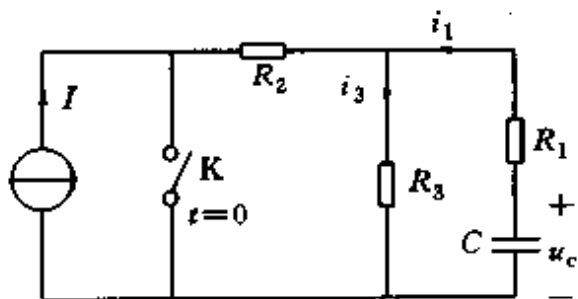


图 T3-5

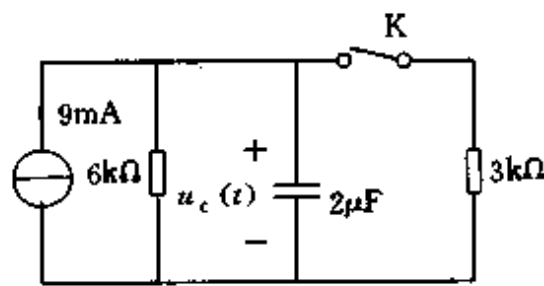


图 T3-6

3.10 电感 $L=100mH$, 流过电感的电流 i 随时间变化的曲线如图 T3-7 所示。

- (1) 设电感电压 u 与电流 i 取关联参考方向, 求各段时间电感电压 u 并画出波形图。
- (2) 说明各段时间电感功率和储能的变化。
- (3) 计算时间 t 为 1ms, 3ms, 5ms, 9ms 和 10ms 时电感的储能。

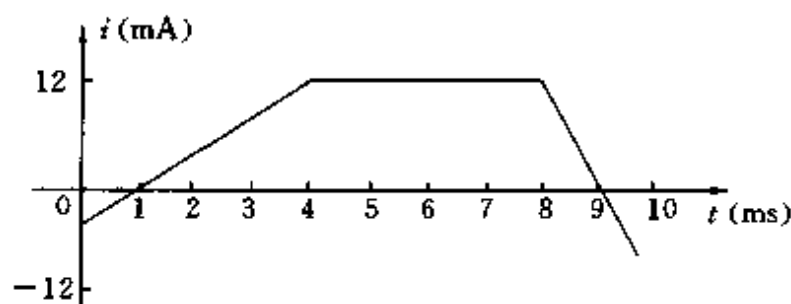


图 T3-7

3.11 绘出图 T3-8 所示电路中的电流的波形(设开关在 $t=0$ 时闭合),并将两个电流加以比较。

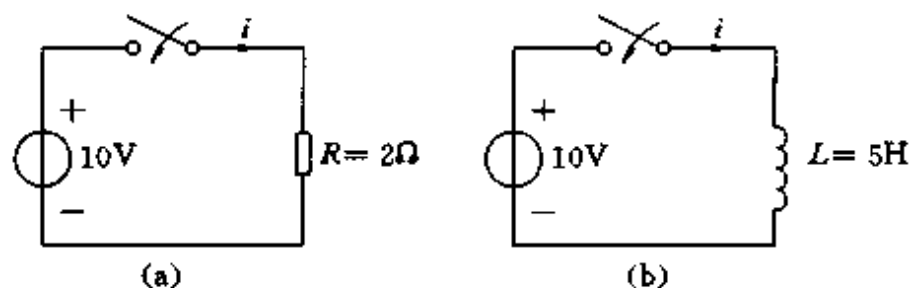


图 T3-8

3.12 电路如图 3-9 所示, $t=0$ 时开关 K 闭合, 电路刚接通时电路中电流是多少? 电阻和电感上的电压降各是多少?

3.13 电路如图 T3-10 所示

(1) $t=0$ 时开关 K 由 b 投向 a, 换路前 $i_L=0$, 求 $t \geq 0$ 时 i_L 及电感电压 u_L , 并绘波形。

(2) 上问中若换路前一瞬间 $i_L=1A$ 结果如何。

(3) $t=0$ 时开关 K 由 a 投向 b, 换路前电路已处于稳态, 求 $t \geq 0$ 时 i_L 和 u_L , 并绘波形。

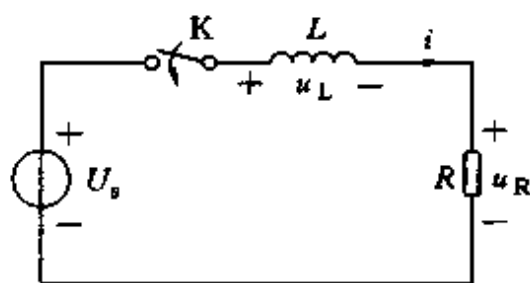


图 T3-9

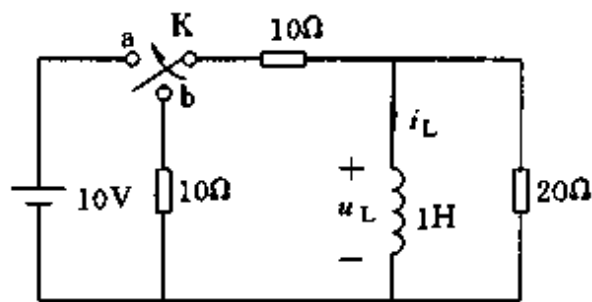


图 T3-10

3.14 题 3-7 中电容 C 改为 18H 电感, $u_c(t)$ 改为 $u_L(t)$, 结果如何? 对题 3-8 做同样改变, 结果如何?

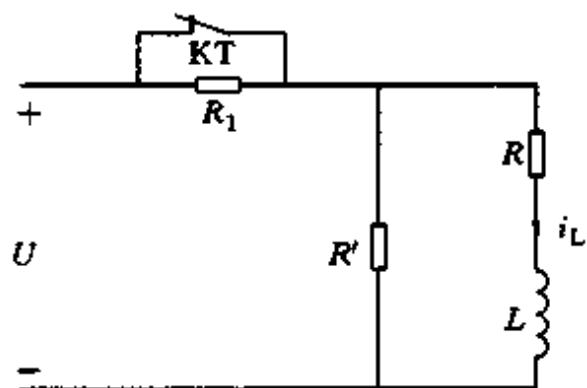


图 T3-11

3.15 图 T3-11 中, RL 为电磁铁线圈, R' 为泄放电阻, R_1 为限流电阻。电磁铁未吸合时, 时间继电器的触点 KT 是闭合的, R_1 被短路, 使电源电压全部加在电磁铁线圈上以增大吸力。当电磁铁吸合后, 触点 KT 断开, 将电阻 R_1 接入电路以减小线圈中的电流。试求 KT 断开后线圈中的电流 i_L 的变化规律。设 $U=200V$, $L=25H$, $R=50\Omega$, $R_1=50\Omega$, $R'=500\Omega$ 。

3.16 求图 T3-12 电路中各元件电流和电压的初始值。

(1) (a) 图中开关 K 在 $t=0$ 时闭合, 闭合前电容和电感均无储能。

(2) (b) 图中开关 K 在 $t=0$ 时闭合, 闭合前电路处于稳态。

(3) (c) 图中 $t=0$ 时开关 K 打开, 换路前电路处于稳态。

3.17 电路如图 3-13 所示。求在开关 K 闭合瞬间 ($t=0_+$) 各元件中的电流及两端电压; 当电路达到稳态时又各等于多少? 设 $t=0_-$ 时, 电路中各储能元件均无储能。说明电感和电容分别在何种情况下可看作开路, 何种情况下看作短路。

3.18 电路如图 3-14, $t=0$ 时开关 K 闭合, 闭合前电容无储能, 求 a 点电位 $u_a(t)$, 并画出波形。

- 3.19 用三要素法求 3.7 题两种情况下的 $u_c(t)$, $i_1(t)$ 和 $i_3(t)$ 。
 3.20 用三要素法求 3.8 题中两种情况下的 $u_c(t)$, $i_1(t)$ 和 $i_3(t)$ 。
 3.21 用三要素法求 3.14 题各种情况下的 $i_1(t)$, $u_L(t)$ 和 $i_3(t)$ 。

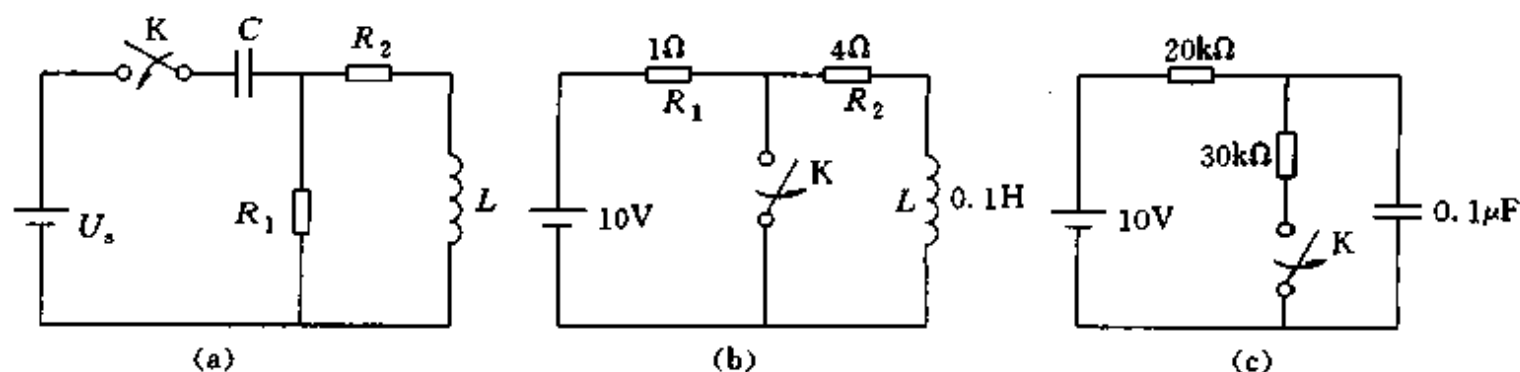


图 T3-12

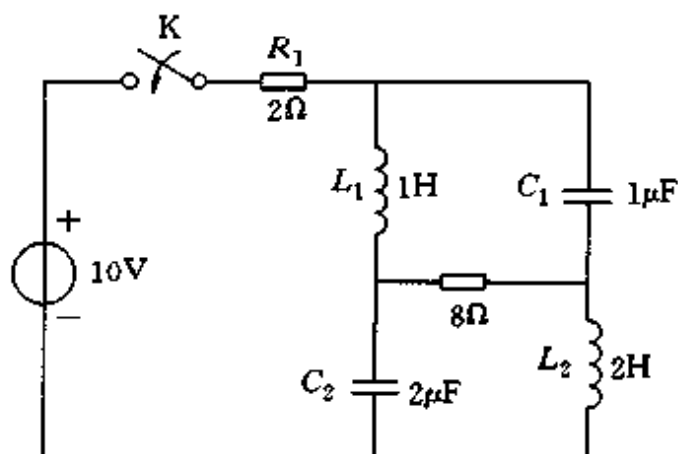


图 T3-13

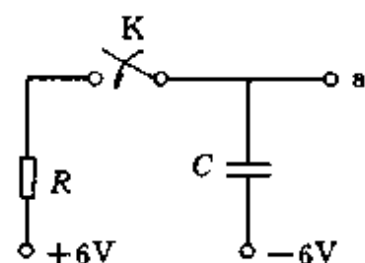


图 T3-14

- 3.22 电路如图 T3-15 所示,用三要素法求 $t \geq 0$ 时的 i_1 , i_2 及 i_L 。
 3.23 RC 延时电路如图 T3-16 所示,已知 $V_c = 18V$, $R_1 = R_2 = 33k\Omega$, $C = 200\mu F$,当 $t = 0$ 时将电源 $-V_c$ 接通,试求当 $u_c = -4.3V$ 时需要多少时间?

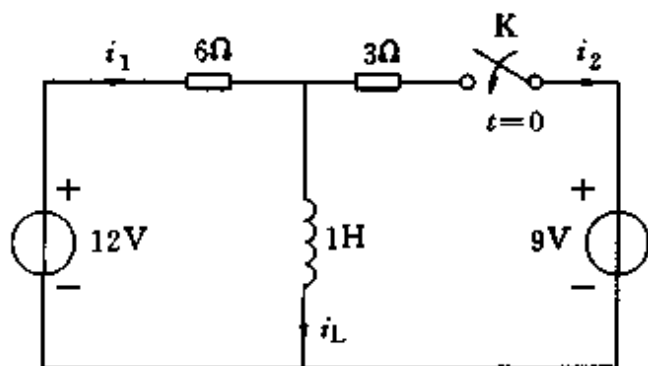


图 T3-15

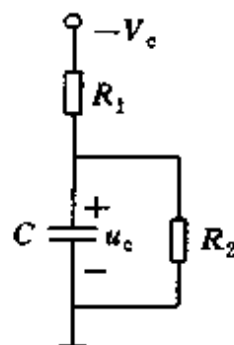


图 T3-16

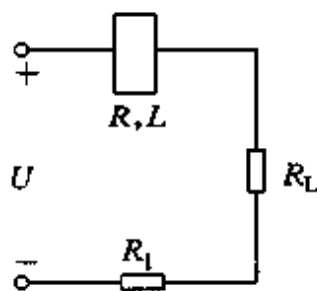


图 T3-17

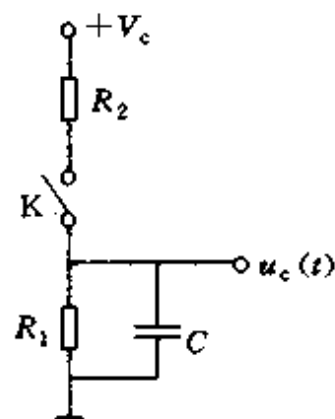


图 T3-18

- 3.24 电路如图 T3-17 所示。电源电压 $U = 220V$, 负载电阻 $R_L = 20\Omega$, 线路电阻 $R_1 = 1\Omega$, 电磁继电器的线圈电阻 $R = 1\Omega$, 电感 $L = 0.2H$ 。当线圈中电流 $i = 30A$ 时继电器动作将电源切断。问负载被短路后, 经过多长

时间继电器将电源切断?

3.25 图 T3-18 为锯齿波电压发生器等效电路,已知 $V_s = 12\text{V}$, $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $R_2 = 1.5\text{k}\Omega$, $C = 0.1\mu\text{F}$ 。

(1) 开关 K 闭合前 $u_c(0_-) = 0$, $t = 0$ 时开关 K 闭合,经过 4τ 的时间后将 K 打开,试求 $u_c(t)$;

(2) 开关闭合后 C 充电,充电到 $u_c(t) = U_{\text{max}} = 4.2\text{V}$ 时,将 K 打开 C 放电,放电到 $u_c(t) = U_{\text{min}} = 0.2\text{V}$,将 K 闭合,如此重复,试求电容 C 的充电时间 T_1 、放电时间 T_2 ,周期 $T = T_1 + T_2$ 。

第4章 正弦交流电路

本章首先讲述了正弦电压和电流的表示方法及其相量,讲述了 R 、 L 、 C 三种基本元件的交流特性,提出阻抗和导纳的概念,并举例说明如何用相量模型分析正弦交流电路,讲述了交流电路中的功率,最后讲述了电路的频率特性与谐振。

与本章基础知识相联系,应掌握以下基本操作技能:能正确使用示波器测量正弦信号的幅度,频率和相位差,学会交流参数的测量及电路频率特性的测试,学会交流电路中的故障检查方法,特别是用示波器观察波形的的方法。

交流电路的激励是交流电源。所谓交流电源是指电压的极性和大小都随时间变化的电压源以及电流的大小和方向都随时间变化的电流源。正弦交流电路是最常见的交流电路,它的激励是随时间按正弦规律变化的。正弦交流电路在电路的理论计算和实际应用中都有很重要的地位。正弦交流电路所以得到广泛应用,大致有以下几个原因:

1. 各种交流电中正弦交流电最易产生、传送。如电力部门产生和传送的就是正弦交流电。
2. 正弦量的波形处处都是连续和平滑的。正弦量的微分、积分,同一频率的正弦量的和与差,结果仍是同一频率的正弦量,也是连续平滑的。这对电路的分析计算,对电路的实际运行及测量都带来很大方便。
3. 一般电器设备的设计和性能指标都是按正弦输入考虑的。
4. 由傅里叶分析可知,一般非正弦信号可以看成各种不同频率正弦信号的叠加,因此从理论上讲,根据叠加定理,对于任意波形信号激励的线性电路,都可以通过正弦电路的分析得到响应。

4.1 正弦电压和电流有效值

4.1.1 正弦电压和电流的表示

4.1.1.1 正弦量的基本概念

随时间按正弦规律变化的物理量称为正弦量或正弦波。随时间按正弦规律变化的电压和电流称为正弦电压和正弦电流,它们都属于正弦波。在通信和无线电技术中又统称为正弦信号。

下面以正弦电流为例说明正弦量的一些基本概念。

设一正弦电流 $i(t)$ 流过某元件,在选定的参考方向下(如图 4-1(a)所示)可表示为:

$$i(t) = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \theta\right) \quad (4.1)$$

从式中可看出,时间 t 每增加 T 的数值,正弦函数的角就增加 2π 弧度, $i(t)$ 是以 T 为周期的时间函数。周期 T 的单位为秒(s)。周期 T 的倒数 $f = \frac{1}{T}$ 称为频率,表示单位时间内 $i(t)$ 重复的周期数,单位为赫兹(Hz)。 $2\pi/T$ 表示单位时间正弦函数的角改变的弧度数,称为角频率,单

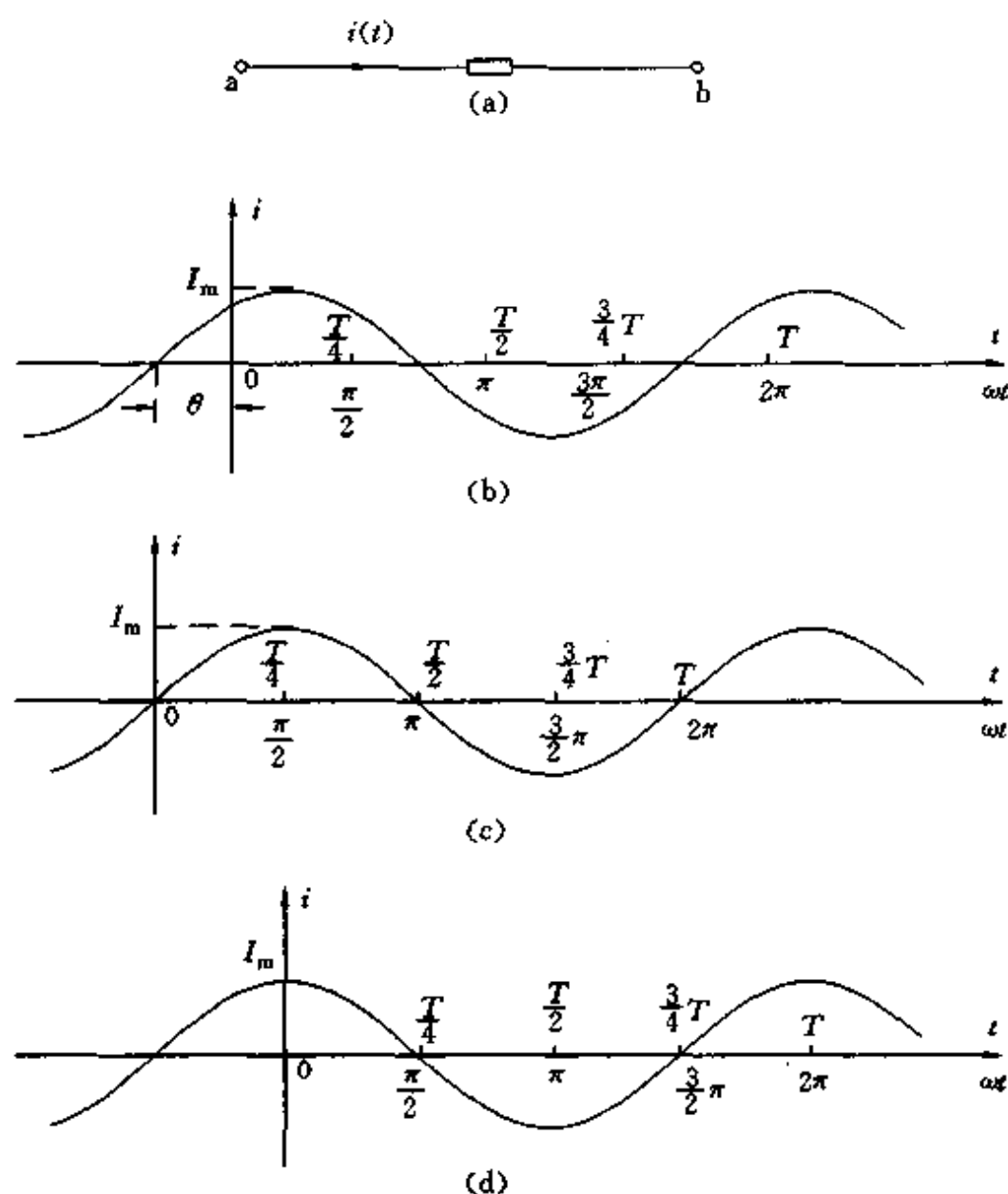


图 4-1 正弦电流

位为弧度/秒(rad/s),常用字母 ω 表示。即 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 或 $\omega = 2\pi f$ 。正弦电流一般表示为

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta) \quad (4.2)$$

其中, $i(t)$ 表示电流在某时刻 t 的数值,称为 t 时刻的瞬时值,用小写字母表示。式(4.1)和(4.2)称为正弦电流的瞬时表达式。

I_m 是 $i(t)$ 所能达到的最大值,称为振幅或最大值。

$(\omega t + \theta)$ 为某时刻 t 正弦函数的角的弧度数,称为相位或相角。

θ 为 $t=0$ 时的相位称为初相位或初相角,也简称为初相。在工程上为简便计, θ 也常用角度表示。

由式(4.2),我们可以画出在选定参考方向下,正弦电流 $i(t)$ 随时间变化的曲线,如图 4-1(b)所示。此曲线称为 $i(t)$ 的波形。

正弦电流 $i(t)$ 的最大值 I_m 、角频率 ω (或 f 和 T) 和初相角 θ 给定后, $i(t)$ 的表达式和波形就完全确定了。我们把最大值、角频率(频率或周期)及初相角称为正弦量的三要素。

正弦电压表示为 $u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta)$

4.1.1.2 正弦量的余弦表示

需要指出,正弦电流 $i(t)$ 并不是从 $t=0$ 时开始出现的, $i(t)$ 在 $t=0$ 之前就已经存在了。 $t=0$ 的时刻只是计算时间的零点。图 4-1(b)中 $t < 0$ 的部分表示时间零点之前的波形, $t > 0$ 的部分表示时间零点以后波形。

当时间零点取在 $i(t)$ 的波形上升段的零值时刻, $i(t)$ 表示为

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

如图 4-1(c) 所示, 此种情况下初相角为 0。

当时间零点取在 $i(t)$ 为最大值的时刻, $i(t)$ 表示为

$$i(t) = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

初相角为 $\frac{\pi}{2}$, 如图 4-1(d) 所示。

图 4-1(d) 的波形的函数表达式还可写作

$$i(t) = I_m \cos \omega t$$

可见正弦电流可以用正弦表示, 也可以用余弦表示, 区别仅在于初相角不同, 当时间零点取在 $i(t)$ 达到最大值的时刻用 $\sin$ 表示初相为 $\frac{\pi}{2}$, 而用 $\cos$ 表示初相为 0。

正弦量常用余弦表示, 正弦电压和电流可分别表示为

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta)$$

作波形图时, 常把横坐标定为 ωt 而不定为时间 t , 两者差别仅在于比例常数 ω 。在图 4-1 中把两种横坐标都标出, 以资比较。以 ωt 为横坐标的波形图可适用于任何 ω 值, 因为不论 ω 是多少, 一个周期总是 2π 弧度。

4.1.1.3 例题

例 4.1 分别用正弦和余弦函数表示图 4-2 所示的正弦电压。其中 $\omega = 314 \text{ rad/s}$

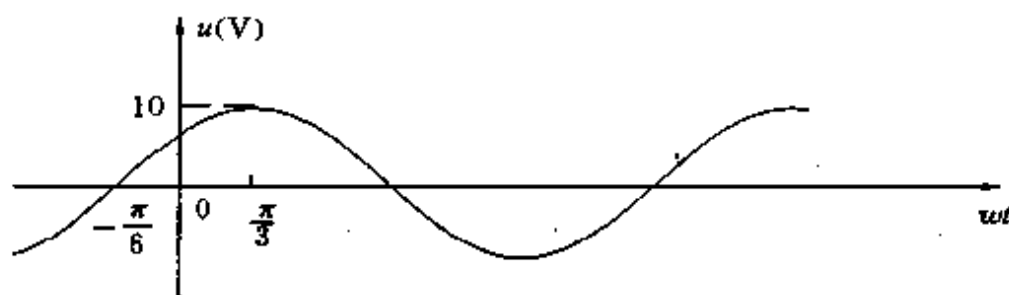


图 4-2 例 4.1

解: 由图可知, 最大值 $U_m = 10 \text{ V}$ 。角频率 $\omega = 314 \text{ rad/s}$ 。

(1) 用正弦表示:

离坐标原点最近的一个上升段零点对应的 ωt 与时间零点相差 $\pi/6$ 弧度, 且在坐标原点左侧, 即当 $\omega t = -\frac{\pi}{6}$ 时 $u(t) = 0$, 故:

$$u(t) = 10 \sin \left(314t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ V}$$

初相角为 $\pi/6$ 。

(2) 用余弦表示

离纵坐标轴最近的正最大值对应的 ωt 与时间零点相差 $\pi/3$, 而且在坐标原点右侧, 即当 $\omega t = \pi/3$ 时 $u(t)$ 达到最大值。故

$$u(t) = 10 \cos \left(314t - \frac{\pi}{3} \right) \text{ V}$$

初相角为 $-\pi/3$ 。

本例说明:

(1) 同一正弦量用 $\sin$ 表示比用 $\cos$ 表示初相角大 $\pi/2$ 。这与三角公式 $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 一致。

(2) 初相角的确定

用正弦表示时, 初相 θ 等于离坐标原点(时间零点)最近的上升段零点对应的 ωt 的相反数。

用余弦表示时, 初相 θ 等于离坐标原点(时间零点)最近的正的最大值对应的 ωt 的相反数。

例 4.2 电流的波形如图 4-3 所示。

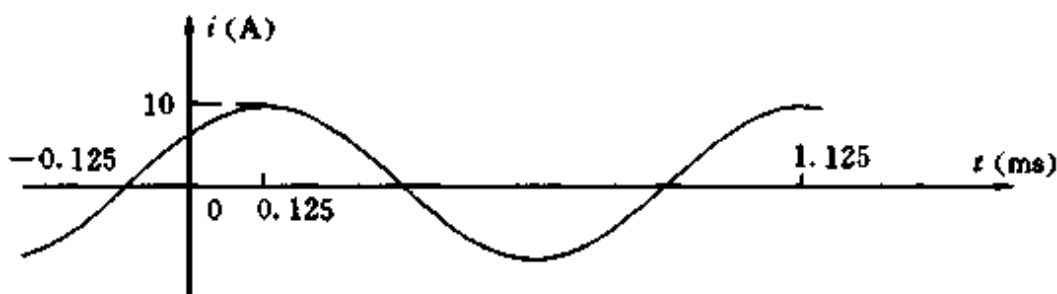


图 4-3 例 4.2

(1) 试求 T, f 及 ω ;

(2) 用 $\cos$ 函数写出 $i(t)$ 表达式;

(3) 用 $\sin$ 函数写出 $i(t)$ 表达式。

解: (1) 从波形图上可以看出两个正的最大值之间的时间间隔, 即周期 T 为

$$T = 1.125 - 0.125 = 1\text{ms}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1 \times 10^{-3}} = 1000\text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 1000 = 2000\pi = 6283\text{rad/s}$$

(2) 离坐标原点最近的正最大值对应的时间为 0.125ms , 则其对应的 ωt 应为:

$$\omega t = 2000\pi \times 0.125 \times 10^{-3} = 0.25\pi = (\pi/4)\text{rad}$$

用余弦表示时初相角 $\theta = -(\pi/4)\text{rad}$

所以有, $i(t) = 10\cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\text{A}$

(3) 离坐标原点最近的上升段的零点对应的时间为 -0.125ms , 其对应的 ωt 为

$$\omega t = 2000\pi \times (-0.125 \times 10^{-3}) = -0.25\pi = (-\pi/4)\text{rad}$$

用正弦表示时初相角为 $(\pi/4)\text{rad}$ 。所以有:

$$i(t) = 10\sin\left(2000\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\text{A}$$

4.1.2 相位差

4.1.2.1 相位差的概念

我们考察两个同频率的正弦电压。

$$u_1(t) = 5\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\text{V}$$

$$u_2(t) = 5\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$

波形如图 4-4 所示。

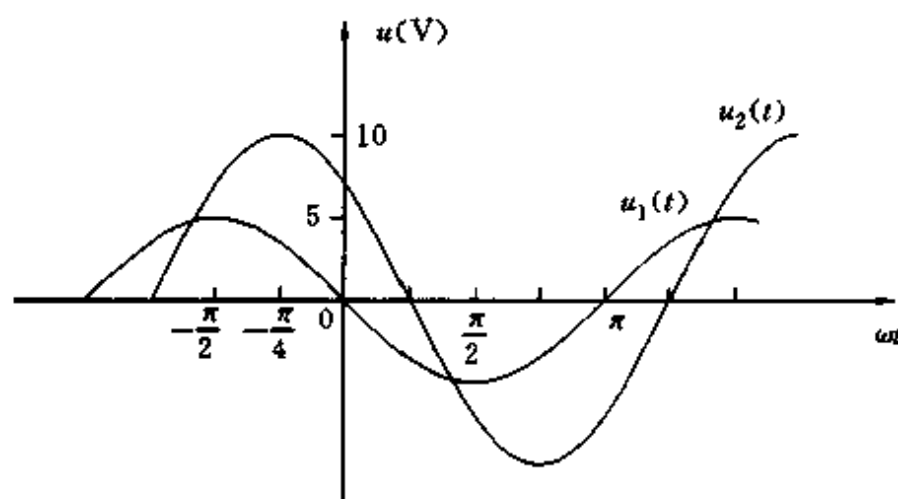


图 4-4 两个同频率的正弦电压

由波形可看出, $u_1(t)$ 与 $u_2(t)$ 的区别除最大值不同外, u_2 中与 u_1 相对应的点总比 u_1 晚出现(右移) $\pi/4$, 比如 u_2 总比 u_1 晚 $\pi/4$ 达到最大值。步调上 u_2 总比 u_1 落后 $\pi/4$ 。这种现象与 u_1 和 u_2 的初相角不同有关, 说明如下。

计算 u_1 和 u_2 的相位差

$$\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - \left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

计算结果说明由于 u_1 和 u_2 的频率相同, 任何时刻的相位差都等于 $t=0$ 时的相位之差, 即初相角的差, 它反映了两个同频率的正弦量相位领先或落后的关系。

u_1 和 u_2 的相位差用 φ_{12} 表示

$$\varphi_{12} = (\omega t + \theta_1) - (\omega t + \theta_2) = \theta_1 - \theta_2$$

$\varphi_{12} > 0$ 说明 u_1 相位领先 u_2 或 u_2 相位落后 u_1 φ_{12} 弧度(或度)。在时间上 u_1 超前 u_2 (φ_{12}/ω) s。

$\varphi_{12} < 0$ 说明 u_1 相位落后 u_2 或 u_2 相位领先 u_1 。

为简便计, 我们将省略 φ_{12} 的下标 12。

4.1.2.2 几种特殊的相位关系

两个同频率的正弦量的相位关系有以下三种值得注意的情况。

1. 同相

如果相位差为 0, 则两个正弦量同相位简称同相。它们变化的“步调”一致, 同时达到最大或最小, 如图 4-5(a) 所示。

2. 反相

如果相位差为 $\pm\pi$, 则两个正弦量反相, 一个达到正的最大值时另一个恰好是负的最大值, 如图 4-5(b) 所示。

3. 正交

如果相位差为 $\pm\pi/2$, 则两个正弦量正交, 一个为最大值时另一个恰好为 0 值, 如图 4-5(c) 所示。

4.1.2.3 相位差的计算

例 4.3 设有两个同频率的正弦电流

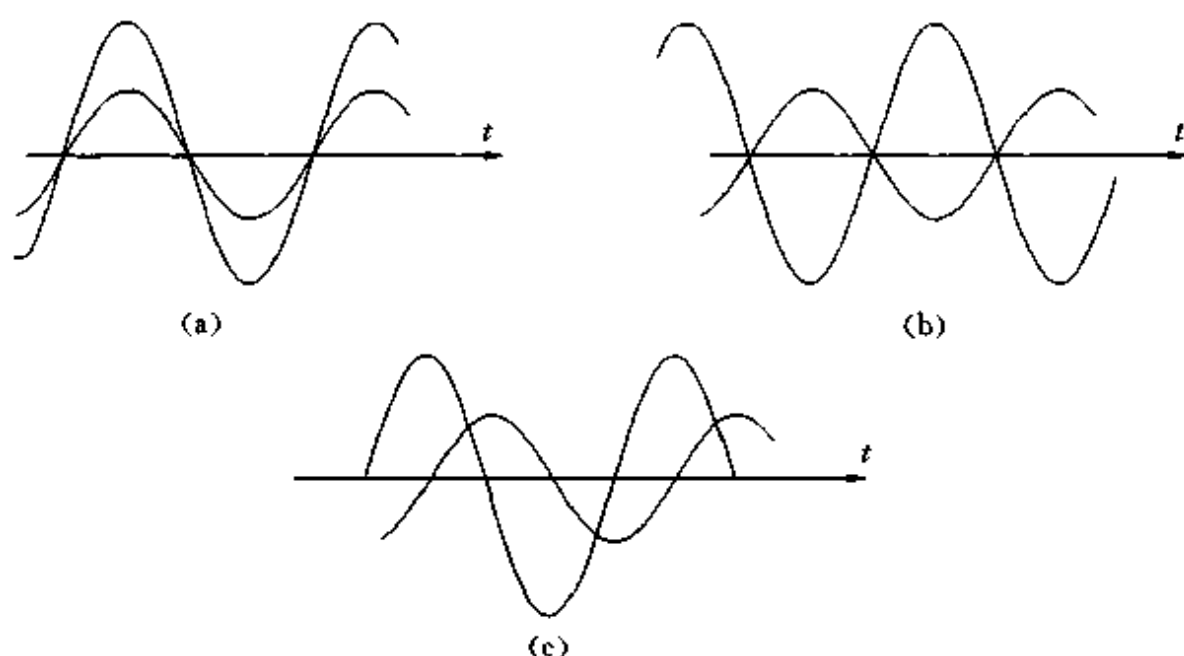


图 4-5 同相、反相与正交

$$i_1(t) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{3}{4}\pi\right) \text{ A}$$

$$i_2(t) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{1}{2}\pi\right) \text{ A}$$

问哪一个电流滞后？滞后的角度是多少？

$$\text{解：}\varphi = \theta_1 - \theta_2 = \frac{3}{4}\pi - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5}{4}\pi$$

$\varphi > 0$ ，表明 i_2 滞后 i_1 ，滞后的角度为 $5\pi/4$ ，如图 4-6 所示。但是我们认为 i_2 超前 $i_1 3\pi/4$ 似乎更合适，从波形上看也更易让人接受。那么 i_1 和 i_2 究竟哪个超前，哪个滞后呢？为了有一个唯一的解答，规定相位差的取值范围为 $-\pi \sim \pi$ 之间。如果遇到像本例的情况，可以用 $(2\pi - \varphi)$ 表示相位差角，但滞后要改成超前，超前要改为滞后。

根据这个规定，本例中 i_1 滞后 i_2 ，滞后角度为 $3\pi/4$ 。

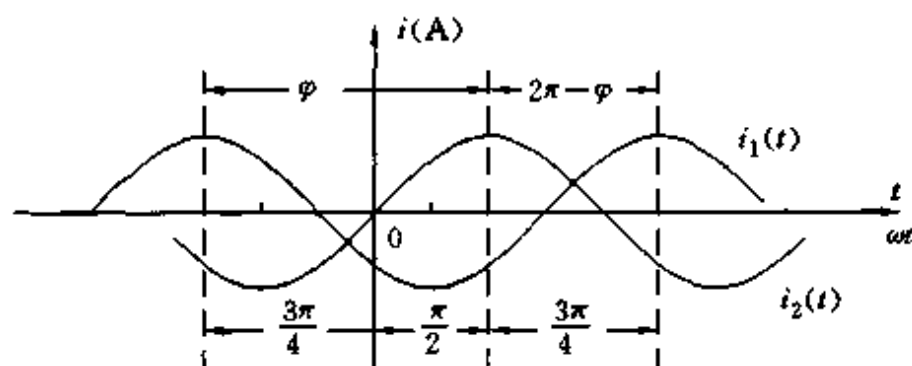


图 4-6 例 4.3

4.1.3 有效值

4.1.3.1 有效值的概念与公式

正弦电压和电流的瞬时值是随时间变化的。在测量和计算中使用瞬时值很不方便也不必要。我们用与某一正弦量产生同样效果的直流量的数值来表征正弦量的大小，这个直流量的大小叫做有效值。其确切定义如下：

周期电流 i 通过电阻 R 在一个周期 T 内产生热量如与某一直流电流 I 通过同一电阻在同一时间内产生热量相等时，称直流电流 I 的数值是周期电流 i 的有效值。

某周期电流 i 在一个周期 T 内通过电阻 R 产生的热量为

$$Q = 0.24 \int_0^T i^2 R dt$$

某直流电流 I 在时间 T 内通过同一电阻 R 产生的热量

$$Q_{DC} = 0.24 I^2 RT$$

令

$Q_{DC} = Q$, 即

$$0.24 I^2 RT = 0.24 \int_0^T i^2 R dt$$

得周期电流有效值为:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (4.3)$$

同样周期电压 u 的有效值为

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} \quad (4.4)$$

有效值又称为方均根值。

把正弦电流和电压的表示式

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta)$$

代入式(4.3)和式(4.4),经计算可得正弦电流和电压的有效值分别为

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (4.5)$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (4.6)$$

有效值一般用大写字母表示。特别注意式(4.3)和(4.4)对任何周期变化的电流、电压都成立,而式(4.5)和(4.6)仅对正弦电流和电压成立。

一般交流电压表和交流电流表测量出来的电压和电流均为有效值。通常工作在交流电路中的电器设备的额定电压,电流也是有效值。

正弦电压和电流经常写为:

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta) \quad \text{和} \quad i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \theta)$$

4.1.3.2 有关有效值的计算

正弦电量的最大值是有效值的 $\sqrt{2}$ 倍,在实际元器件的使用与选择时很有用。如电容器,晶体管等元器件工作时都有一个使用电压限值(耐压值),超过此值就会损坏设备或器件。在交流电路中,耐压值应按交流电压的最大值考虑,请看下例。

例 4.4 接在有效值为 380V 的电源上的电容器,其耐压值应不低于多少伏,如果现有耐压分别为 400V、500V 和 600V 的三个电容,应当使用哪一个电容(三个电容器的电容量相同)?

解: $U_m = \sqrt{2} U = \sqrt{2} \times 380 = 535.6V$, 所以应选用耐压 600V 的电容器。

4.2 相 量

相量是代表某一特定频率下正弦量的复数。在正弦交流电路的计算中,用相量代替正弦量进行计算将使计算工作大大简化,因此在引入相量之前先复习复数的概念及计算。

4.2.1 复数及运算

4.2.1.1 复数

设 A 是一个复数,且 a_1 和 a_2 分别为其实部和虚部,则:

$$A = a_1 + ja_2 \quad (4.7)$$

式中 $j = \sqrt{-1}$ 是虚数单位(为了避免和电流 i 混淆,这里用 j 表示虚数单位)。常用 $\text{Re}[A]$ 表示取复数 A 的实部,用 $\text{Im}[A]$ 表示取 A 的虚部,即 $\text{Re}[A] = a_1, \text{Im}[A] = a_2$ 。注意 A 的虚部是 a_2 而不是 ja_2, a_1 和 a_2 均为实数。

在平面上给定的直角坐标系中,如果用横轴表示复数的实部,注以“+1”称为实轴;用纵轴表示复数的虚部,注以“+j”,称为虚轴。这样的平面称为复平面。复数 A 可以用复平面上坐标为 (a_1, a_2) 的点表示,如图 4-7 所示。

式(4.7)称为复数的直角坐标形式。复数 A 还可以用复平面上从原点指向点 (a_1, a_2) 的向量来表示,如图 4-8 所示。该向量的长度称为复数 A 的模,记作 $|A|$ 。

$$|A| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

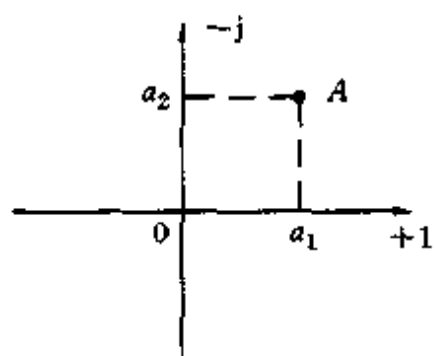


图 4-7 复平面上表示复数

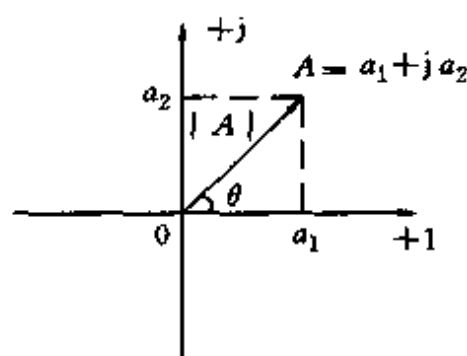


图 4-8 复数的模和幅角

表示复数 A 的向量与实轴正方向的夹角 θ 称为 A 的幅角,记作

$$\theta = \arctg \frac{a_2}{a_1}$$

由图 4-8 可知

$$a_1 = |A| \cos \theta \quad a_2 = |A| \sin \theta$$

复数 A 可表示为

$$A = |A| \cos \theta + j|A| \sin \theta = |A|(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (4.8)$$

称为复数的三角形式。

由欧拉公式 $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$ 又得

$$A = |A| e^{j\theta}$$

简写为

$$A = |A| \angle \theta \quad (4.9)$$

称为复数的指数形式或极坐标形式。

4.2.1.2 复数的代数运算

(1) 加减运算

有复数

$$A = a_1 + ja_2, B = b_1 + jb_2$$

则

$$A \pm B = (a_1 + ja_2) \pm (b_1 + jb_2) = (a_1 \pm b_1) + j(a_2 \pm b_2)$$

复数的加、减运算就是把它们的实部和虚部分别相加、减。因此,复数的加减运算一般用直角坐标形式。复数相加、减也可以在复平面上进行。容易证明:两个复数相加的运算在复平面上符合平行四边形的求和法则,如图 4-9 所示。当两个复数相减时,先作出 $(-B)$ 向量,然后再将 A 向量和 $(-B)$ 向量相加就得 $A-B$ 的向量,如图 4-10 所示。

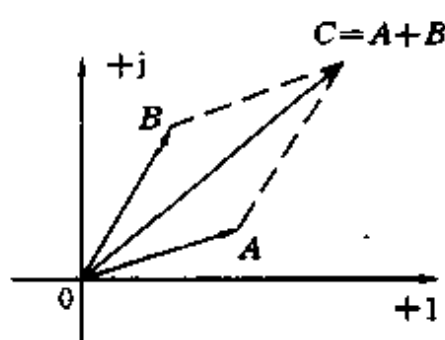


图 4-9 复数相加的图示

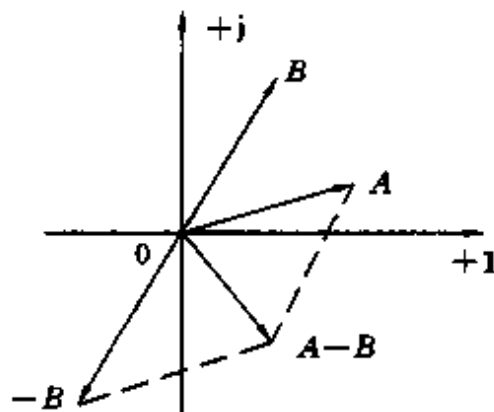


图 4-10 复数相减的图示

(2) 乘除运算

如果复数用极坐标表示, $A = |A| \angle \theta_A, B = |B| \angle \theta_B$ 则

$$A \cdot B = |A|e^{j\theta_A} \cdot |B|e^{j\theta_B} = |A||B|e^{j(\theta_A + \theta_B)}$$

若

$$|A| = a, |B| = b \text{ 则 } A \cdot B = abe^{j(\theta_A + \theta_B)} = ab \angle (\theta_A + \theta_B)$$

即复数相乘时,其模相乘,幅角相加。

$$\frac{A}{B} = \frac{a \angle \theta_A}{b \angle \theta_B} = \frac{ae^{j\theta_A}}{be^{j\theta_B}} = \frac{a}{b} e^{j(\theta_A - \theta_B)} = \frac{a}{b} \angle \theta_A - \theta_B$$

复数相除时,其模相除,幅角相减。

4.2.2 相量

4.2.2.1 相量

相量是建立在欧拉公式的基础上的。

欧拉公式为

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

若 $x = \omega t + \theta$ 则有

$$e^{j(\omega t + \theta)} = \cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)$$

$$\cos(\omega t + \theta) = \operatorname{Re}[e^{j(\omega t + \theta)}]$$

$$\sin(\omega t + \theta) = \operatorname{Im}[e^{j(\omega t + \theta)}]$$

用余弦表示的正弦电压 $u(t)$ 可写作

$$\begin{aligned} u(t) &= \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta) = \operatorname{Re}[\sqrt{2} U e^{j(\omega t + \theta)}] = \operatorname{Re}[\sqrt{2} U e^{j\theta} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[\sqrt{2} U e^{j\theta}] = \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{U} \angle \omega t] \end{aligned} \quad (4.10)$$

其中

$$\dot{U} = U e^{j\theta} = U \angle \theta$$

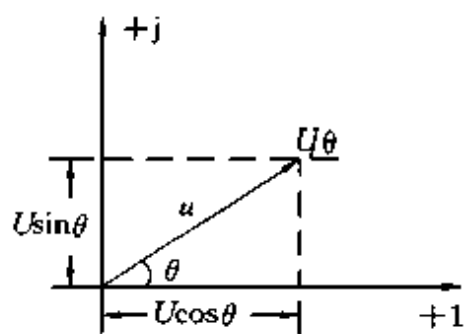


图 4-11 相量图

$\dot{U}$ 为一个复值常量, 它的模是 $u(t)$ 的有效值, 它的幅角是 $u(t)$ 的初相角, 称为正弦量 $u(t)$ 的相量。相量 $\dot{U}$ 包含了正弦电压三要素中的两个, 有效值 $U (U_m / \sqrt{2})$ 和初相角 θ , 只要给定频率就能确定一个正弦电压。同样, 一个正弦电流 $i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \theta)$ 也有对应的电流相量 $\dot{I} = I \angle \theta$ 。相量用一大写字母上加一点来表示, 字母上加一点表示它不是一般的复数, 是一个代表正弦量的相量。作为一个复数, 相量可以用复平面上的向量来表示, 如图 4-11 所示。相量在复平面上的图示称为相量图。

4.2.2.2 相量与正弦量的关系

由于我们研究的是单一频率正弦电源激励的交流电路。各电压、电流的频率和电源频率是相同的, 不经计算就已确定。因此计算过程可以略去频率, 只设法确定各电压、电流的有效值(最大值)和初相角, 而相量恰好包含了正弦量的有效值和初相角。利用相量可以把随时变化的正弦函数的计算转化成不随时间变化的复数运算, 使计算过程大大简化。但必须指出, 相量是一个复数, 是一个与时间无关的常量, 而正弦量是一个随时间变化的函数。相量只能代表正弦量并不等于正弦量。它们只是对应关系, 只能记作 $\dot{U} \Leftrightarrow u(t)$, 不能写作 $\dot{U} = u(t)$ 。

4.2.2.3 例题

例 4.5 若 $i_1(t) = 5 \cos(100\pi t + 60^\circ) \text{ A}$, $i_2(t) = -10 \sin(100\pi t + 60^\circ) \text{ A}$ 。

写出代表这两个正弦电流的相量, 并绘相量图。

解: 1. 正弦电流用 $\cos$ 函数表示

(1) $i_1(t) = 5 \cos(100\pi t + 60^\circ) \text{ A}$

$$I_{1m} = 5 \text{ A} \quad I_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3.54 \text{ A} \quad \theta = 60^\circ$$

$$\dot{I}_1 = 3.54 \angle 60^\circ \text{ A}$$

(2) $i_2(t) = -10 \sin(100\pi t + 60^\circ)$

$$\begin{aligned} &= -10 \cos(100\pi t + 60^\circ - 90^\circ) \\ &= 10 \cos(100\pi t + 60^\circ - 90^\circ + 180^\circ) \\ &= 10 \cos(100\pi t + 150^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

$$I_{2m} = 10 \quad I_2 = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07 \text{ A} \quad \theta = 150^\circ$$

$$\dot{I}_2 = 7.07 \angle 150^\circ \text{ A}$$

相量图如图 4-12 (a) 所示。

2. 正弦电流用 $\sin$ 函数表示

可得

$$\dot{I}_1 = 3.54 \angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 7.07 \angle -120^\circ \text{ A}$$

相量图如图 4-12 (b) 所示。

在写正弦量的相量时应注意在同一问题中应统一函数表达方式, 或全用 $\cos$ 或全用 $\sin$ 。

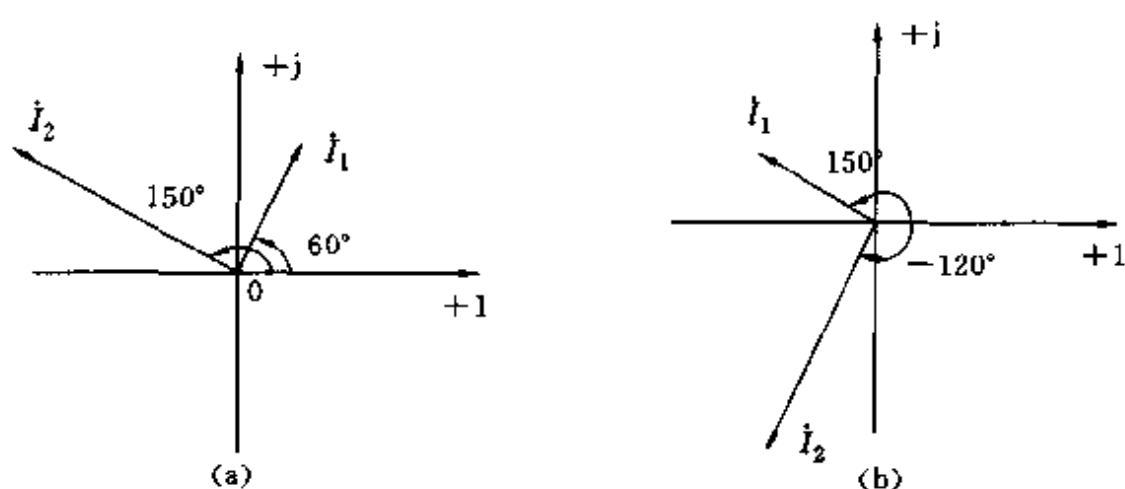


图 4-12 例 4.5 的相量图

本章不加说明一律用 $\cos$ 函数表示正弦量。

例 4.6 已知 $\dot{U}_1 = 50 \angle -30^\circ \text{V}$ $\dot{U}_2 = 220 \angle 150^\circ \text{V}$ $\dot{U}_3 = -220 \angle 150^\circ \text{V}$ $f = 50 \text{Hz}$
试写出它们所代表的正弦电压。

解：由给定相量可知：

$$U_1 = 50 \quad U_{1m} = 50\sqrt{2} \quad \theta_1 = -30^\circ$$

$$U_2 = 220 \quad U_{2m} = 220\sqrt{2} \quad \theta_2 = 150^\circ$$

$$U_3 = 220 \quad U_{3m} = 220\sqrt{2} \quad \theta_3 = 150^\circ - 180^\circ = -30^\circ$$

又

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{rad/s}$$

故得：

$$u_1(t) = 50\sqrt{2} \cos(100\pi t - 30^\circ) \text{V}$$

$$u_2(t) = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t + 150^\circ) \text{V}$$

$$u_3(t) = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t - 30^\circ) \text{V}$$

〈操作与应用〉 用示波器观测正弦信号

〔目的〕

1. 学会用示波器测量正弦波的幅度和频率；
2. 学会用示波器测量两个正弦波的相位差；
3. 学习和熟悉信号发生器和示波器的使用。

〔内容〕

1. 调节信号发生器输出 500Hz , 4V 左右的正弦波, 将其送入示波器。调节示波器显示出清晰稳定的波形, 并由显示波形测量正弦波幅度和频率。

2. 以示波器垂直和水平的中心刻度线的交点为坐标原点。移动波形使其分别用 $\sin$ 和 $\cos$ 表示时初相角为 -90° 、 -45° 、 -0° 、 45° 、 90° 。并在格纸上画出。

3. 参考电路如图 4-13 所示, 分别测量以下情况时两个正弦电压的相位差(信号发生器输出为 1000Hz 正弦波)。

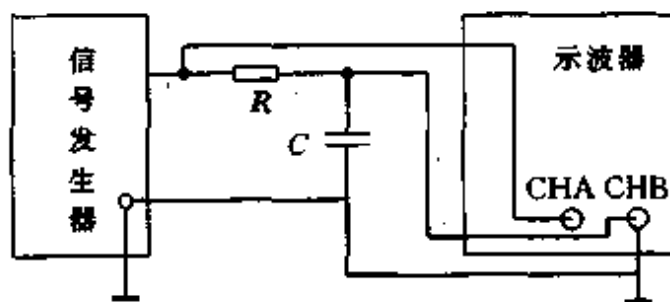


图 4-13 测相位差参考电路

$$(1) R=30\text{k}\Omega \quad C=1000\text{pF}$$

$$(2) R=30\text{k}\Omega \quad C=2200\text{pF}$$

$$(3) R=30\text{k}\Omega \quad C=0.1\mu\text{F}$$

$$(4) R=120\Omega \quad C=47\mu\text{F}$$

[说明]

1. 用示波器可方便地测出正弦波正、负最大值之间的电压,称为峰峰值,表示为 U_{PP} 。最大值 $U_m = \frac{1}{2}U_{PP}$,而有效值 $U = \frac{1}{\sqrt{2}}U_m$ 。电子电压表测出的是有效值。

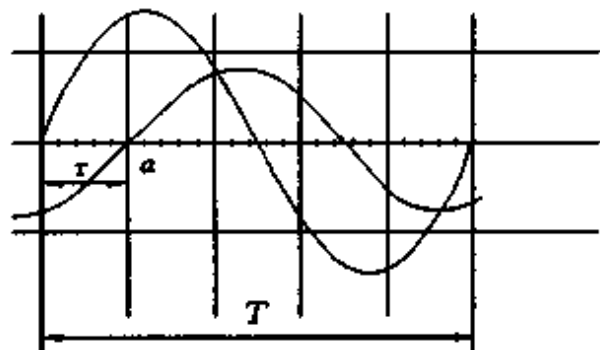


图 4-14 由显示波形计算相位差

2. 被测电压 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 分别加到双踪示波器CHA和CHB两个输入端,调节示波器使荧光屏上显示出两个稳定清晰的波形,并使两波形的水平中心线均与屏幕上水平刻度线重合,如图4-14所示。 τ 为两个信号相距最近的上升段零点的时间间隔, T 为信号周期,则相位差为

$$\varphi = \theta_1 - \theta_2 = \frac{\tau}{T} \times 360^\circ$$

实际上只要在屏幕上读出 τ 所占格数 l_1 和 T 所占格数 l_2 ,则

$$\varphi = \frac{l_1}{l_2} \times 360^\circ$$

4.3 交流电路中的基本元件及特性

电阻、电容和电感是正弦交流电路中的基本元件,本节讨论它们在交流电路中的特性。

4.3.1 电阻

电阻 R 在图4-15所示的关联参考方向下,对任何形式的电压和电流均有 $u=Ri$ 。若 i 为正弦电流即 $i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \theta_i)$ 则

$$u(t) = Ri(t) = \sqrt{2}RI\cos(\omega t + \theta_i) \quad (4.11)$$

$u(t)$ 还可以写作, $u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta_u)$

比较上两式可知:

$$U = RI \quad (4.12)$$

$$\theta_u = \theta_i \quad (4.13)$$

以上三式说明,正弦交流电路中,电阻两端电压 u 和流过电阻电流 i 是同频率的正弦量,它们的有效值(最大值)满足欧姆定律,初相角相同即两者同相。

如果用相量表示则

$$\dot{U} = U\angle\theta_u = RI\angle\theta_i = R\dot{I} \quad (4.14)$$

式(4.14)说明电压和电流的相量也满足欧姆定律,且同时表示了两者的有效值及相位间的关系,可参见图4-18(a)。

4.3.2 电容

电容 C 在图4-16中所设的关联参考方向下,对任何形式的电压和电流均有 $i = C \frac{du}{dt}$ 。

$u(t)$ 为正弦电压, $u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta_u)$

则电流 i 为:

$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{du}{dt} = -\sqrt{2} CU \omega \sin(\omega t + \theta_u) \\ &= -\sqrt{2} CU \omega \cos(\omega t + \theta_u - 90^\circ) \\ &= \sqrt{2} \omega CU \cos(\omega t + \theta_u + 90^\circ) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$i(t)$ 还可以写作, $i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \theta_i)$

可得:

$$I = \omega CU \quad (4.16)$$

$$\theta_i = \theta_u + 90^\circ \quad (4.17)$$

以上三式说明, 正弦交流电路中电容两端电压和电流为同一频率的正弦量, 且 $I = \omega CU$, 关联参考方向下电流超前电压 90° 。

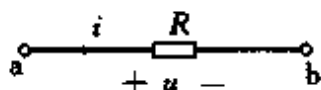


图 4-15 交流电路中的电阻元件

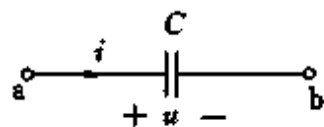


图 4-16 交流电路中的电容元件

若用相量表示, 在关联参考方向下,

$$\begin{aligned} \dot{I} &= I \angle \theta_i = \omega CU \angle \theta_u + 90^\circ = j\omega CU \angle \theta_u \\ \dot{I} &= j\omega C \dot{U} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\dot{U} = \frac{\dot{I}}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} \quad (4.19)$$

说明:

1. $I = \omega CU$ 是 i 与 du/dt 成正比关系在交流电路中的反映, ω 越大 u 变化越快, I 就越大。
2. $\dot{I} = j\omega C \dot{U}$ 中, j 说明电流超前电压 90° , 可参见图 4-18(b)。
3. 在非关联参考方向下 $\dot{I} = -j\omega C \dot{U}$

4.3.3 电感元件

电感 L 在图 4-17 所示的关联参考方向下有 $u = L \frac{di}{dt}$, 正弦交流电路中

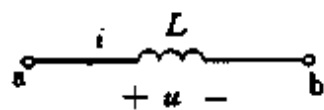


图 4-17 交流电路中的电感元件

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \theta_i)$$

类似式(3-15)的推导过程可得

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta_u) = \sqrt{2} \omega LI \cos(\omega t + \theta_i + 90^\circ) \quad (4.20)$$

可得:

$$U = \omega LI \quad (4.21)$$

$$\theta_u = \theta_i + 90^\circ \quad (4.22)$$

以上三式说明, 正弦交流电路中电感两端的电压和电流为同一频率的正弦量, 且 $U = \omega LI$, 关联参考方向下电压超前电流 90° 。

若用相量表示, 在关联参考方向下:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= U \angle \theta_u = \omega LI \angle \theta_i + 90^\circ = j\omega LI \angle \theta_i \\ \dot{U} &= j\omega L \dot{I} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{j\omega L} = -j \frac{1}{\omega L} \dot{U} \quad (4.24)$$

说明

1. $U = \omega LI$ 是 u 与 di/dt 成正比关系在交流电路中的反映, ω 越大 i 变化越快, U 就越大。
2. $\dot{U} = j\omega L \dot{I}$ 中的 j 说明电压超前电流 90° , 可参见图 4-18(c)。
3. 在非关联参考方向下 $\dot{U} = -j\omega L \dot{I}$ 。

4.3.4 小结

把以上三种元件在关联参考方向下, 伏安关系的各种表达式列入表 4-1 中供比较, 记忆。把各元件 u 和 i 的相量图和波形图一并画在图 4-18 中供比较, 加深对各元件伏安关系的理解。

表 4-1

元 件	R	C	L
瞬时值关系	$u = Ri$	$i = C \frac{du}{dt}$	$u = L \frac{di}{dt}$
有效值关系	$U = RI$	$I = \omega CU$	$U = \omega LI$
相位关系	$\theta_u = \theta_i$	$\theta_i = \theta_u + 90^\circ$	$\theta_u = \theta_i + 90^\circ$
相量关系	$\dot{U} = R \dot{I}$	$\dot{I} = j\omega C \dot{U}$	$\dot{U} = j\omega L \dot{I}$

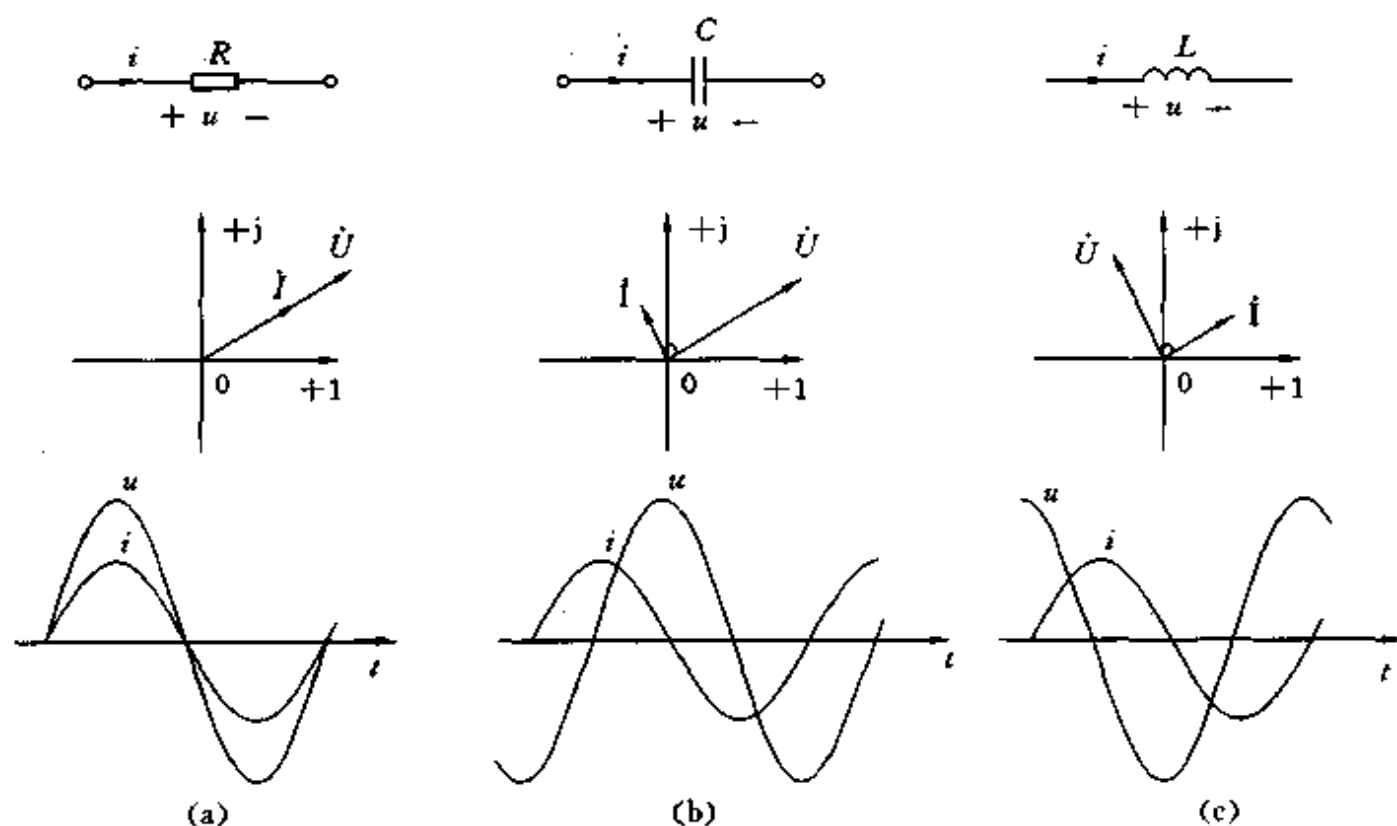


图 4-18 各元件 u, i 的相量图和波形图

4.3.5 例题

例 4.7 一正弦交流电压 $u(t) = 220 \sqrt{2} \cos(1000t + 30^\circ) \text{ V}$

加到(1) 400Ω 电阻上; (2) 0.4H 的电感两端; (3) $4\mu\text{F}$ 的电容两端, 求各元件电流 $i(t)$, 并分别画出电压电流的相量图和波形图 ($u(t)$ 和 $i(t)$ 均为关联参考方向)。

解: (1) $\dot{U} = 220 \angle 30^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} = \frac{220\angle 30^\circ}{400} = 0.55\angle 30^\circ \text{ A}$$

$$i_R(t) = 0.55\sqrt{2}\cos(1000t + 30^\circ) \text{ A}$$

$$(2) \dot{U} = 220\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{j\omega L} = \frac{220\angle 30^\circ}{j1000 \times 0.4} = 0.55\angle -60^\circ \text{ A}$$

$$i_L(t) = 0.55\sqrt{2}\cos(1000t - 60^\circ) \text{ A}$$

$$(3) \dot{U} = 220\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_C = j\omega C \dot{U} = j1000 \times 4 \times 10^{-6} \times 220\angle 30^\circ = 0.88\angle 120^\circ \text{ A}$$

$$i_C(t) = 0.88\sqrt{2}\cos(1000t + 120^\circ) \text{ A}$$

相量图和波形图见图(4-19)。

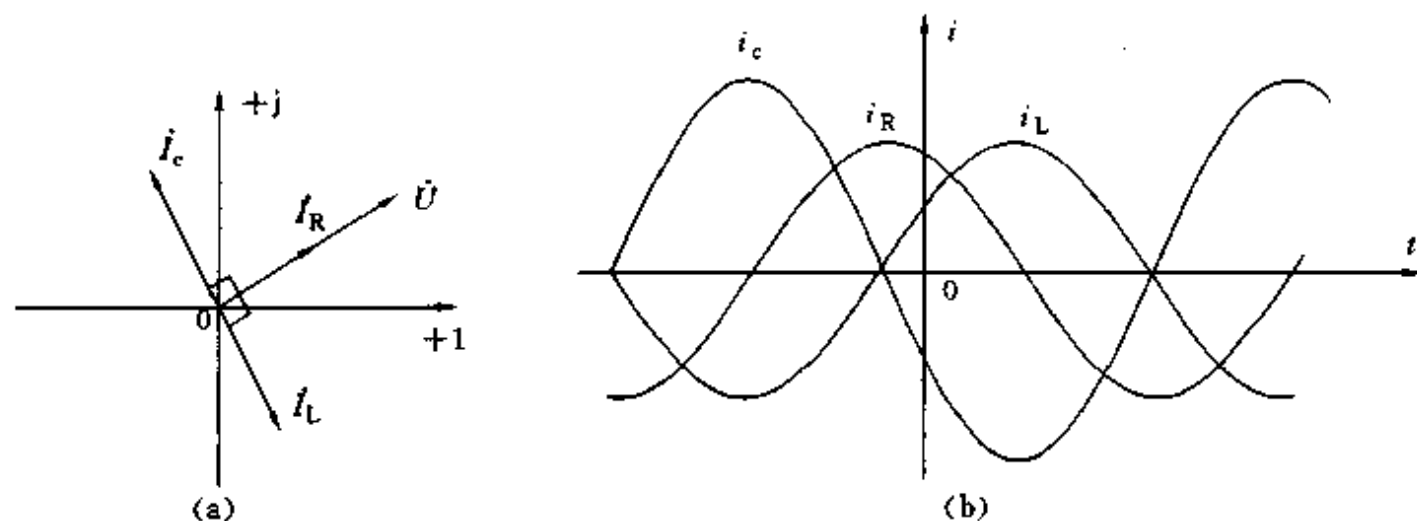


图 4-19 例 4.7 相量图及波形图

4.4 基尔霍夫定律的相量形式

我们研究的正弦交流电路中所有电源的频率都是相同的。电路中各元件的电压、电流也都具有和电源相同的频率，由此出发，可以得出基尔霍夫定律的相量形式。

4.4.1 基尔霍夫定律的相量形式

KCL 说明，在任一时刻，流出(或流入)电路节点的电流的代数和为 0。对于与 n 条支路联接的节点，KCL 可表示为

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (4.25)$$

其中 i_k 为第 k 条支路的电流，正弦交流电路中可表示为 $\sum_{k=1}^n i_k = \sum_{k=1}^n \sqrt{2} I_k \cos(\omega t + \theta_k) =$

$\sum_{k=1}^n \text{Re}[\sqrt{2} \dot{I}_k e^{j\omega t}] = 0$ ，根据复数性质有

$$\text{Re} \sum_{k=1}^n [\sqrt{2} \dot{I}_k e^{j\omega t}] = \text{Re} [\sqrt{2} e^{j\omega t} \sum_{k=1}^n \dot{I}_k] = 0$$

对任一时刻 t 等式都成立，则有

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0 \quad (4.26)$$

同理,在正弦交流电路中,沿任一回路,KVL可表示为

$$\sum_{k=1}^n \dot{U}_k = 0 \quad (4.27)$$

式中 $\dot{U}_k$ 为回路中第 k 条支路的电压的相量。

4.4.2 例题

例 4.8 图 4-20 所示为电路中一个节点,已知 $i_1(t) = 30\sqrt{2}\cos(\omega t + 30^\circ)\text{A}$, $i_2(t) = 40\sqrt{2}\cos(\omega t - 60^\circ)\text{A}$, 求 $i_3(t)$ 。

解: 由已知 $\dot{I}_1 = 30\angle 30^\circ\text{A}$; $\dot{I}_2 = 40\angle -60^\circ\text{A}$

列 KCL 方程,以流出节点为正,得

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

解得:

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 30\angle 30^\circ + 40\angle -60^\circ \\ &= 26 + j15 + 20 - j34.6 = 46 - j19.6 \\ &= 50\angle -23.1^\circ\text{A} \end{aligned}$$

$$i_3(t) = 50\sqrt{2}\cos(\omega t - 23.1^\circ)\text{A}$$

图 4-21 为三个电流的相量图。

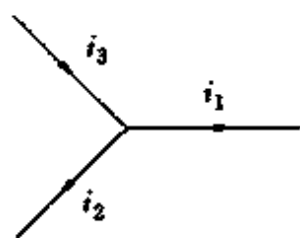


图 4-20 例 4.8

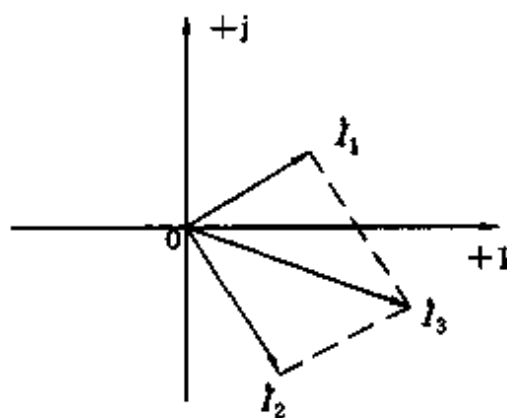


图 4-21 三个电流的相量图

就本例题做如下说明:

1. 运用式(4.26)时,各相量前的正负号仍然根据正弦电流的参考方向确定。

2. 式(4.25)和(4.26)虽然形式相同,但注意式(4.26)表示复数相加,反映在复平面上是矢量求和,应用平行四边形法则,如图 4-21 所示。一般情况下,有效值不满足 KCL,即 $I_3 = I_1 + I_2$ 不成立,除非 i_1 与 i_2 同相。如果 i_1 和 i_2 有效值不变,初相角改变后,它们相加的结果会与原来有很大差别。

以上几点为正弦电压和 KVL 同样适用。

例 4.9 图 4-22(a)所示正弦交流电路中,电压表 V_1 、 V_2 读数分别为 8V 和 6V,均为有效值。求电压表 V_3 的读数。

解: 如果认为 V_3 的读数是 $8+6=14\text{V}$ 就大错特错了,请看下面的分析。

为方便计算把电路重新画在图(b)中,并标出各电压电流。

由于 R 、 L 串联有相同的电流 i ,设其相量为 $\dot{I} = I\angle 0^\circ$, u_1 和 u_2 的相量分别为 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$,由

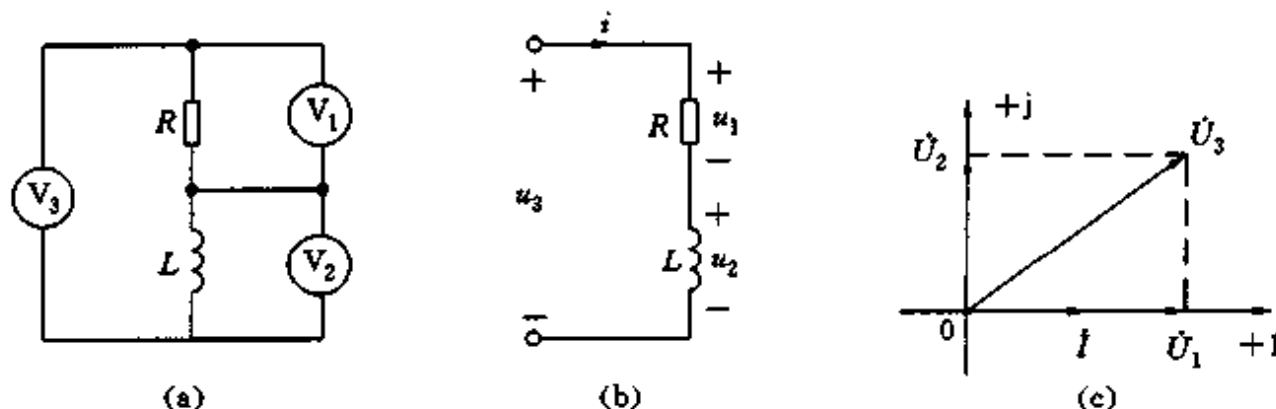


图 4-22 例 4.9

R 和 L 的伏安关系可知

$$\dot{U}_1 = R \dot{I} = U_1 \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L \dot{I} = U_2 \angle 90^\circ$$

由电压表读数可知: $U_1 = 8V$ $U_2 = 6V$

$$\dot{U}_1 = 8 \angle 0^\circ = 8$$

$$\dot{U}_2 = 6 \angle 90^\circ = j6$$

由 KVL $\dot{U}_3 = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 8 + j6 = 10 \angle 36.9^\circ V$

即 $U_3 = 10V$, 电压表 V_3 的读数应为 $10V$ 。可见 V_3 的读数是 $14V$ 的看法是错误的。之所以错误是没有考虑到 u_1 和 u_2 有 90° 的相位差, 不能同时达到最大、最小。 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$ 相量图如图 4-22(c) 所示。

本题也可用平行四边形法则直接由相量图解出。步骤如下:

1. 选参考相量

由于 R 和 L 串联有相同的电流 i , 取其相量 $\dot{I}$ 为参考相量, 设其初相角为 0 , 水平方向画出相量 $\dot{I}$ 。

2. 以 $\dot{I}$ 为参考相量画出 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$ 的相量图

由于 i 和 u_1 、 u_2 为关联参考方向, 电阻两端电压与电流同相, $\dot{U}_1$ 幅角也为 0 , 长度为 8 ; 电感两端电压超前电流 90° , $\dot{U}_2$ 的幅角为 90° , 长度为 6 , 画出 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$ 的相量图。

3. 由平行四边形法则做出 $\dot{U}_3 = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$, 由几何关系得:

$$U_3 = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10V$$

这种方法称为相量图解法, 很多情况下此方法更显简捷和直观。

4.5 阻抗与导纳、相量模型

4.5.1 阻抗与导纳

三种基本元件 R 、 C 和 L 在端口电压和电流取关联参考方向下, 伏安关系的相量形式为

$$\dot{U}_R = R \dot{I}$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}$$

以上三式可统一写作如下形式:

$$\dot{U} = Z \dot{I} \quad (4.28)$$

其中 Z 称为阻抗。阻抗 Z 定义为元件端口电压和电流在关联参考方向下的相量之比,即

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad (4.29)$$

Z 的单位为欧姆(Ω)。

如果 R 、 C 和 L 的阻抗分别用 Z_R 、 Z_C 和 Z_L 表示,则有

$$Z_R = R \quad (4.30)$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} \quad (4.31)$$

$$Z_L = j\omega L \quad (4.32)$$

阻抗 Z 是复数 $\dot{U}$ 和 $\dot{I}$ 之比,也是一个复数,其直角坐标形式写作

$$Z = R + jX \quad (4.33)$$

其中 R 为 Z 的实部称为电阻, X 为 Z 的虚部称为电抗。 Z_R 为实数,虚部(电抗)为 0, $Z = R$ 。 Z_C 和 Z_L 为虚数,实部(电阻)为 0,虚部常用 X_C 和 X_L 表示,分别称为容抗和感抗。 Z_C 和 Z_L 又可表示为

$$Z_C = jX_C \quad (4.34)$$

$$Z_L = jX_L \quad (4.35)$$

其中

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad (4.36)$$

$$X_L = \omega L \quad (4.37)$$

电容和电感又称为电抗元件。

三种基本元件的伏安关系在关联参考方向下又可表示为

$$\dot{I}_R = \frac{1}{R} \dot{U}_R = G \dot{U}_R$$

$$\dot{I}_C = j\omega C \dot{U}$$

$$\dot{I}_L = \frac{1}{j\omega L} \dot{U} = -j \frac{1}{\omega L} \dot{U}$$

以上三式也统一表示为

$$\dot{I} = Y \dot{U} \quad (4.38)$$

其中 Y 称为导纳。导纳定义为元件端口电流和电压在关联参考方向下的相量之比,即

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} \quad (4.39)$$

Y 的单位为西门子(S)。如果 R 、 C 和 L 的导纳分别用 Y_R 、 Y_C 和 Y_L 表示,则有

$$Y_R = \frac{1}{R} = G \quad (4.40)$$

$$Y_C = j\omega C \quad (4.41)$$

$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -j \frac{1}{\omega L}$$

导纳 Y 的直角坐标形式表示为

$$Y = G + jB \quad (4.43)$$

其中 G 为 Y 的实部称为电导, B 为 Y 的虚部称为电纳。 Y_R 为实数, 虚部为 0, $Y_R = G$ 。 Y_C 和 Y_L 为虚数, 实部为 0, 虚部常用 B_C 和 B_L 表示分别称为容纳和感纳。 Y_C 和 Y_L 又可表示为

$$Y_C = jB_C \quad (4.44)$$

$$Y_L = jB_L \quad (4.45)$$

其中

$$B_C = \omega C \quad (4.46)$$

$$B_L = -\frac{1}{\omega L} \quad (4.47)$$

由于阻抗 Z 是复数, 因此 Z 又被称为复阻抗 (Y 又被称为复导纳)。

4.5.2 相量模型

4.5.2.1 相量模型

总结上述内容可得出, 在正弦交流电路中三种基本元件的伏安特性可统一表示为欧姆定律的相量形式:

$$\dot{U} = Z \dot{I} \quad \text{或} \quad \dot{I} = Y \dot{U}$$

各电压电流的相量满足基尔霍夫定律的相量形式:

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0 \quad \text{和} \quad \sum_{k=1}^n \dot{U}_k = 0$$

以上四式与第 1 章给出的欧姆定律和基尔霍夫定律的形式完全相同。因此只要把正弦交流电路中各电压、电流用其相量表示, 各元件用其阻抗或导纳表示, 第 1、2 两章计算电路的公式和方法都可以用来计算分析正弦交流电路。这种用电压和电流的相量和元件的阻抗或导纳表示的电路称为原正弦交流电路的相量模型。分析正弦交流电路时首先建立电路的相量模型, 然后应用前两章讲述的方法对相量模型进行分析计算, 得出待求变量的相量, 最后由求得的相量写出相应变量的正弦表达式。举例如下。

4.5.2.2 例题

例 4.10 已知图 4-23(a) 所示电路中 $R=2\Omega$ 、 $L=2H$ 、 $C=0.25F$, 求当 $u_s=10\sqrt{2}\cos tV$ 时的 i 、 u_R 、 u_L 和 u_C 。

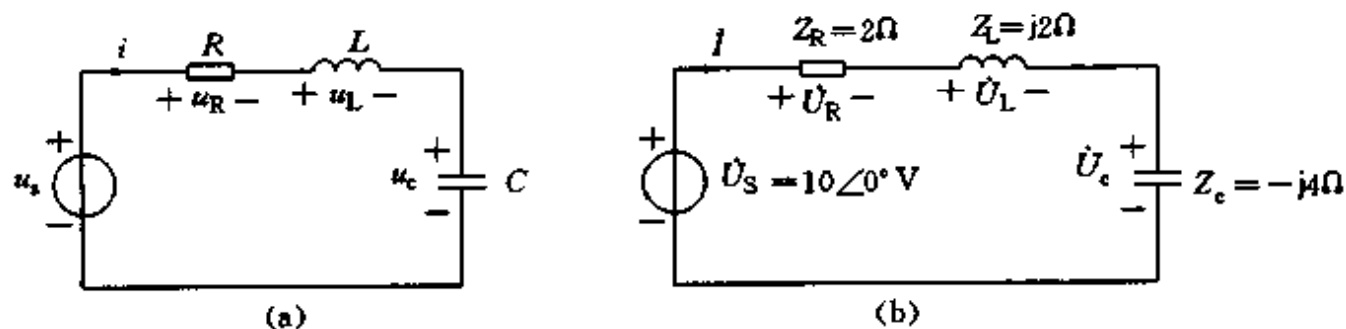


图 4-23 例 4.10

解: (1) 做相量模型

$$\dot{U}_s = 10\angle 0^\circ V$$

$$Z_R = R = 2\Omega$$

$$Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{1 \times 0.25} = -j4\Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j1 \times 2 = j2\Omega$$

相量模型如图 4-23(b)所示。

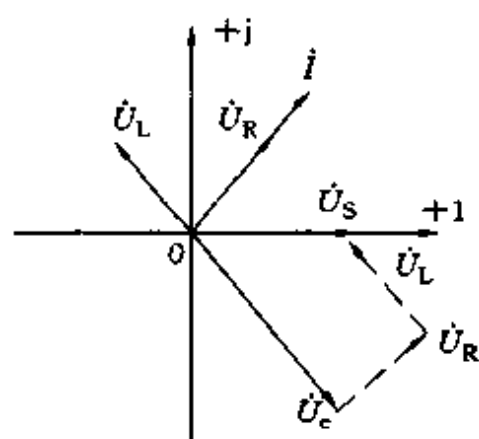


图 4-24 例 4.10 相量图

(2) 对相量模型进行计算

由 KVL

$$\dot{U}_s = Z_R \dot{I} + Z_L \dot{I} + Z_C \dot{I} = (Z_R + Z_L + Z_C) \dot{I} = Z \dot{I}$$

其中 Z 称为 R, L, C 串联电路的等效阻抗。

$$\begin{aligned} Z &= Z_R + Z_L + Z_C = 2 + j2 + (-j4) \\ &= 2 - j2 = 2\sqrt{2} \angle -45^\circ \Omega \end{aligned}$$

得:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z} = \frac{10 \angle 0^\circ}{2\sqrt{2} \angle -45^\circ} = 2.5 \sqrt{2} \angle 45^\circ = 3.53 \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_R = Z_R \dot{I} = 2 \times 3.53 \angle 45^\circ = 7.06 \angle 45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_L = Z_L \dot{I} = j2 \times 3.53 \angle 45^\circ = 7.06 \angle 135^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = Z_C \dot{I} = -j4 \times 3.53 \angle 45^\circ = 14.1 \angle -45^\circ \text{ V}$$

③ 写出各量正弦表达式

$$i(t) = 3.53 \sqrt{2} \cos(t + 45^\circ) \text{ A}$$

$$u_R(t) = 7.06 \sqrt{2} \cos(t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$u_L(t) = 7.06 \sqrt{2} \cos(t + 135^\circ) \text{ V}$$

$$u_C(t) = 14.1 \sqrt{2} \cos(t - 45^\circ) \text{ V}$$

各电压电流相量图分别绘于图 4-24 中。

本例中引入了 R, L, C 串联电路的等效阻抗 Z , 且 $Z = Z_R + Z_L + Z_C$ 。由此可推广到由 n 个元件串联电路的等效阻抗 Z 等于各元件阻抗之和。即

$$Z = Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n \quad (4.48)$$

例 4.11 图 4-25(a)所示电路中 $R=1\Omega, L=2\text{mH}, C=500\mu\text{F}, i_s(t)=3\sqrt{2}\cos 2000t \text{ mA}$, 求 $u(t)$ 。

解: (1) 做相量模型

$$Y_R = \frac{1}{R} = G = 1\text{ S}$$

$$Y_C = j\omega C = j2000 \times 500 \times 10^{-6} = j\text{ S}$$

$$Y_L = -j \frac{1}{\omega L} = -j \frac{1}{2000 \times 2 \times 10^{-3}} = -j \frac{1}{4} \text{ S}$$

相量模型如图 4-25(b)所示。

(2) 对相量模型进行计算

由 KCL

$$\dot{I}_s = \dot{I}_R + \dot{I}_C + \dot{I}_L = Y_R \dot{U} + Y_C \dot{U} + Y_L \dot{U} = (Y_R + Y_C + Y_L) \dot{U} = Y \dot{U}$$

其中 Y 称为 R, C, L 并联电路的等效导纳。

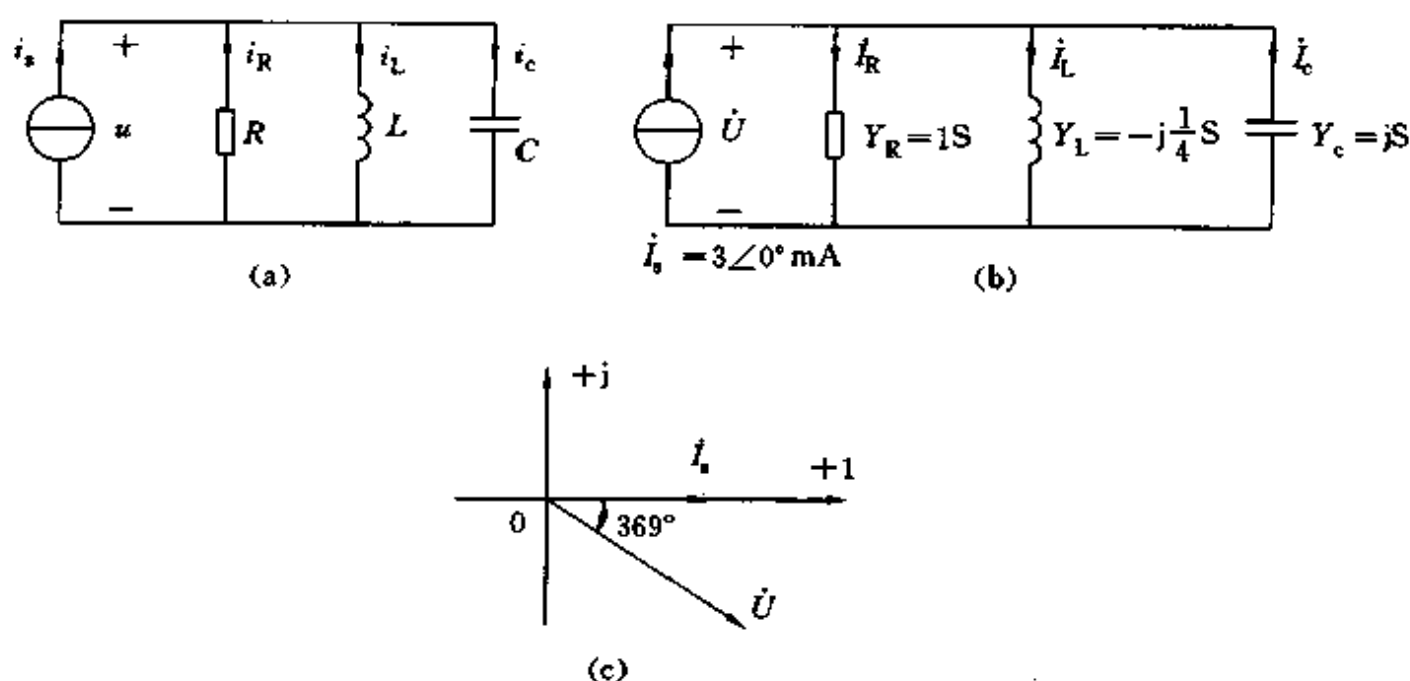


图 4-25 例 4.11

$$\begin{aligned}
 Y &= Y_R + Y_C + Y_L = 1 + j - j\frac{1}{4} \\
 &= 1 + j\frac{3}{4} = \frac{5}{4} \angle 36.9^\circ = 1.25 \angle 36.9^\circ \text{ S} \\
 \dot{U} &= \frac{\dot{I}_s}{Y} = \frac{3 \angle 0^\circ}{1.25 \angle 36.9^\circ} = 2.4 \angle -36.9^\circ \text{ mV}
 \end{aligned}$$

(1) 写出 u 的正弦表达式

$$u(t) = 2.4 \sqrt{2} \cos(2000t - 36.9^\circ) \text{ mV}$$

画出 i_s 和 u 的相量图如图 4-25(c) 所示。

本例中引入了 R 、 C 、 L 并联电路的等效导纳 Y ，且 $Y = Y_R + Y_C + Y_L$ 。由此可推广到 n 个元件并联电路的等效导纳 Y 等于各元件导纳之和。即

$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n \quad (4.49)$$

4.5.3 无源单口网络的阻抗和导纳

4.5.3.1 等效阻抗和等效导纳

上面两个例题引入了 R 、 L 、 C 串联电路和并联电路的等效阻抗和导纳。其定义可推广为任一无源二端网络端口上电压和电流相量之比或端口电流和电压相量之比，称为无源二端网络的等效阻抗和等效导纳。

图 4-26 中的 N 为正弦交流电路中一个无源二端网络，其等效阻抗和等效导纳为

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}, \quad Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}}$$

其中 $\dot{U}$ 和 $\dot{I}$ 分别为端口的电压和电流的相量，且取关联参考方向。 Z 和 Y 又称为无源网络 N 的输入阻抗和输入导纳。

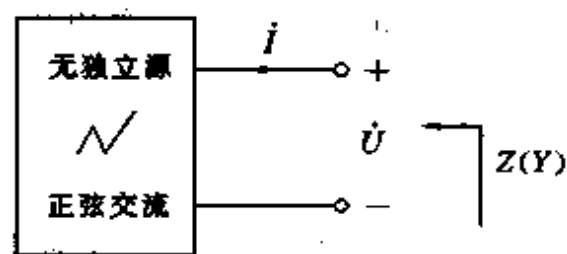


图 4-26 无源二端网络

4.5.3.2 阻抗与导纳的极坐标形式

阻抗 Z 是复数,可用极坐标形式表示为

$$Z = |Z| \angle \varphi_z$$

其中 $|Z|$ 为阻抗的模, φ_z 是阻抗的幅角,称为阻抗角。由

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle \theta_u}{I \angle \theta_i} = \frac{U}{I} \angle \theta_u - \theta_i$$

可知阻抗模等于端口电压和电流有效值之比,阻抗角则为电压超前电流的角度。

同理,导纳 Y 的极坐标形式为

$$Y = |Y| \angle \varphi_Y$$

其中导纳的模是端口电流和电压有效值之比,而导纳角为电流超前电压的角度。

显然有

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$|Y| = \frac{1}{|Z|}$$

$$\varphi_Y = -\varphi_Z$$

因此例 4.10 中各量也可以将模和幅角分开计算,由

$$Z = 2\sqrt{2} \angle -45^\circ \Omega$$

得:

$$I = \frac{U_s}{|Z|} = \frac{10}{2\sqrt{2}} = 3.53 \text{ A}$$

$$\theta_i = \theta_u - \varphi_z = 0^\circ - (-45^\circ) = 45^\circ$$

$$i(t) = 3.53 \sqrt{2} \cos(t + 45^\circ) \text{ A}$$

4.5.3.3 阻抗与导纳的直角坐标形式

(1) 若已知一无源二端网络的等效阻抗 $Z = R + jX$,就给出了该网络的一个由两个元件串联构成的等效电路,这两个元件,一个是电阻值为 R 的电阻,另一个是电抗元件,其电抗为 X 。当 $X > 0$ 时,电抗元件是一个电感,其感抗 $X_L = \omega L = X$ 。当 $X < 0$ 时,电抗元件是一个电容,其容抗 $X_C = -\frac{1}{\omega C} = X$ 。当 $X > 0$ 时称二端网络为电感性网络,其阻抗角 $\varphi_z > 0$,端口上电压超前电流。

当 $X < 0$ 时称该单口网络为电容性网络,其阻抗角 $\varphi_z < 0$,电压落后电流。

(2) 若已知一无源二端网络的等效导纳 Y ,就给出了一个由两个元件并联构成的等效电路。这两个元件一个是电导等于 G 的电阻,另一个是电纳等于 B 的电容或电感。当 $B > 0$ 时为电容,其容纳 $B_C = \omega C = B$;当 $B < 0$ 时为电感,其感纳为 $B_L = -\frac{1}{\omega L} = B$ 。当 $B > 0$ 时网络为电容性网络,导纳角 $\varphi_Y > 0$,端口电流超前电压,当 $B < 0$ 时网络称为电感性网络, $\varphi_Y < 0$ 电流滞后电压。

(3) 若一单口网络等效阻抗或导纳为一实数,虚部为 0 ($Z = R$ 或 $Y = G$),则等效为一个电阻,其阻值等于网络的阻抗。这一单口网络称为电阻性网络,端口电压与电流同相。

(4) 同一网络, 信号频率不同, 网络性质可能不同, 等效电路也不相同。

(5) 同一二端网络, 同一频率下, 串联形式和并联形式的两种等效电路中, 电抗元件是同一性质的元件(或同是电感或同是电容)。一般情况, 两种形式下电阻的数值是不相同的, 电抗元件的数值也是不相同的。把图 4-23 所示 R, L, C 串联网络在 $\omega=1\text{rad/s}$ 和 $\omega=2\text{rad/s}$ 时的等效电路绘于图 4-27 中, 便于比较和理解。

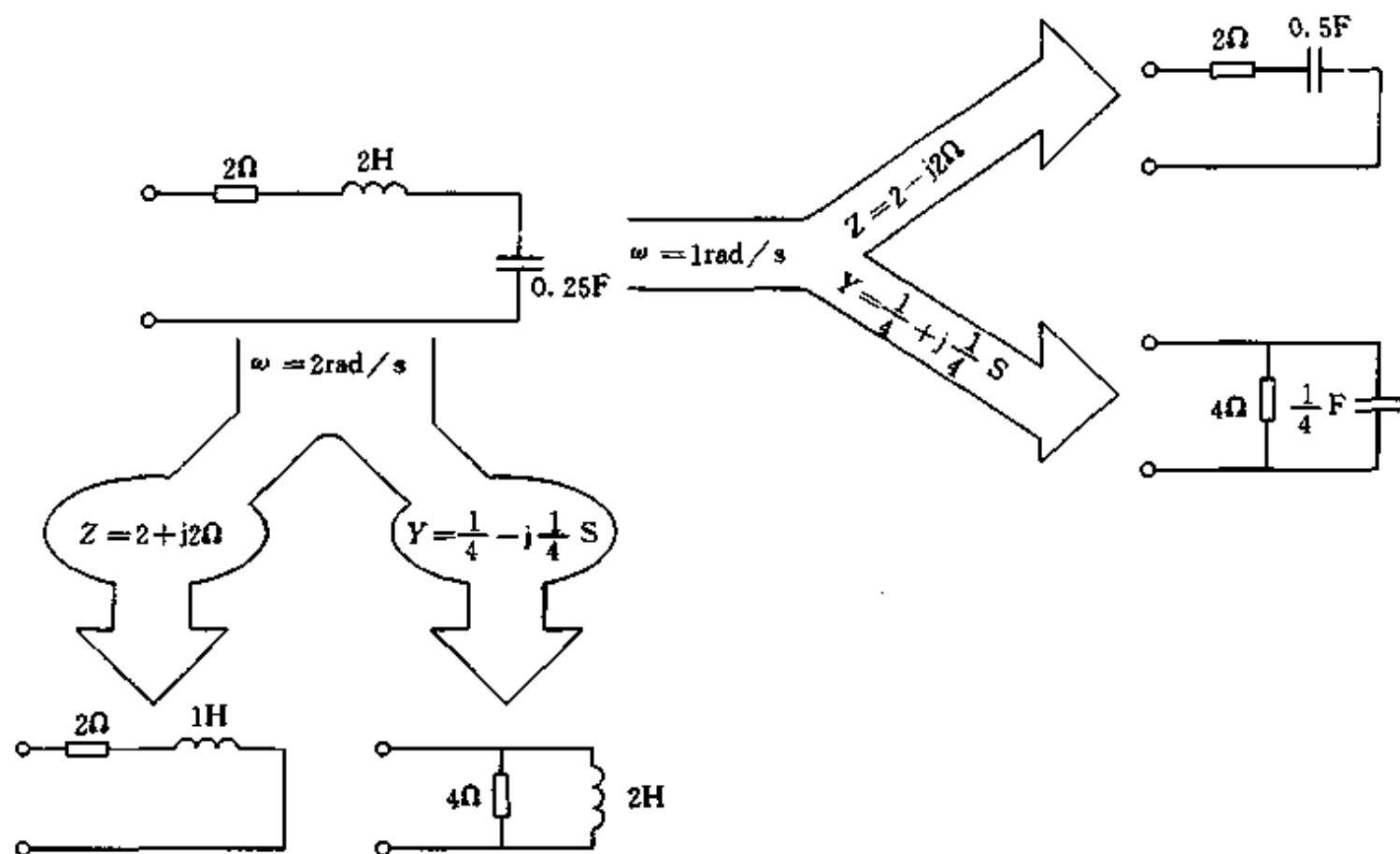


图 4-27 图 4-23 的等效电路

4.6 正弦交流电路的计算

用相量分析计算正弦交流电路的方法称为相量法。本节将进一步举例说明相量法的应用。

4.6.1 元件(阻抗)混联电路的计算

例 4.12 电路如图 4-28 (a) 所示, $u_s(t) = 10\sqrt{2}\cos 10^4 t \text{ V}$, 求 $i(t)$, $i_L(t)$ 和 $i_C(t)$ 。

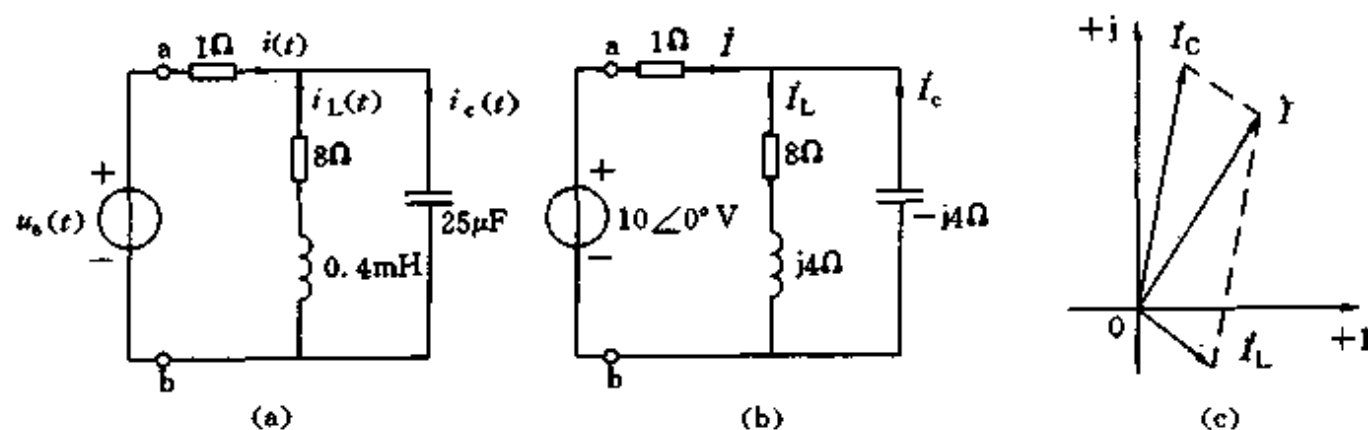


图 4-28 例 4.12

解: (1) 作相量模型

$$\dot{U}_s = 10\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$Z_L = j\omega L = j10^4 \times 0.4 \times 10^{-3} = j4\Omega$$

$$Z_c = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10^4 \times 25 \times 10^{-6}} = -j4\Omega$$

相量模型如图 4-28(b)所示。

(2) 相量计算

$$Z_{ab} = \frac{(8 + j4)(-j4)}{8 + j4 - j4} + 1 = 3 - j4 = 5\angle -53.1^\circ\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_{ab}} = \frac{10\angle 0^\circ}{5\angle -53.1^\circ} = 2\angle 53.1^\circ\text{A}$$

由分流公式得

$$\dot{I}_L = \frac{-j4}{8 + j4 - j4} \times 2\angle 53.1^\circ = 1\angle -36.9^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{8 + j4}{8 + j4 - j4} \times 2\angle 53.1^\circ = 2.24\angle 79.7^\circ\text{A}$$

(3) 写出正弦表达式

$$i(t) = 2\sqrt{2}\cos(10^4t + 53.1^\circ)\text{A}$$

$$i_L(t) = \sqrt{2}\cos(10^4t - 36.9^\circ)\text{A}$$

$$i_C(t) = 2.24\sqrt{2}\cos(10^4t + 79.7^\circ)\text{A}$$

三个电流的相量图绘于图 4-28(c)中。

4.6.2 网孔法和节点法

用网孔法和节点法解正弦交流电路,首先按第 2 章所讲述的方法和规律对其相量模型列网孔方程或节点方程。注意方程中的电压、电流均为相量,而电阻和电导代之以阻抗和导纳,然后对所列方程求解,得出待求的未知量。举例如下。

例 4.13 已知图 4-29(a)电路中 $u_s(t) = 2\sqrt{2}\cos 1000t\text{ V}$, $i_s(t) = \sqrt{2}\cos 1000t\text{ mA}$, $\beta = 1$, 求 i_L 和 u_C 。

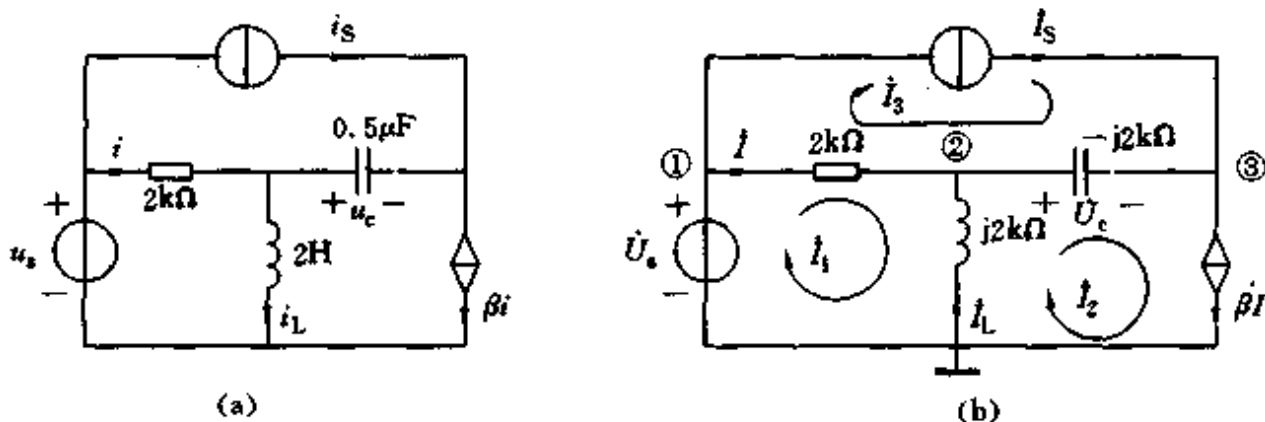


图 4-29 例 4.13

解: 首先作相量模型

$$\dot{U}_s = 2\angle 0^\circ\text{V}$$

$$\dot{I}_s = 1\angle 0^\circ\text{mA}$$

$$Z_c = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10^3 \times 0.5 \times 10^{-6}} = -j2\text{k}\Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j10^3 \times 2 = j2\text{k}\Omega$$

相量模型如图 4-29(b)所示。

用节点法：

(1) 列节点方程

相量模型中标出节点号，列方程。

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{U}_s = 2\angle 0^\circ \\ -\frac{1}{2}\dot{U}_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{j2} + \frac{1}{-j2}\right)\dot{U}_2 - \frac{1}{-j2}\dot{U}_3 &= 0 \\ -\frac{1}{-j2}\dot{U}_2 + \frac{1}{-j2}\dot{U}_3 &= \dot{I}_s - \beta \dot{I} \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2}{2}\end{aligned}$$

方程中，阻抗单位为 $k\Omega$ ，电流单位为 mA ，电压单位为 V 。

(2) 解方程

解得 $\dot{U}_1 = 2V$

$$\begin{aligned}\dot{U}_2 &= j2V \\ \dot{U}_3 &= 2 + j2V \\ \dot{I}_L &= \frac{\dot{U}_2}{j2} = 1mA \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = -2V\end{aligned}$$

(3) 写出正弦表达式

$$\begin{aligned}i_L(t) &= \sqrt{2} \cos 1000t mA \\ u_c(t) &= -2\sqrt{2} \cos 1000t = 2\sqrt{2} \cos(1000t + 180^\circ) V\end{aligned}$$

若用网孔法：

规定网孔电流及方向如图 4-29(b)所示。列网孔方程为

$$\begin{aligned}(2 + j2)\dot{I}_1 - j2\dot{I}_2 - 2\dot{I}_3 &= \dot{U}_s \\ \dot{I}_2 &= \beta \dot{I} \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_s = 1\angle 0^\circ \\ \dot{I} &= \dot{I}_1 - \dot{I}_3\end{aligned}$$

方程中阻抗单位为 $k\Omega$ ，电流单位为 mA ，电压单位为 V 。

4.6.3 戴维南定理

例 4.14 用戴维南定理求例 4.12 中的 i_c 。

解：电路及其相量模型如图 4-28(a)(b)所示。要求流过电容的电流 i_c ，首先把电容从电路中移开，移走电容后所余电路为一单口网络，其相量模型如图 4-30(a)所示。

(1) 求图 4-30(a)所示相量模型的戴维南等效电路。

①求开路电压 $\dot{U}_\infty$

从图中可知

$$\dot{U}_\infty = \frac{8 + j4}{1 + 8 + j4} \times 10\angle 0^\circ = 9.1\angle 26.1^\circ V$$

②求输出阻抗

把电压源用短路线代替后的相量模型如图 4-30(b)所示,从图中可看到输出阻抗 Z_o 为

$$Z_o = \frac{1 \times (8 + j4)}{1 + 8 + j4} = 0.91 \angle 26.1^\circ \Omega$$

③作出相量模型的戴维南等效电路如图 4-30(c)所示。

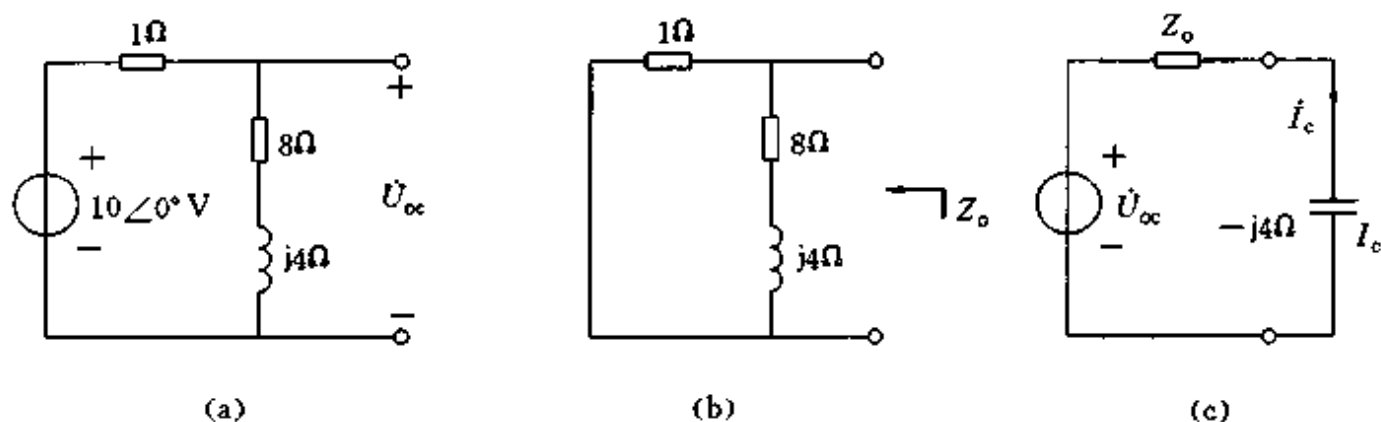


图 4-30 例 4.14

(2) 把用 Z_c 表示的电容接入相量模型的戴维南等效电路,如图 4-30(c)所示。得

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_\infty}{Z_o + Z_c} = \frac{9.1 \angle 2.61^\circ}{0.91 \angle 2.61^\circ - j4} = 2.24 \angle 79.7^\circ \text{ A}$$

(3) 写出正弦表达式

$$i_c(t) = 2.24 \sqrt{2} \cos(10^4 t + 79.7^\circ) \text{ A}$$

本例说明,求相量模型的戴维南等效电路的关键还是求开路电压 $\dot{U}_\infty$ 和输出阻抗 Z_o 。求 $\dot{U}_\infty$ 和 Z_o 时仍沿用第 2 章讲述的计算方法,只是把这些方法运用于相量模型罢了。

4.6.4 叠加定理

例 4.15 图 4-31(a)所示电路中 $u_s(t) = 20 \sqrt{2} \cos 1000t \text{ V}$, $i_s(t) = 8 \sqrt{2} \cos(1000t + 90^\circ) \text{ A}$,用叠加定理求流过电感的电流 i_L 。

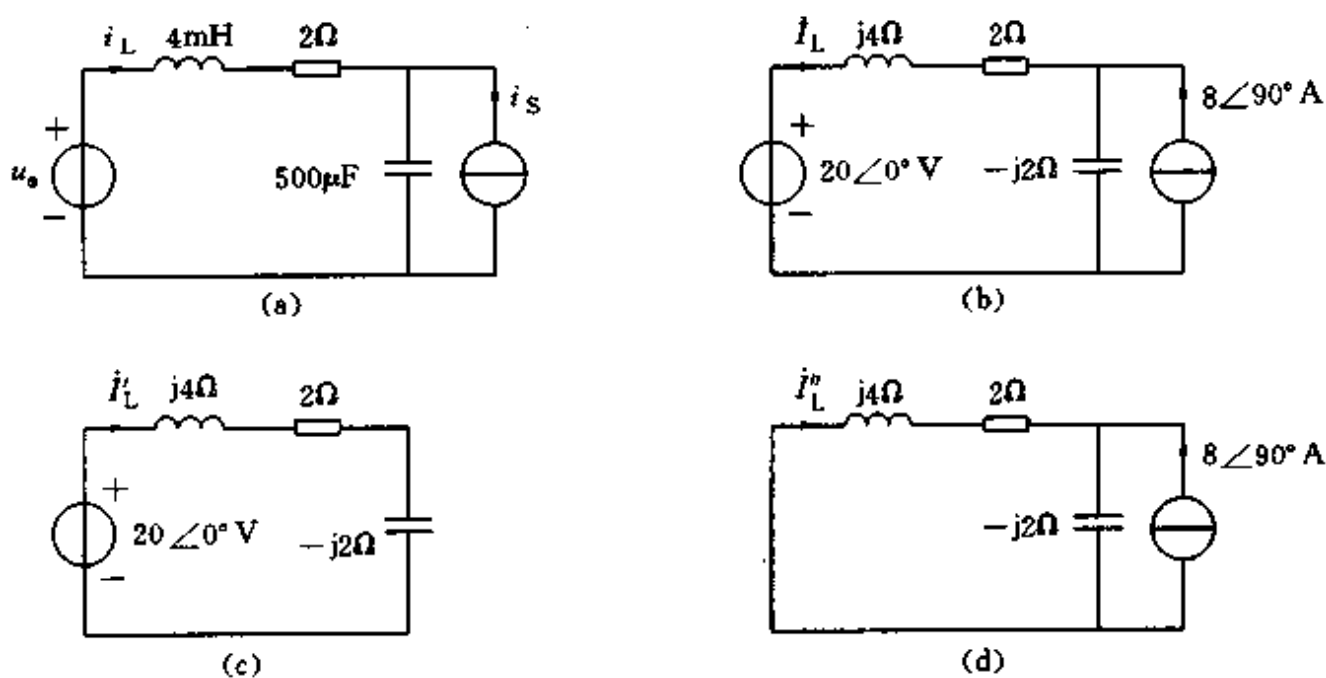


图 4-31 例 4.15

解: (1) 作电路的相量模型

$$\dot{U}_s = 20 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_s = 8\angle 90^\circ = j8\text{A}$$

$$Z_c = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{10^3 \times 500 \times 10^{-6}} = -j2\Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j10^3 \times 4 \times 10^{-3} = j4\Omega$$

$$Z_R = 2\Omega$$

相量模型如图 4-31(b)所示。

(2) 对相量模型用叠加定理

① $\dot{U}_s$ 单独作用 $\dot{I}_s$ 用开路代替,如图 4-31(c)所示。由图可知

$$\dot{I}_L = \frac{20\angle 0^\circ}{2 + j4 - j2} = \frac{20\angle 0^\circ}{2 + j2} = 5 - j5\text{A}$$

② $\dot{I}_s$ 单独作用 $\dot{U}_s$ 用短路线代替,如图 4-31(d)所示。由图有

$$\dot{I}_L = -\frac{-j2}{2 + j4 - j2} \times j8 = \frac{-16}{2 + j2} = -4 + j4\text{A}$$

③ 叠加

$$\dot{I}_L = \dot{I}_L + \dot{I}_L = 5 - j5 + (-4 + j4) = 1 - j = \sqrt{2}\angle -45^\circ\text{A}$$

(3) 正弦表达式

$$i_L(t) = 2\cos(1000t - 45^\circ)\text{A}$$

叠加定理应用于相量模型时,仍按第 2 章叠加定理的规定进行计算。

注意本例中两个独立源频率是相同的。如果独立源频率不相同,各独立源单独作用时, L 和 C 的阻抗就不同,电路的相量模型也不同。同一元件的电压或电流在不同频率下得到的相量不能相加,只能由不同频率下得出的相量写出对应频率的正弦表达式才能相加。不同频率的正弦量叠加后已不再是正弦量。

4.6.5 电源模型的等效变换

在正弦交流电路的相量模型中,也可做两种电源模型的等效变换,变换仍按第 2 章讲述的法则进行。

例 4.16 化简图 4-32(a)所示的相量模型

解:化简过程和结果如图 4-32(b)(c)(d)(e)所示。

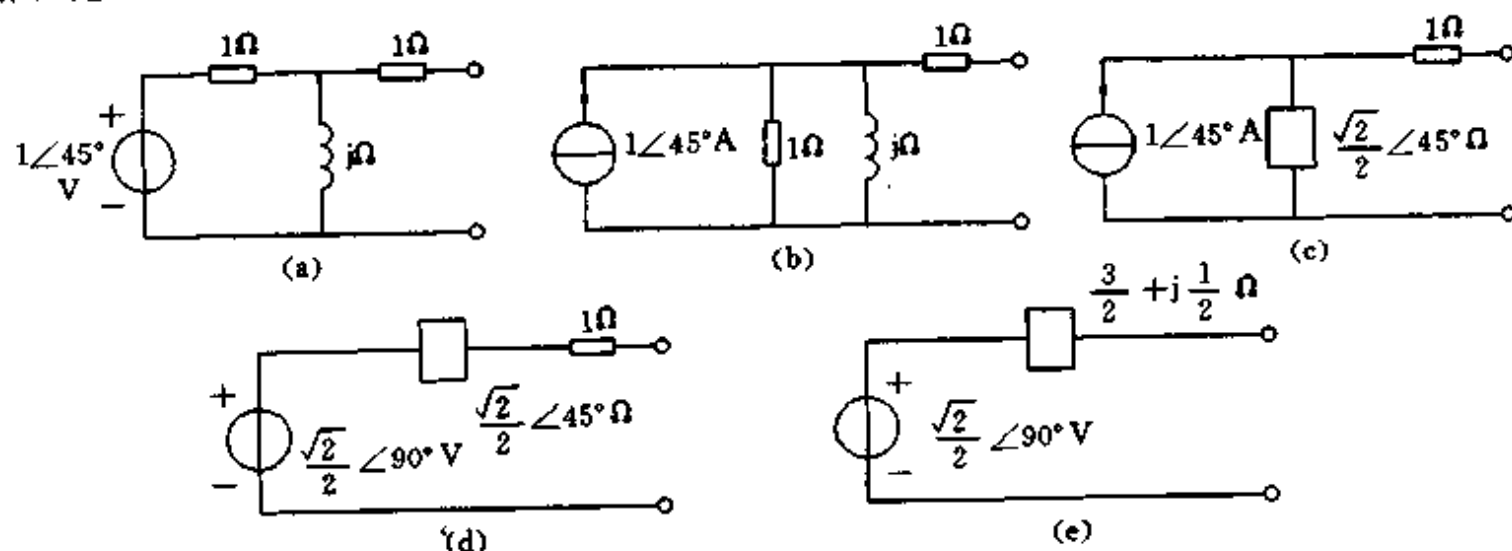


图 4-32 例 4.16

例 4.17 图 4-33(a)所示单口网络中 α 为常数,求网络的输入阻抗 Z_i

解: (1) 把图(a)电路作等效变换,如图(b)、(c)所示。注意 Z_L 与受控电流源串联为多余元

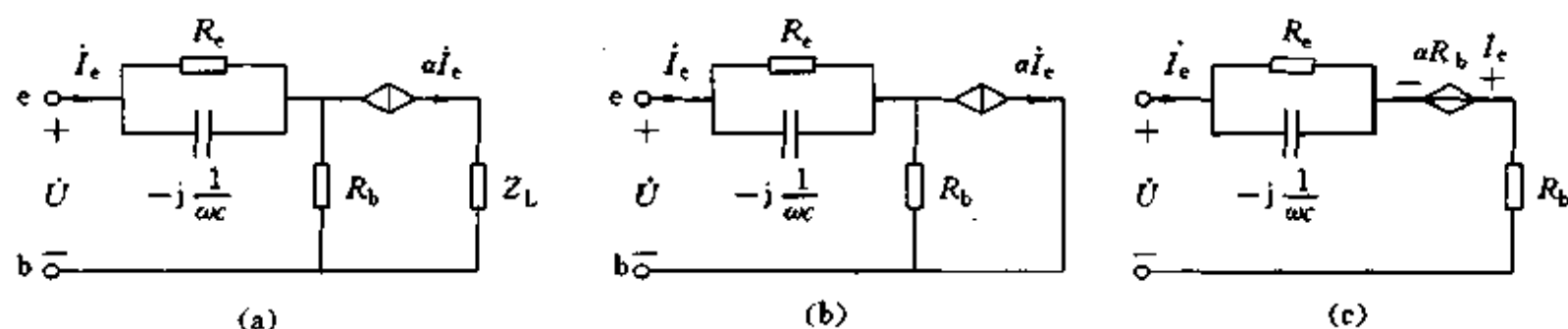


图 4-33 例 4.17

件。

(2) 写出网络的伏安关系

$$\dot{U} = \frac{-j\frac{1}{\omega C} \times R_e}{R_e - j\frac{1}{\omega C}} \dot{I}_e + R_b \dot{I}_e - \alpha R_b \dot{I}_e = \dot{I}_e \left[\frac{-j\frac{R_e}{\omega C}}{R_e - j\frac{1}{\omega C}} + (1 - \alpha)R_b \right]$$

得

$$Z_i = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_e} = \frac{R_e}{1 + j\omega C R_e} + (1 - \alpha)R_b$$

〈操作与应用〉 元件的交流特性与参数测量

[目的]

1. 研究电阻、电感和电容在正弦交流电路中的特性。
2. 研究正弦交流电路中,电阻、电感和电容并联时各电流间关系。
3. 学习交流电路元件参数的测量。

[内容]

参考电路如图 4-34 所示,信号发生器调至 $f=10\text{kHz}$, $U=4\text{V}$ 。用电子电压表测 B 点电位 U_B ,分别得到 i_R 、 i_L 、 i_C 和 R 、 L 、 C 全部接入电路时的 i 。改变频率 $f=15\text{kHz}$,仍有 $U=4\text{V}$,重新测量各电流。

1. 由测量结果和计算结果说明各元件电压和电流关系;说明 i_R 、 i_L 、 i_C 和 i 的关系并画相量图。

2. 用测量结果求出各元件实际参数值。

3. 用交流电桥或数字 LCR 测量仪测量各元件参数值与以上结果比较。

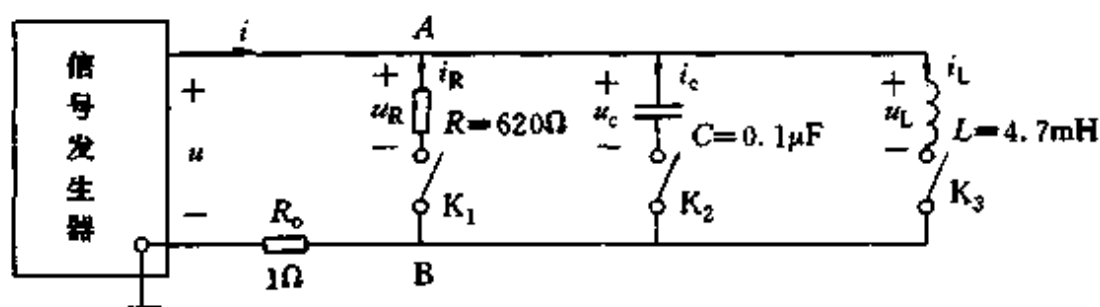


图 4-34 元件交流特性测试电路

[说明]

在正弦交流电路中三种基本元件 R 、 L 和 C 的参数值可由下式决定:

$$R = \frac{U}{I}; \quad C = \frac{I}{\omega U} = \frac{I}{2\pi f U}; \quad L = \frac{U}{\omega I} = \frac{U}{2\pi f I}$$

其中 U 和 I 分别为元件的电压和电流的有效值, 测量电路如图 4-35 所示。(a) 图电路适于电压表内阻比元件阻抗大得多的情况。(b) 图适于电流表内阻远小于元件阻抗的情况。其中 U_s 为信号源, R 为限流电阻。由于一般交流电流表只能工作在低频范围(一般不高于 1kHz)。电流常用间接法测量, 如图 4-34 中 $R_0=1\Omega$, 故 U_B 与 I 的数值相等, 而 $U_A \approx U$ 。

以上元件参数的计算公式, 未考虑元件的损耗, 而很多情况下, 实际电感线圈的损耗电阻是不能忽略的, 电感线圈应用图 4-36 所示的 $R-L$ 串联模型来表示, 其中 r 为电感线圈的等效损耗电阻。电感线圈的阻抗为 $Z=r+j\omega L$, $|Z|=\sqrt{r^2+\omega^2 L^2}$ 。故电感量 L 计算公式应为 $L=\frac{\sqrt{|Z|^2-r^2}}{2\pi f}$, 其中 $|Z|=\frac{U}{I}$ 。

当频率较低时交流等效损耗电阻 r 与线圈的直流电阻基本相同, 所以 r 可通过测线圈的直流电阻得到。

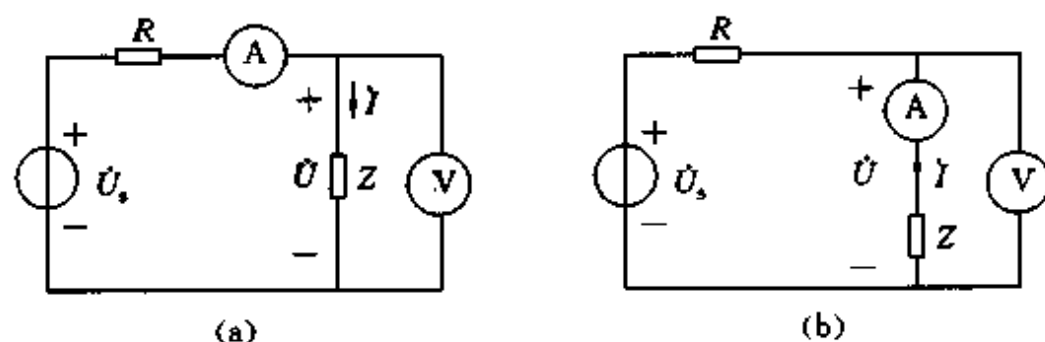


图 4-35 伏安法测试交流参数

[思考题]

1. 说明测出的 I_L 值可能与由 $I_L=\frac{U}{\omega L}$ 计算出的值相差较大的原因。
2. 图 4-37 是用三电压表法测量电感的电路, 若 r_x 为电感的直流电阻, 如何由三个电压表读数 U_1 、 U_2 、 U 和 r_x 、 R 计算出 L_x , 画出相量图。可进行测量练习, 测量时信号频率可用 1kHz。

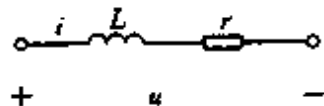


图 4-36 实际电感线圈的模型

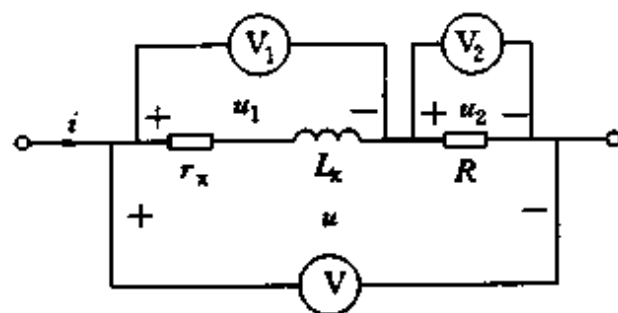


图 4-37 三电压表法测电感

4.7 正弦交流电路的功率

4.7.1 RLC 三种基本元件的功率

4.7.1.1 电阻元件

电阻 R 在图 4-38(a) 所示的关联参考方向下, 有

$$p = ui$$

设在交流电路中电阻 R 两端的电压和电流为

$$u = U_m \cos(\omega t + \theta_u); \quad i = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

则功率 p 为:

$$p = ui = U_m \cos(\omega t + \theta_u) I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

由于 $\theta_u = \theta_i$

$$\begin{aligned} p &= U_m I_m \cos^2(\omega t + \theta_u) \\ &= \frac{1}{2} U_m I_m [1 + \cos(2\omega t + 2\theta_u)] \\ &= UI [1 + \cos(2\omega t + 2\theta_u)] \end{aligned} \quad (4.50)$$

功率的波形如图 4-38(b) 所示。式 (4.50) 表示的功率 p 称为瞬时功率(用小字母 p 表示), 它表示任一时刻 t 电阻 R 吸收的功率, 瞬时功率包含一常数项和一正弦项, 后者角频率为 2ω 。正弦交流电路中电阻吸收的功率是随时间变化的, 虽有时为 0, 但不出现负值。

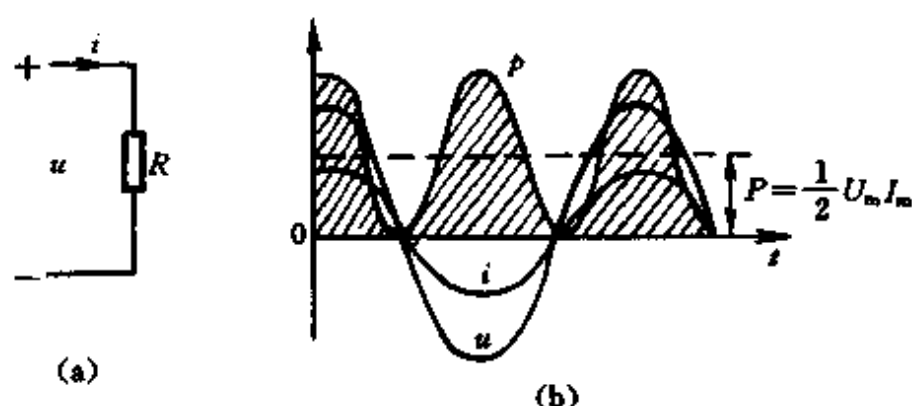


图 4-38 电阻及其功率波形

瞬时功率在一个周期内的平均值称为平均功率, 记为 P

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

把式 (4.50) 代入上式得:

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m = UI \quad (4.51)$$

式 (4.51) 表示的结果也可由波形图得出。

在交流电路中, 通常所说功率, 均指平均功率而言。平均功率又称为有功功率。

由电阻元件电压和电流有效值之间的关系 $U=RI$ 还可得出

$$P = I^2 R \quad (4.52)$$

或

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (4.53)$$

4.7.1.2 电感元件

电感元件 L 在图 4-39(a) 所示关联参考方向下有

$$p = ui$$

设正弦交流电路中, 电感两端电压 u 和电流 i 分别为

$$u = U_m \cos \omega t$$

$$i = I_m \cos(\omega t - 90^\circ)$$

则电感 L 的瞬时功率 p 为

$$\begin{aligned} p &= U_m I_m \cos \omega t \sin \omega t = \frac{1}{2} U_m I_m \sin 2\omega t \\ &= UI \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (4.54)$$

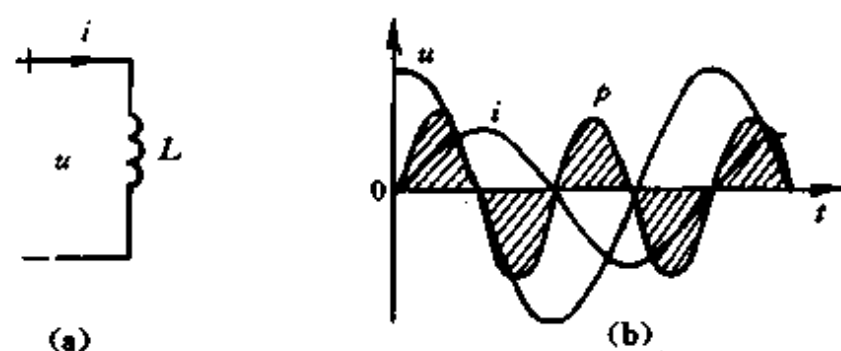


图 4-39 电感及其功率波形

功率的波形图如图 4-39(b) 所示。由波形图和式(4.54)看出电感的瞬时功率 p 以 2ω 的角频率在横轴上下波动, 平均值为 0, 即平均功率 P 为 0。

从图中还可看出, p 为正的 $1/4$ 周期内, 电流 i 的绝对值加大, 电感的储能增加, 能量流入电感; p 为负的 $1/4$ 周期内, 电流 i 的绝对值减小, 电感的储能减少, 能量由电感流出重新返回电源。虽然平均功率为 0, 但电感在不断地与电源交换能量。我们用瞬时功率的最大值 UI 表示电感与电源交换能量的规模, 称为无功功率, 用 Q_L 表示

$$Q_L = UI \quad (4.55)$$

无功功率 Q_L 只表示电感与外部能量的交换, 而不是电感实际做功的功率, 其单位也与功率单位加以区别, 其单位为乏(var)。电感不断与外部交换能量, 把 $i = I_m \sin \omega t$ 代入 $w_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$ 可得到正弦交流电路中电感 L 的瞬时储能为

$$w_L(t) = \frac{1}{2} LI^2 (1 - \cos 2\omega t)$$

其平均值为电感的平均储能 W_L , 由上式可得

$$w_L = \frac{1}{2} LI^2 \quad (4.56)$$

4.7.1.3 电容

电容元件 C 在图 4-40 所示的关联参考方向下有

$$p = ui$$

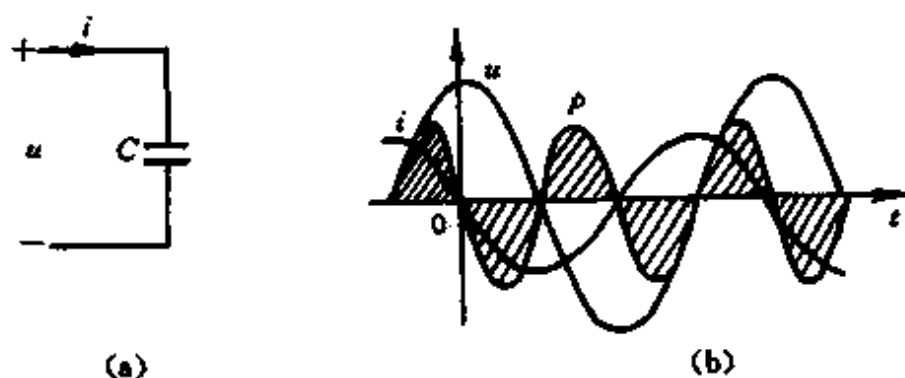


图 4-40 电容及其功率波形

设正弦交流电路中, 电容两端电压 u 和电流 i 分别为

$$u = U_m \cos \omega t$$

$$i = I_m \cos(\omega t + 90^\circ)$$

则电容的瞬时功率为

$$\begin{aligned}
 p &= U_m \cos \omega t I_m \cos(\omega t + 90^\circ) \\
 &= -U_m I_m \cos \omega t \sin \omega t \\
 &= -\frac{1}{2} U_m I_m \sin 2\omega t \\
 &= -UI \sin 2\omega t
 \end{aligned} \tag{4.57}$$

瞬时功率的波形如图 4-40(b) 所示。由波形图和式 (4.57) 可看出, 电容元件瞬时功率的平均值为 0, 即平均功率 $P=0$ 。

从波形图还可看出, p 为正的 $1/4$ 周期内, 电压 u 的绝对值加大, 电容的储能增加, 能量流入电容; p 为负的 $1/4$ 周期内, 电压 u 的绝对值减小, 电容的储能减少, 能量从电容流出重新返回电源。虽然平均功率 P 为 0, 但电容在不断地与电源交换能量。为了表示电容与电源交换能量的规模, 定义电容的无功功率为 Q_c 。

$$Q_c = -UI \tag{4.58}$$

把 $u = U_m \cos \omega t$ 代入 $w_c(t) = \frac{1}{2} CU^2(t)$ 可得到正弦交流电路中电容 C 的瞬时储能为 $w_c(t) = \frac{1}{2} CU^2(1 + \cos 2\omega t)$, 其平均值为电容的平均储能 W_c , 可得

$$w_c = \frac{1}{2} CU^2 \tag{4.59}$$

电阻 R 只从电源吸收能量并不和电源交换能量, 其无功功率 $Q=0$ 。

4.7.2 单口网络的功率

4.7.1.1 平均功率和无功功率

图 4-41 中 N 为正弦交流电路中的单口网络, 端口电压和电流分别为 u 和 i 。

设 $u = \sqrt{2} U \cos \omega t$, i 滞后 u 角度 φ , 则 $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi)$ 。它们的相量分别为 $\dot{U} = U \angle 0^\circ$, $\dot{I} = I \angle -\varphi$, 相量如图 4-42 所示。

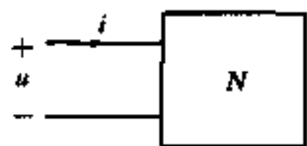


图 4-41 交流电路中的一个单口网络

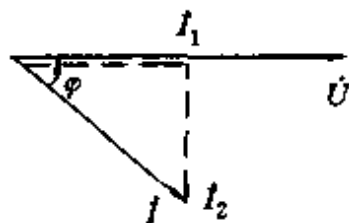


图 4-42 电流相量的分解

由图中可看出, $\dot{I}$ 可分解为 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$ 两个分量, $\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}$ 同相, $\dot{I}_2$ 与 $\dot{U}$ 相位差 90° 。显然有, $\dot{I}_1 = I \cos \varphi \angle 0^\circ$, $\dot{I}_2 = I \sin \varphi \angle -90^\circ$ 。 $\dot{I}_1$ 表示正弦电流 $i_1 = \sqrt{2} I \cos \varphi \cos \omega t$, $\dot{I}_2$ 表示正弦电流 $i_2 = \sqrt{2} I \sin \varphi \cos(\omega t - 90^\circ)$ 。 i_1 与 u 同相, 有效值为 $I \cos \varphi$; i_2 与 u 正交, 有效值为 $I \sin \varphi$ 。由单个元件的功率分析可知 i_1 分量的平均功率 $P_1 = UI \cos \varphi$, 无功功率 $Q_1 = 0$; i_2 分量的平均功率 $P_2 = 0$, 无功功率 $Q_2 = UI \sin \varphi$ 。显然网络 N 的平均功率就是 P_1 ; 网络 N 的无功功率就是 Q_2 。得到网络 N 的平均功率和无功功率分别为

$$P = UI \cos \varphi \tag{4.60}$$

$$Q = UI \sin \varphi \tag{4.61}$$

其中 U 和 I 分别为端口电压 u 和电流 i 的有效值, φ 为 u 超前 i 的角度。式 (4.60) 中的因子 $\cos \varphi$

称为功率因数, φ 称为功率因数角。功率因数记作 λ

$$\lambda = \cos \varphi \quad (4.62)$$

由前所述可知, 若网络 N 为一无(独立)源网络, 功率因数角 φ 即为阻抗角 φ_z 。

无源单口网络的平均功率 P 即其等效阻抗的电阻分量吸收的平均功率, 网络的无功功率 Q 即为其等效阻抗的电抗分量的无功功率。

由于 $\cos \varphi$ 是偶函数, 单给出 λ 的数值, 看不出 $\varphi > 0$ 还是 $\varphi < 0$, 不能体现电路的性质。因此习惯上在给出功率因数 λ 的同时常加上“滞后”或“超前”字样。所谓滞后是指电流滞后电压, 所谓超前是指电流超前电压。

4.7.1.2 视在功率

在电工技术中, 把 UI 或 $\frac{1}{2}U_m I_m$ 称为视在功率, 记作 S , 即

$$S = \frac{1}{2}U_m I_m = UI \quad (4.63)$$

为与平均功率有所区别, 视在功率的单位不用瓦特(W), 而用伏安(VA)为单位。一般电器设备按一定的额定电压和额定电流设计和制造的, 使用时电压电流不能超过额定值。因此额定电压 U 和电流 I 的乘积为设备的容量, 表示设备所能达到的平均功率的最大值。显然平均功率和视在功率的关系为

$$P = S \cos \varphi \quad (4.64)$$

功率因数 λ 为

$$\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (4.65)$$

λ 越接近于 1, 平均功率 P 越接近于设备的容量 S 。

图 4-43 表示了 S 、 P 和 Q 及 φ 的关系, 称为功率三角形。

无源单口网络吸收的平均功率为网络中各电阻元件消耗平均功率的总和, 其无功功率为各动态元件无功功率的代数和。但注意网络的视在功率并不等于各元件(支路)视在功率之和。

4.7.1.3 例题

例 4.18 图 4-44 为某正弦交流电路的相量模型, 试求该单口网络的平均功率, 无功功率, 视在功率及功率因数。

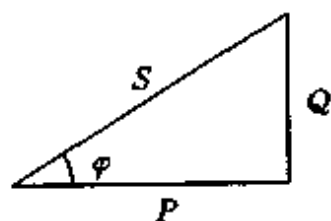


图 4-43 功率三角形

解: 由图 4-44 很容易得出

$$\dot{I}_1 = 20 \angle -53.1^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 20 \angle 90^\circ \text{ A}$$

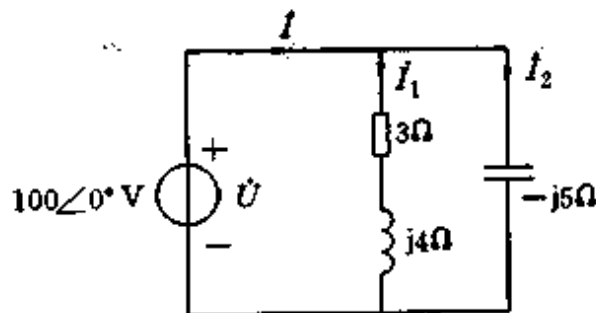


图 4-44 例 4.18

$$\dot{I} = 12.65 \angle 18.5^\circ \text{A}$$

方法一 直接用公式

$$\lambda = \cos\varphi = \cos(\theta_u - \theta_i) = \cos(-18.5^\circ) = 0.948 (\text{超前})$$

$$S = UI = 100 \times 12.65 = 1265 \text{VA}$$

$$P = U \cos\varphi = 1265 \times 0.948 = 1200 \text{W}$$

$$Q = U \sin\varphi = 1265 \times \sin(-18.5^\circ) = -401 \text{Var}$$

方法二 由各元件入手

网络内只有一个电阻,其功率为

$$P = I_1^2 R = 20^2 \times 3 = 1200 \text{W}$$

这就是网络的平均功率。若用 U_1^2/R 计算,注意 U_1 为电阻 R 两端电压而不是网络端口 U 。网络中有两个动态元件,无功功率是两个动态元件无功功率之和。

$$Q_L = U_L I_L = I_1 X_L \times I_1 = I_1^2 X_L = 20^2 \times 4 = 1600 \text{Var}$$

$$Q_C = -U_C I_C = -UI_2 = -100 \times 20 = -2000 \text{Var}$$

$$Q = Q_L + Q_C = 1600 - 2000 = -400 \text{Var}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1265 \text{VA}$$

$$\lambda = \frac{P}{S} = 0.949 (\text{超前})$$

4.7.3 功率因数的提高

4.7.3.1 为什么要提高功率因数

现有一用电设备为电感性负载,其功率为 $P=10\text{kW}$,功率因数 $\lambda=\cos\varphi=0.6$,接于 220V , 50Hz 的电源。为其供电的电源设备的容量 S 至少为:

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{10}{0.6} = 16.67 \text{kVA}$$

输电线上的电流 I 为

$$I = \frac{P}{U \cos\varphi} = \frac{10 \times 10^3}{220 \times 0.6} = 75.76 \text{A}$$

若输电线路电阻为 0.1Ω ,则线路损耗为

$$I^2 R = 75.76^2 \times 0.1 = 574 \text{W}$$

现在保持 $P=10\text{kW}$ 情况下将功率因数提高到 0.9 可得:

$$S' = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{10}{0.9} = 11.11 \text{kVA}$$

$$I' = \frac{P}{U \cos\varphi} = \frac{10 \times 10^3}{220 \times 0.9} = 50.5 \text{A}$$

$$I'^2 R = 50.5^2 \times 0.1 = 244 \text{W}$$

由以上计算可知,在功率不变的条件下,功率因数从 0.6 提高到 0.9 ,使所需电源容量及线路损耗大大降低。

负载功率因数提高到 0.9 后,原 16.67kVA 的电源可输出功率

$$P = S\lambda = 1667 \times 0.9 = 15 \text{kW}$$

可见功率因数提高后,电源可多带 5kW 的负载。

实际生产应用中有铁心的线圈设备,如电动机、变压器、镇流器等。它们都是感性负载,功率因数都不高。为了能充分发挥电源设备的潜在能力,减少供电线上的功率损失等,必须提高功率因数。

4.7.3.2 如何提高功率因数

功率因数低的原因是用电设备中有大量的感性负载,使电源除提供有功功率外还要提供很大的无功功率,使视在功率变大、功率因数降低。因此要提高功率因数必须减少无功功率。由于电感的无功功率为正值、电容的无功功率为负值,因此如果在电路中加入电容就会使总的无功功率减小。为了不改变原有用电设备的电压和电流,把电容并联在电源两端。

并联多大电容呢?还用上面的例子说明。由图 4-43 所示的功率三角形可知

$$Q = P \tan \varphi$$

上例中当 $\lambda = 0.6$ 时, $\varphi = 53.1^\circ$

$$Q = 10 \times \tan 53.1^\circ = 13.3 \text{ kVar}$$

当 $\lambda = 0.9$ 时, $\varphi = 25.8^\circ$

$$Q' = 10 \times \tan 25.8^\circ = 4.84 \text{ kVar}$$

若并联电容 C 后,功率因数从 0.6 提高到 0.9,则 $Q' = Q + Q_c$,其中 Q_c 为电容的无功功率

$$Q_c = Q' - Q = 4.84 - 13.3 = -8.46 \text{ kVar}$$

又 $Q_c = -U_c I_c = -\omega C U^2$

$$\text{得} \quad C = \frac{-Q_c}{U^2 \omega} = \frac{8.46}{220^2 \times 100\pi} = 556 \mu\text{F}$$

由以上分析可得出公式

$$C = \frac{P}{U^2 \omega} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) \quad (4.66)$$

其中 φ_1 和 φ_2 分别为并联电容前后的功率因数角。

4.7.4 最大功率传输定理

第 2 章我们讨论了负载电阻从具有内阻的直流电源获得最大功率的问题,现在讨论正弦交流电路中负载从电源获得最大功率的条件。设电路如图 4-45 所示,交流电源的电压为 $\dot{U}_s$, 其内阻抗为 $Z_s = R_s + jX_s$, 负载阻抗为 $Z_L = R_L + jX_L$ (这里下标 L 不表示电感的阻抗和电抗,而是表示是负载的阻抗和电抗,可能是感性的也可能是容性的)。现在我们讨论, $\dot{U}_s$ 和 Z_s 固定不变,负载阻抗 Z_L 中 R_L 和 X_L 可独立变化的情况。

由图 4-45 可知,电路电流为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z_s + Z_L} = \frac{\dot{U}_s}{(R_s + R_L) + j(X_s + X_L)}$$

电流有效值为

$$I = \frac{U_s}{\sqrt{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}}$$

负载获得的功率就是负载电阻的功率

$$P_L = I^2 R_L = \frac{U_s^2}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2} R_L$$

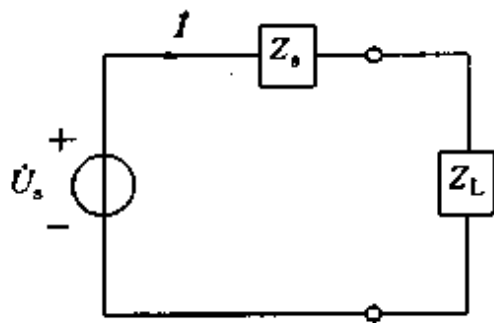


图 4-45 最大功率传输用图

显然对于任何 R_L 值来说当 $X_s = -X_L$ 时分母值最小。

当 $X_s = -X_L$ 时功率为 $P_L = \frac{U_s^2 R_L}{(R_s + R_L)^2}$

可求得当 $R_L = R_s$ 时, $\frac{dP_L}{dR_L} = 0$, P_L 有最大值。

由此得到负载获得最大功率条件是: $R_L = R_s, X_L = -X_s$,

即 $Z_L = R_s - jX_s = Z_s^*$ (4.67)

满足这一条件时, 我们说负载阻抗与电源内阻抗为最大功率匹配或共轭匹配。此时, 最大功率为

$$P_{\max} = \frac{U_s^2}{4R_s} \quad (4.68)$$

注意这里负载获得的最大功率是指平均功率。

例 4.19 电路如图 4-46(a) 所示。若 Z_L 的实部、虚部均能变动, 要获得最大功率 Z_L 应为何值, 最大功率是多少?

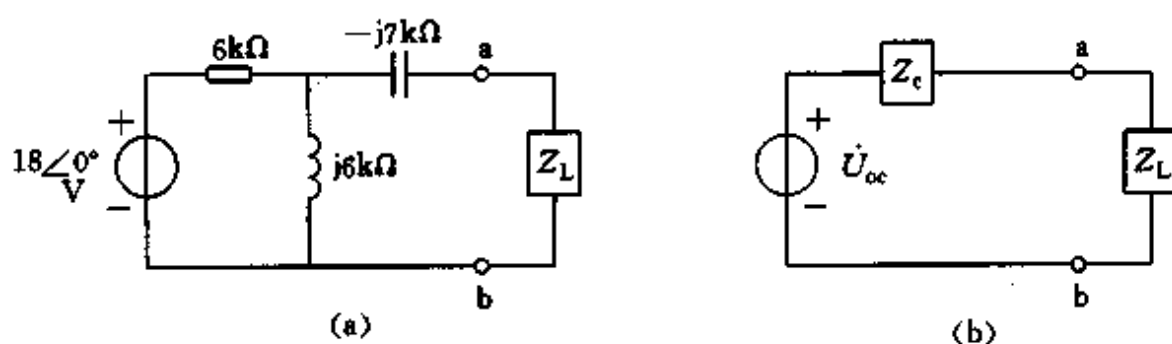


图 4-46 例 4.19

解: 先求出 ab 左边的戴维南等效电路如图 4-46(b) 所示, 其中

$$\dot{U}_{oc} = \frac{j6}{6 + j6} \times 18\angle 0^\circ = 9\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ V}$$

$$Z_c = \frac{6 \times j6}{6 + j6} + (-j7) = 3 - j4\text{ k}\Omega$$

共轭匹配时, 即 $Z_L = 3 + j4\text{ k}\Omega$ 时负载可获得最大功率。最大功率为

$$P_{L\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_o} = \frac{(9\sqrt{2})^2}{4 \times 3} = 13.5\text{ mW}$$

〈操作与应用〉 交流电路的耦合方式及故障检查

〔目的〕

1. 学习交流电路故障的检查方法。
2. 了解三种耦合方式的特点。

〔内容〕

参考电路如图 4-47 (a)(b)(c) 所示, 图(c)中负载电阻 R_L 通过变压器与电路相联接。其中 U_s 为信号发生器输出的 1 kHz 正弦波, 输出电压取 4 V 。

1. 按图(a)连接的电路设有故障, 将故障查出并排除。着重学习用示波器检测各点波形的方法检查故障。

2. 用示波器分别观察观测图(a)(b)(c)三个电路中负载电阻 R_L 两端电压波形。用观测结果说明哪个电路 U_H 中含有直流成分, 哪个电路中 U_H 可以很方便地改变极性。学会用示波器

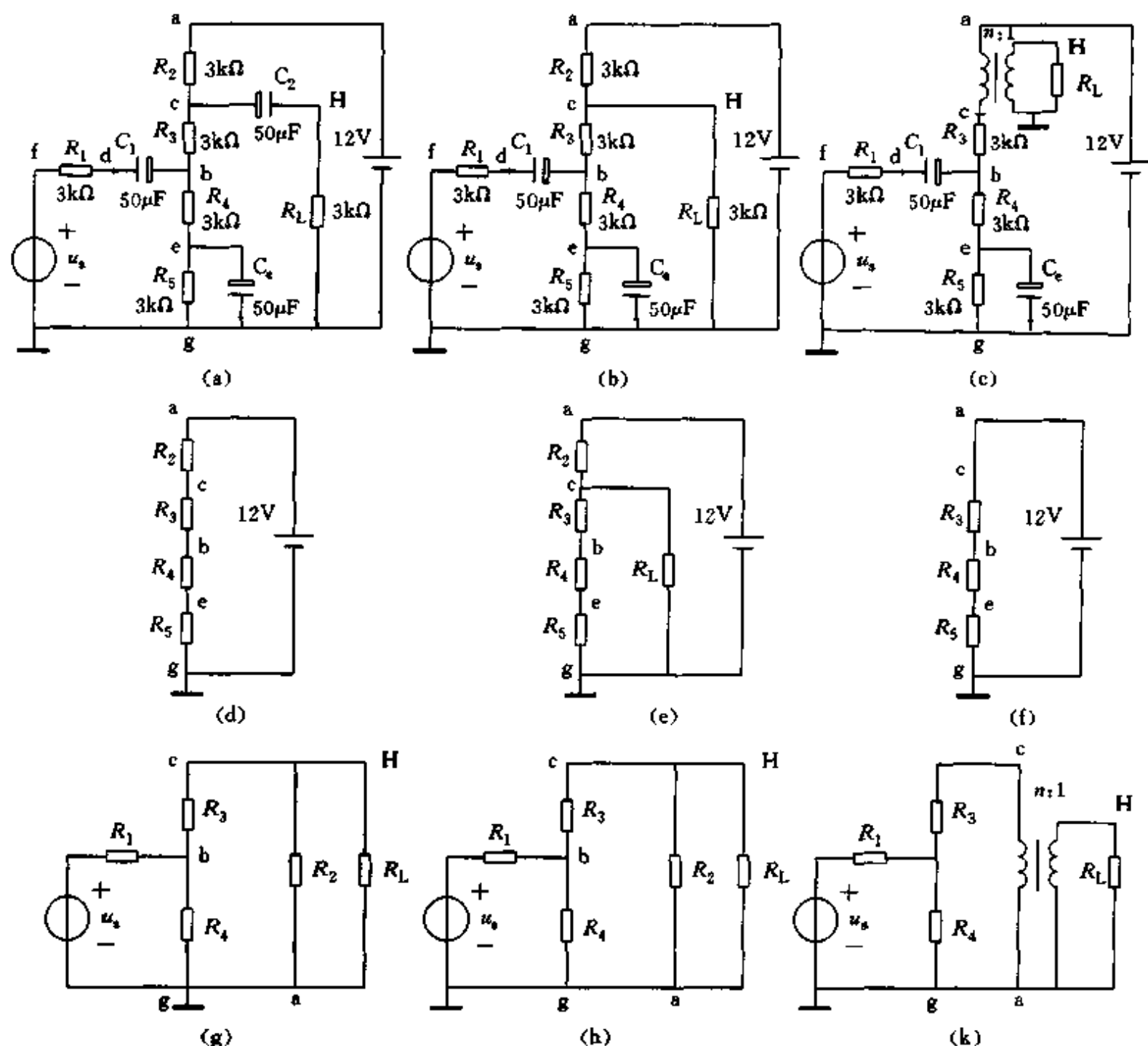


图 4-47 参考电路

检查波形中是否含直流成分。

[说明]

1. 直流通路及故障检查

实际电路中常常既有直流电源又有交流信号源。为方便,经常将直流和交流分别单独进行分析。只考虑直流电源作用时电容可看作开路,电感可看作短路,得到电路的直流通路。图 4-47 中(d)(e)(f)分别为(a)(b)(c)的直流通路。

由直流通路可方便地求出各点直流电位,在电路中把信号源关闭,用直流电压表或示波器测出各点电位,根据测量值可检查电路故障,直流通路中显然没有出现电容,但电容如果出现短路或漏电严重等故障将不能视为开路,使某些节点直流电位不正确,因此在检查直流故障时也应考虑电容和电感是否有问题。

2. 交流通路及故障检查

只考虑交流电源作用时,参考电路中直流电源两端电压为固定的 12V,认为 ag 间交流电压为 0,即 a 点交流接地。

由计算可得电路中所有电容的阻抗均为 $Z_c = -j3\Omega$, $|Z_c| \ll 3k\Omega$,各电容均可视为短路。各

电路的交流通路如图(g)(h)(k)所示。由交流通路可方便地计算出各点交流电压。可用电子电压表测各点交流电压,用示波器观测各点波形,检查电路是否有故障。用示波器可直接看到各点波形和幅度是否正常,是检查电路故障的常用方法,应熟练掌握。

注意实际电路中在用示波器查看波形时,不能把直流电源关闭,因为直流电源关闭后,许多电子器件将不能工作,各点波形将消失或不正常。检查故障时应先检查各点直流电位是否正确,保证各电子器件正常工作。

3. 图 4-47 中(a)(b)(c)各电路中负载电阻 R_L 与电路的联接方式分别为阻容耦合、直接耦合和变压器耦合。图(a)中 C_1 、 C_2 称为耦合电容,由于 C_2 有隔断直流作用, u_H 不含直流成分。图(b)中没有耦合电容隔直, u_H 中含有直流分量,图(c)中 u_H 也无直流成分,但次级线圈两端调换位置后,将使 u_H 反相(与 u_{ca} 比较)。

4.8 电路的频率响应

4.8.1 频率响应的概念

以图 4-48 电路为例说明电路频率响应的概念。若电路中 $R=2k\Omega$, $C=0.1\mu F$, 输入信号是有效值为 1V, 初相角为 0 的正弦电压, 讨论信号的频率分别为 5Hz、500Hz 和 50kHz 时输出电压 U_o 的有效值和初相角。图 4-48 电路的相量模型, 如图 4-49 所示, 由图可知。

$$\dot{U}_o = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot{U}_i = \frac{j2\pi fRC}{1 + j2\pi fRC} \dot{U}_i$$

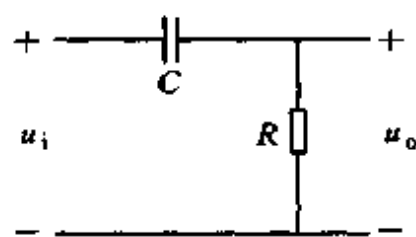


图 4-48 频率响应举例电路

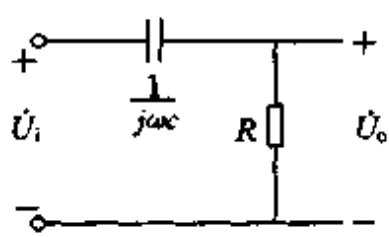


图 4-49 图 4-48 的相量模型

将已知条件代入可得

$$f=5\text{Hz} \quad \dot{U}_o=0.0063\angle 89.9^\circ\text{V}$$

$$f=500\text{Hz} \quad \dot{U}_o=0.54\angle 58^\circ\text{V}$$

$$f=50\text{kHz} \quad \dot{U}_o=1\angle 0.9^\circ\text{V}$$

分析结果表明, 同一电路输入的正弦信号幅度和相位都相同; 只是频率不同, 输出信号的幅度和相位可能有很大差别。这是因为电路中电容的阻抗随频率而变化的缘故。

电路的响应(输出信号)与频率的关系, 称为电路的频率响应或频率特性。其中幅度随频率的变化称为幅频特性; 相位随频率的变化称为相频特性。

下面我们讨论一些常用典型电路的频率响应。

4.8.2 简单 RC 电路的频率响应

4.8.2.1 RC 低通滤波电路

图 4-50(a)是一个 RC 串联电路, 其相量模型如图(b)所示。

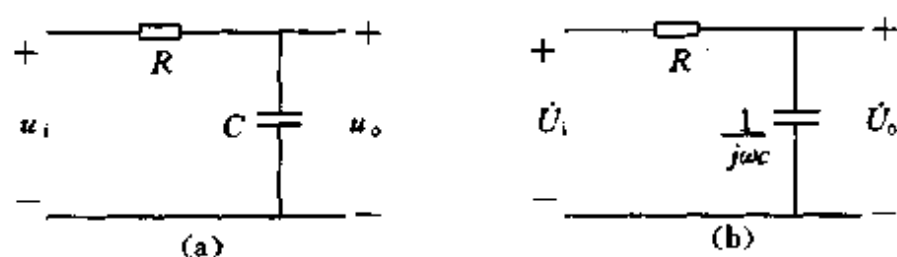


图 4-50 RC 低通电路

得出

$$\dot{U}_o = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot{U}_i = \frac{1}{1 + j\omega RC} \dot{U}_i$$

令

$$N(j\omega) = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$N(j\omega)$ 称为网络函数, 因其为复数可写作

$$N(j\omega) = |N(j\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

其中

$$|N(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} \right| = \frac{U_o}{U_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

表示输出电压 U_o 和输入电压 U_i 的有效值(幅度)之比, 它随频率的变化就是电路的幅频特性。

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega RC)$$

表示 U_o 超前 U_i 的相角, 它随频率的变化就是电路的相频特性。

下面由网络函数讨论图 4-50 所示电路的频率特性。

首先看幅频特性

$\omega=0$ 时	$ N(j\omega) =1$	$U_o=U_i$
ω 增大	$ N(j\omega) $ 减小	$U_o < U_i$
$\omega = \frac{1}{RC}$ 时	$ N(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$U_o = \frac{1}{\sqrt{2}} U_i = 0.707 U_i$
$\omega = \infty$ 时	$ N(j\omega) = 0$	$U_o = 0$

画出幅频特性曲线如图 4-51 所示。

由计算结果和幅频特性曲线可知: 随 ω 增加, 输出电压 U_o 的幅度越来越小, 说明该电路只允许频率较低的信号通过, 不允许频率较高的信号通过, 故称为低通(滤波)电路。

角频率 $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ ($f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$) 称为电路的截止频率, $\omega > \omega_0$ 时 $U_o < 0.707 U_i$ 认为信号不能通过电路, 角频率从 0 到 ω_0 (频率从 0 到 $\omega_0/2\pi$) 的范围称为通频带, 认为频率在通频带范围内的信号可通过该电路。当 $\omega = \omega_0$ 时, 输出功率 P_o 降到 $\omega = 0$ 时的一半, ω_0 又称半功率点。

下面讨论电路的相频特性

$\omega=0$ 时	$\varphi(\omega)=0$
ω 增大	$\varphi(\omega)$ 下降
$\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ 时	$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{4} = -45^\circ$
$\omega = \infty$ 时	$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$

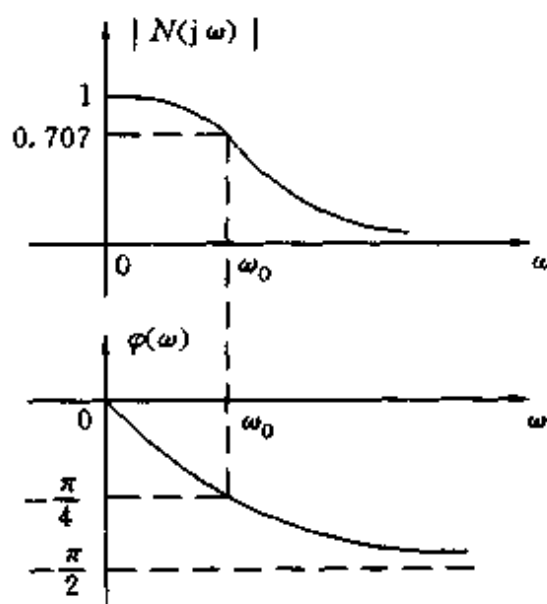


图 4-51 低通电路的频率响应

画出相频特性曲线如图 4-51 所示。

由计算结果和特性曲线可知, $\omega=0$ 时 u_o 与 u_i 同相, ω 越高, u_o 越滞后 u_i , 当 $\omega=\omega_0$ 时 u_o 滞后 u_i 45° , 当频率非常高时 u_o 滞后 u_i 90° , 因此该电路又称为(相位)滞后网络。 u_o 滞后 u_i 的相位又称为信号通过网络的相移。如图 4-49 所示的一节 RC 电路最大相移为 90° 。

下面我们考察当输入信号 u_i 是有效值为 1V, 初相角为 0 的正弦电压, 频率分别为 5Hz, 500Hz 和 50kHz 时通过图 4-50 所示电路的响应。设 $R=2k\Omega$, $C=0.1\mu F$ 。

计算结果为

$f=5\text{Hz}$	$U_o=1\text{V}$	$\varphi=-0.036^\circ$
$f=500\text{Hz}$	$U_o=0.847\text{V}$	$\varphi=-32^\circ$
$f=50\text{kHz}$	$U_o=0.016\text{V}$	$\varphi=-89^\circ$

4.8.2.2 RC 高通滤波电路

图 4-48 所示电路的网络函数为:

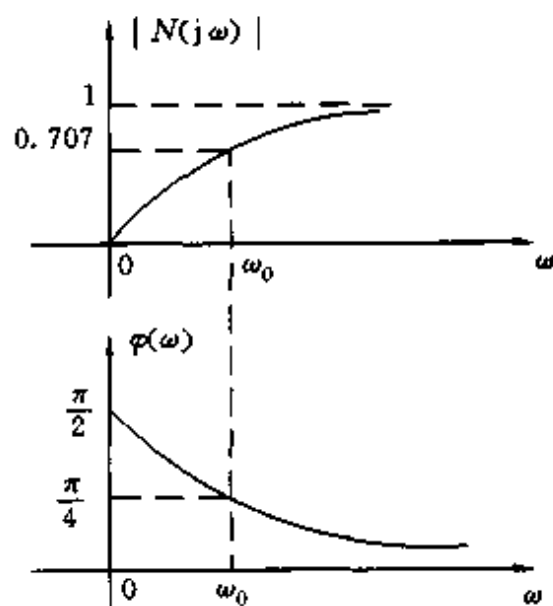
$$N(j\omega) = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

幅频特性

$$|N(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} \right| = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$\omega=0$ 时	$ N(j\omega) =0$	$U_o=0$
ω 增大	$ N(j\omega) $ 增大	U_o 增大
$\omega=\frac{1}{RC}$ 时	$ N(j\omega) =\frac{1}{\sqrt{2}}$	$U_o=\frac{1}{\sqrt{2}}U_i=0.707U_i$
$\omega=\infty$ 时	$ N(j\omega) =1$	$U_o=U_i$

画出幅频特性曲线如图 4-52 所示。



相频特性:

$$\varphi(\omega) = 90^\circ - \arctg \omega RC$$

$\omega=0$ 时 $\varphi(\omega)=90^\circ$

ω 增大 $\varphi(\omega)$ 减小

$\omega=\frac{1}{RC}$ 时 $\varphi=45^\circ$

$\omega=\infty$ 时 $\varphi=0$

相频特性曲线如图 4-52 所示。

由以上分析可知, 该电路为高通(滤波)电路, 截止频率 $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, 相位上 u_o 超前 u_i , 又称相位超前网络。最大相移 90° 。

本节开头已对该电路进行了实例分析, 与上述所得电路特性吻合, 不再赘述。

4.8.3 RLC 电路的频率响应、谐振

4.8.3.1 串联谐振

(1) 串联谐振电路

串联谐振电路如图 4-53 所示。

电路的阻抗为
$$Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (4.69)$$

电流为
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z}$$

当 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 时 $Z = R$ 电路呈纯电阻性, $\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R}$, $\dot{I}$ 与 $\dot{U}_s$ 同相, 我们说此时电路发生谐振。图 4-53 的所示电路由 R 、 L 、 C 串联构成, 且可能产生谐振, 故称为串联谐振电路。

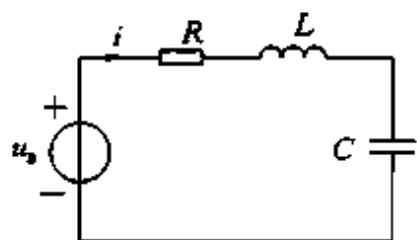


图 4-53 串联谐振电路

(2) 谐振频率和谐振条件

① 谐振频率

电路谐振时电压和电流的频率 $\omega_0(f_0)$ 称为谐振频率。由谐振时

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

得谐振频率
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad (4.70)$$

谐振频率 ω_0 只与电路本身的参数 L 、 C 决定, 与外加电源(信号源)无关。

② 谐振条件

谐振电路产生谐振的条件是: 外加电源频率 f 等于电路的谐振频率 f_0 , 使电路有

$$X = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

为了使电路产生谐振, 可以调节电源频率, 也可以调节电路参数。

(3) 谐振特性

串联谐振电路发生谐振时有如下重要特性。

① 阻抗

电路的阻抗在谐振时最小, 用 Z_0 表示, 为纯电阻, 其值为电路中电阻 R 。

谐振阻抗
$$Z_0 = R \quad (4.71)$$

品质因数 Q

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.72)$$

② 电流

谐振时电流最大 $I_0 = \frac{U_s}{R}$, 且 $\dot{I}_0$ 与 $\dot{U}_s$ 同相

③ 电压

$$\dot{U}_{R0} = R \dot{I}_0 = R \frac{\dot{U}_s}{R} = \dot{U}_s$$

$$\dot{U}_{L0} = j\omega_0 L \dot{I}_0 = j\omega_0 L \frac{\dot{U}_s}{R} = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_s = jQ \dot{U}_s$$

$$\dot{U}_{CO} = -j \frac{1}{\omega_0 C} \dot{I}_0 = -j \frac{1}{\omega_0 C} \frac{\dot{U}_S}{R} = -j \frac{1}{\omega_0 CR} \dot{U}_S = -jQ \dot{U}_S$$

谐振时电阻两端电压 $\dot{U}_{R0}$ 等于电源电压 $\dot{U}_S$ 。

电感和电容电压均为电源电压的 Q 倍, 但 $\dot{U}_L$ 超前 $\dot{U}_S 90^\circ$, 而 $\dot{U}_C$ 滞后 $\dot{U}_S 90^\circ$ 。当 $Q > 1$ 时 U_L 和 U_C 都大于 U_S , 但因两个电压大小相等, 相位相反, 故 $\dot{U}_{L0}$ 与 $\dot{U}_{C0}$ 之和为 0。

图 4-54 为谐振时电压, 电流的相量图。

当品质因数 Q 很大时, U_L 和 U_C 可能是电源电压的几十倍、几百倍, 所以串联谐振又称为电压谐振。电压过高可能会击穿线圈或电容器绝缘, 因此电力工程中应避免发生谐振。但在无线电工程中常利用串联谐振以获得较高电压提取微弱信号。

(4) 谐振曲线, 通频带

① 谐振曲线

$$RLC \text{ 串联电路中电流 } I = \frac{U_S}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

当输入电压一定, 电流 I 随频率变化的关系曲线称为谐振曲线, 如图 4-55 所示。

由曲线可知, 当 $\omega > \omega_0$ 或 $\omega < \omega_0$ 时, 电流 I 都随 ω 偏离 ω_0 而减小, 电流 I 减小到 $\frac{1}{\sqrt{2}} I_0$ 时的频率 ω_2 和 ω_1 称为上、下截止频率。

② 通频带

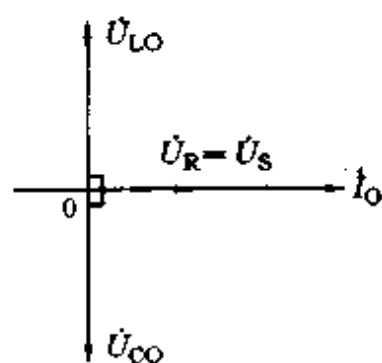


图 4-54 串联谐振时的相量图

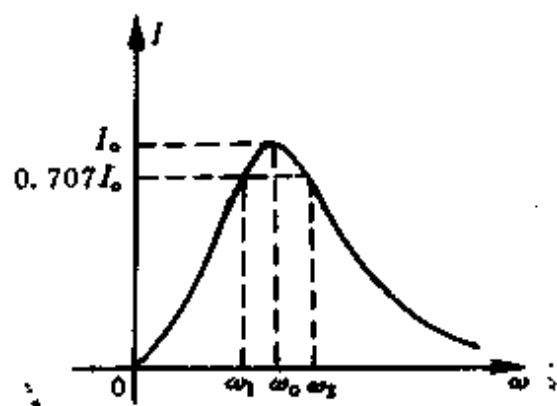


图 4-55 串联谐振曲线

$\omega_1 < \omega < \omega_2$ 的频率范围称为通频带, 我们认为频率在通频带内的信号可以通过 R 、 L 、 C 串联电路, 而频率在通频带外的信号不能通过电路。

经计算

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

故通频带宽度

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0 R}{\omega_0 L} = \frac{\omega_0}{\frac{\omega_0 L}{R}} = \frac{\omega_0}{Q} \quad (4.73)$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi L} = \frac{f_0}{Q} \quad (4.74)$$

由上式可知, 通频带与品质因数成反比, 品质因数越高, 通频带越窄, 或说电路选择性越

好。当 L 、 C 一定时, R 越小, Q 越大, $I_0 = \frac{U_s}{R}$ 越大, 而通频带越窄, 即 I 随 ω 偏离 ω_0 下降越快。图 4-56 表示了 L 、 C 一定, U_s 一定, R 分别为 R_1 、 R_2 和 R_3 时的谐振曲线 (其中 $R_1 < R_2 < R_3$)。

(5) 无线电接收机的输入回路

图 4-57(a) 是接收机中典型的输入回路, 它的主要部分是天线线圈 L_1 以及由电感线圈 L 和可变电容器 C 组成的串联谐振电路。天线收到的各种频率不同的信号都会在 LC 谐振回路中产生感应电压 u_{e1} 、 u_{e2} 、..., 如图 (b) 所示, 其中 R 是电感线圈 L 的电阻。改变电容 C , 使电路对所需信号的频率产生谐振, 这时 LC 回路中该频率的电流最大, 电容两端该频率的电压也最高。其他频率的信号由于未达到谐振, 在电路中引起的电流很小, 这样就起到选择信号和抑制干扰的作用。

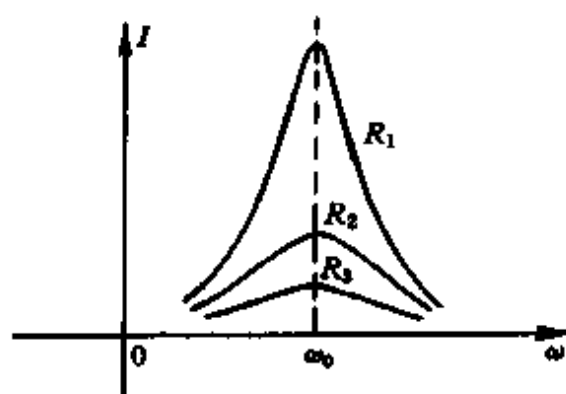


图 4-56 电阻大小与通频带

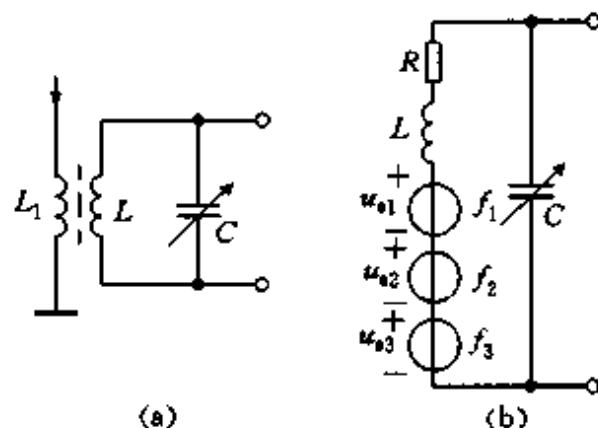


图 4-57 接收机输入回路

例 4.20 图 4-57 电路中 $L = 250\mu\text{H}$, $R = 20\Omega$, 要收听 $f = 820\text{kHz}$ 信号的节目, 电容应调到多大? 若该频率信号电压 $u_s = 10\mu\text{V}$, 收听本台时电容两端该频率电压 U_C 多大?

解: 由 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\text{得 } C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 820 \times 10^3)^2 \times 250 \times 10^{-6}} = 150 \times 10^{-12} \text{F} = 150 \text{pF}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi \times 820 \times 10^3 \times 250 \times 10^{-6}}{20} = 64.5$$

$$U_C = Qu_s = 64.5 \times 10 = 645 \mu\text{V}$$

表 4-2 列出了上例中当电容调到 150pF , 而 640kHz 、 820kHz 、 1200kHz 信号电压均为 $10\mu\text{V}$ 时的有关数据, 读者可加以比较体会串联谐振的选频作用。

表 4-2

$f(\text{kHz})$	640	820	1200
$\omega(\text{rad/s})$	4.0×10^6	5.15×10^6	7.55×10^6
$\omega L(\Omega)$	1000	1290	1890
$\frac{1}{\omega C}(\Omega)$	1660	1290	885
$ Z (\Omega)$	660	20	1000
$I(\mu\text{A})$	0.015	0.5	0.01
$U_C(\mu\text{V})$	25	645	8.9

利用串联谐振电路的特性可以在众多微弱的信号中选取需要的信号, 还可以阻止不需要

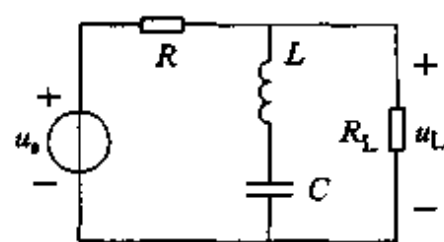


图 4-58 带阻电路

的信号通过。图 4-58 所示电路可阻止频率在 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 附近的信号通过, 请读者自行分析。

4.8.3.2 并联谐振

(1) 并联谐振电路

图 4-59(a) 所示电路由电阻, 电感和电容并联而成, 其相量模型如图(b)所示, 图中各元件用其导纳表示。

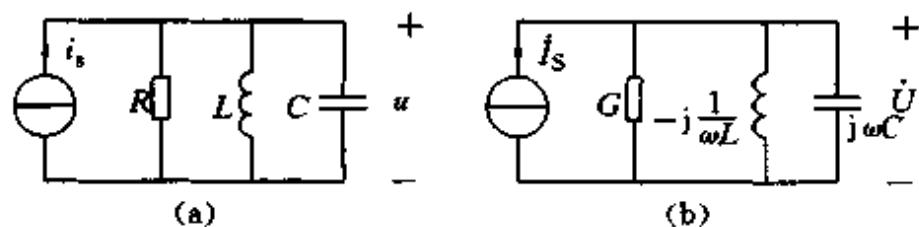


图 4-59 并联谐振电路

电路的导纳

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad (4.75)$$

当 $\omega C = \frac{1}{\omega L}$ 时 $Y = G$ 电路呈纯电阻性, u 与 i_s 同相, 电路发生谐振。该电路称为并联谐振电路。

谐振频率

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (4.76)$$

(2) 谐振特性

并联谐振电路发生谐振时, 有如下特性

① 阻抗

谐振导纳

$$Y_0 = G \quad (4.77)$$

谐振时电路阻抗最大, 为纯电阻性质, $Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{1}{G} = R$ 。

品质因数

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{\omega_0 C}{G} \quad (4.78)$$

② 电压

谐振时电路两端电压

$$\dot{U}_0 = Z_0 \dot{I}_s = R \dot{I}_s$$

u 与 i_s 同相, 且 U 最高为

$$U_0 = RI_s$$

③ 电流

$$\dot{I}_{RO} = \frac{\dot{U}_0}{Z_0} = \frac{R \dot{I}_s}{R} = \dot{I}_s$$

$$\dot{I}_{CO} = j\omega C \dot{U}_0 = j\omega_0 CR \dot{I}_s = jQ \dot{I}_s$$

$$\dot{I}_{LO} = -j \frac{1}{\omega_0 L} \dot{U}_0 = -j \frac{1}{\omega_0 L} R \dot{I}_s = -jQ \dot{I}_s$$

当 $Q > 1$ 时 I_{CO} 和 I_{LO} 大于 I_s , 故并联谐振称为电流谐振。但 $\dot{I}_{CO} + \dot{I}_{LO} = 0$, 相量图如图 4-60 所示。

(3) 谐振曲线和通频带

由

$$U = \frac{I_s}{\sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

可画出谐振曲线如图 4-61 所示。

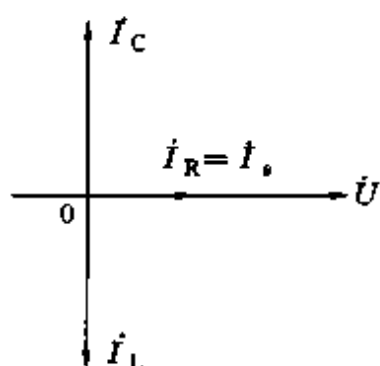


图 4-60 并联谐振时的相量图

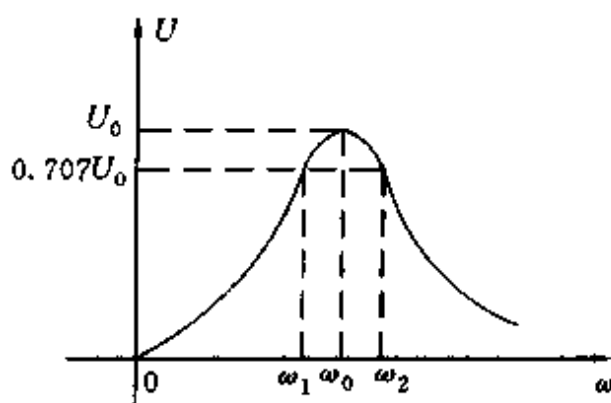


图 4-61 并联谐振曲线

图 4-61 中 ω_2, ω_1 分别为上下截止频率。

由计算可得, 通频带宽度为 $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$; $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$ (4.79)

(4) 实际并联谐振电路

实际并联谐振电路是由电感线圈和电容器组成, 如图 4-62 所示, 图中 r 是线圈的损耗电阻。

电路的导纳为

$$Y = j\omega C + \frac{1}{r + j\omega L} = j\omega C + \frac{r - j\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2}$$

$$= \frac{r}{r^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2}\right)$$

谐振时 $\omega C - \frac{\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2} = 0$

一般 $r \ll \omega_0 L$, 得谐振频率 $\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 发生谐振时 $\dot{U}$ 与 $\dot{I}_s$ 同相, $\dot{I}_{CO} + \dot{I}_{LO} = \dot{I}_s$ 相量图如图 4-63 所示。

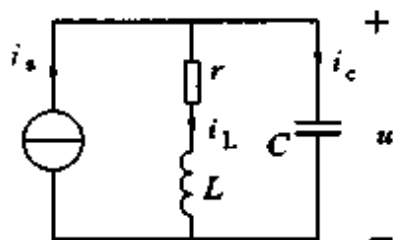


图 4-62 实际并联谐振电路

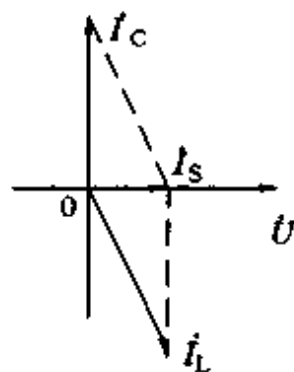


图 4-63 实际并联谐振电路的相量图

其中

$$\dot{I}_{CO} = jQ \dot{I}_s; Q = \frac{\omega_0 L}{r}$$

当 $Q \gg 1$ 时 $I_C \gg I_s$ $I_L \approx I_C \gg I_s$

在无线电工程和工业电子技术中, 也常用并联谐振时阻抗高等特点来选择信号或消除干扰。

〈操作与应用〉 频率特性的测量

[目的]

1. 学会用逐点法测量线性网络的频率特性;

2. 加深理解谐振电路的特性;
3. 进一步熟悉信号发生器、毫伏表、示波器的使用。

[内容]

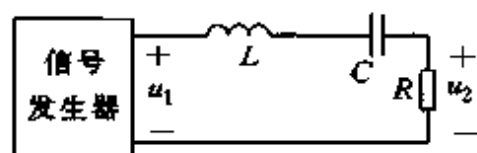


图 4-64 串联谐振测试电路

1. 图 4-64 为测量参考电路, 其中 $L = 2.2\text{mH}$, $C = 0.1\mu\text{F}$, $U_1 = 4\text{V}$, 测量并绘出当 $R = 51\Omega$ 和 $R = 120\Omega$ 时 $U_2/U_1 \sim f$ 曲线, 并由曲线确定, 谐振频率 f_0 , 通频带 Δf 及品质因数 Q 。

2. 用示波器观测图 4-48 和图 4-50 电路中 u_o 的幅度和相位随 u_i 频率的变化。

3. 学习用频率特性测试仪(扫频仪)观察频率特性

[说明]

逐点法的要点是整个测试过程中:

- ①每次改变信号源频率, 都要用毫伏表监测 u_1 , 保持 u_1 幅度不变。
- ②保证 u_1 和 u_2 不发生波形失真, 可用示波器监测。

[思考题]

图 4-64 电路中发生谐振时为什么可能 $u_2 \neq u_1$ 。

习 题 四

4.1 电压波形图如图 T4-1 所示。

- (1) 求 T 、 f 及 ω ;
- (2) 用 $\cos$ 函数, 写出 $u(t)$ 表达式;
- (3) 用 $\sin$ 函数, 写出 $u(t)$ 表达式。

4.2 图 T4-2 所示电流波形, 其最大值为 1A , 试写出时间起点分别为 A、B、C、D、E 各点时电流 $i(t)$ 的表达式, (1) 用 $\cos$ 函数; (2) 用 $\sin$ 函数。

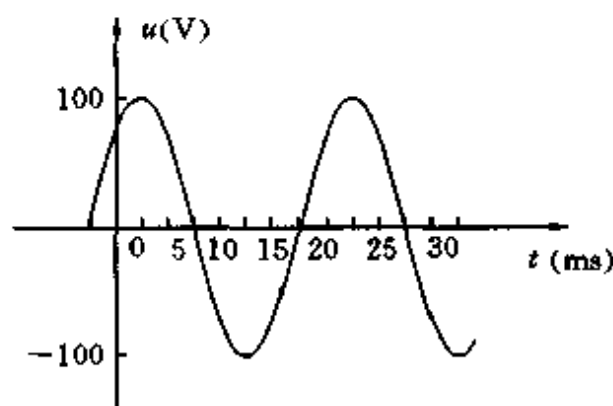


图 T4-1

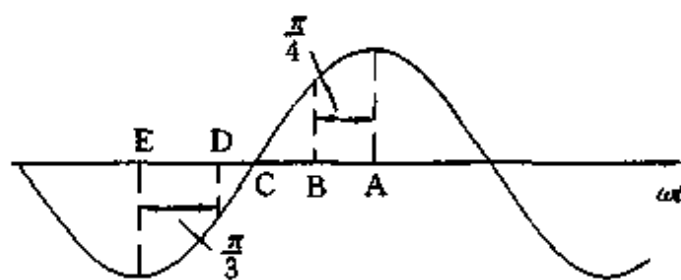


图 T4-2

4.3 已知 $u(t) = 5\cos(\omega t + 45^\circ)\text{V}$; $i(t) = 10\sin(\omega t - 60^\circ)\text{A}$, 且 ω 相同。

- (1) 在同一坐标系内画出 $u(t)$ 和 $i(t)$ 的波形。
- (2) 求出两者的相位差, 说明超前、滞后情况。

4.4 示波器调至水平刻度线 $2\text{ms}/\text{格}$, 垂直刻度线 $2\text{V}/\text{格}$, 屏幕显示电压如图 T4-3 所示。以水平和垂直中心刻度线的交点为坐标原点。写出峰峰值 U_{PP} 、最大值 U_m 、有效值 U ; 写出电压的周期、频率、角频率及初相角; 写出表达式。

4.5 (1) 把下列复数化为直角坐标形式。

$$5\angle 90^\circ, 5\angle -90^\circ, 10\angle 180^\circ, 10\angle 150^\circ, 10\angle -150^\circ, 10\angle 30^\circ, 10\angle -30^\circ.$$

(2) 把下列复数化为极坐标形式

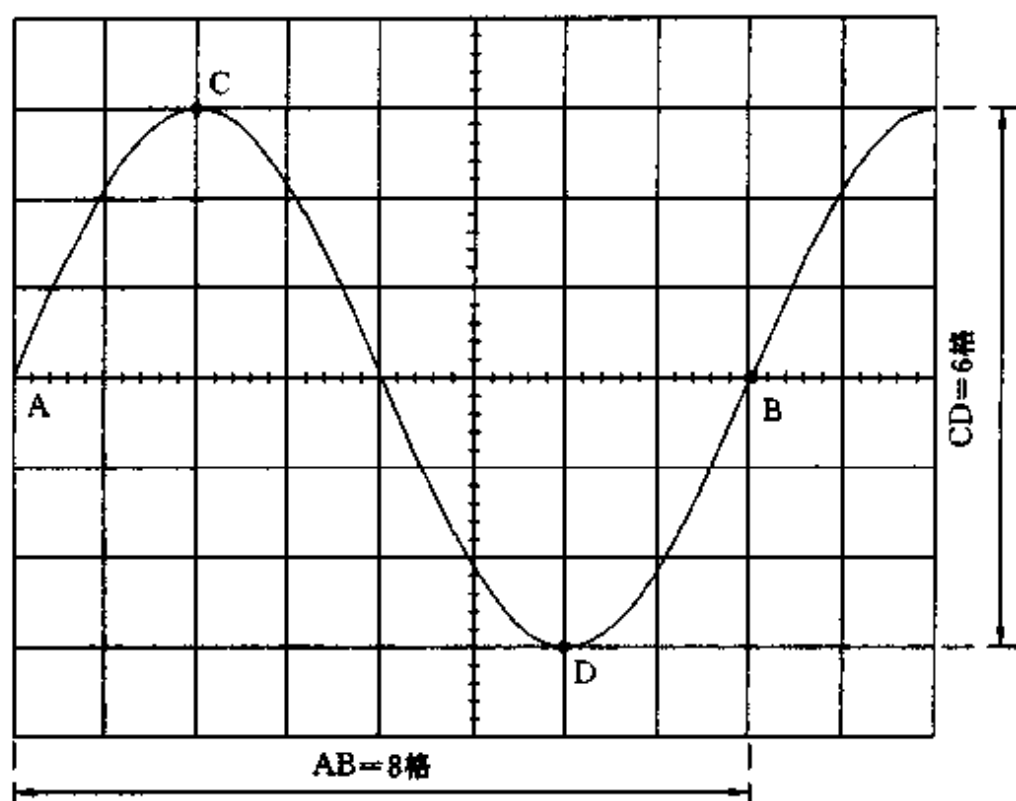


图 T4-3

$j10, -j10, -10, 10, 8+j6, -8+j6, 8-j6, -8-j6, j, -j$.

4.6 已知 $A=3+j4$, $B=10\angle 60^\circ$. 求 $A+B, A-B, A \cdot B, A/B$.

4.7 (1) 写出下列正弦电压的相量, 并画出相量图(把统一用 $\cos$ 和 $\sin$ 两种函数表示正弦波的结果加以比较).

① $5\sin(\omega t+30^\circ)\text{V}$ ② $-8\sqrt{2}\cos(\omega t-45^\circ)\text{V}$ ③ $-6\sin(\omega t-120^\circ)\text{V}$

(2) 求下列相量代表的正弦电流(设 ω 已知).

① $6-j8\text{A}$ ② $-8+j6\text{A}$ ③ $-j10\text{A}$ ④ $-8-j6\text{A}$

4.8 正弦电流 $i(t)=0.5\sqrt{2}\cos(1000t+30^\circ)\text{A}$, 求该电流流过以下元件时元件两端电压 $u(t)$ (u, i 取关联参考方向), 并画相量图.

(1) 400Ω 电阻; (2) 0.4H 电感 (3) $4\mu\text{F}$ 电容

4.9 求图 T4-4 各电路中安培计 A_0 或伏特计 V_0 的读数, 其他安培计和伏特计读数都已在图中标出, 画出各电压、电流相量图.

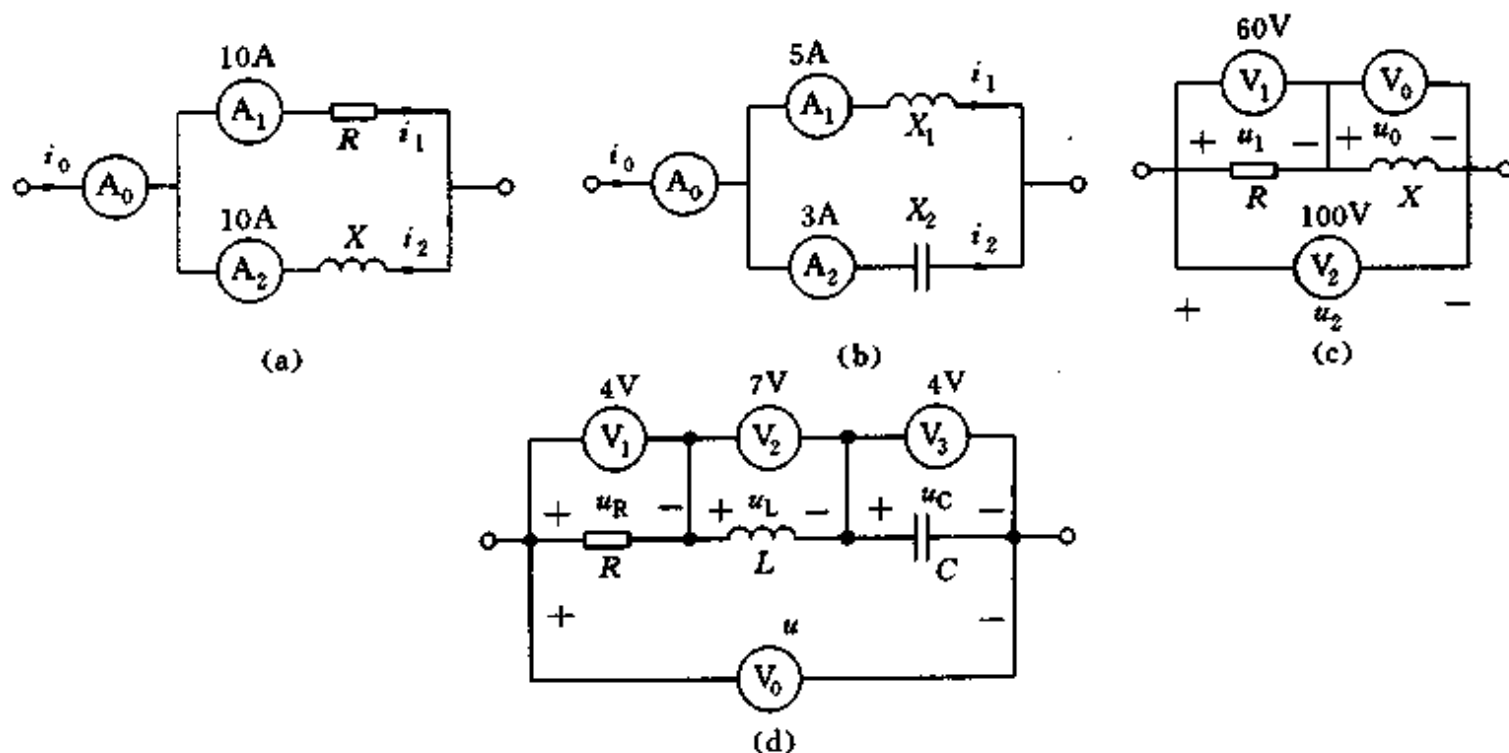


图 T4-4

4.10 u_L 和 i_L 分别表示电感两端的电压和流过电感的电流, 并取关联参考方向。下列各式哪些正确, 哪

些不正确。说明原因。

$$\dot{U}_L = jX_L \dot{I}_L, \quad \dot{U}_L = X_L \dot{I}_L, \quad U_L = X_L I, \quad U_L = jX_L I, \quad u_L = jX_L i, \quad u_L = X_L i$$

4.11 图 T4-5 所示电路中 $R=30\Omega$, $L=127\text{mH}$, $C=40\mu\text{F}$, 电源电压 $u=220\sqrt{2}\cos(314t+20^\circ)\text{V}$ 。求电流 i 和各元件电压 u_R , u_L , u_C , 画出各电压电流相量图。

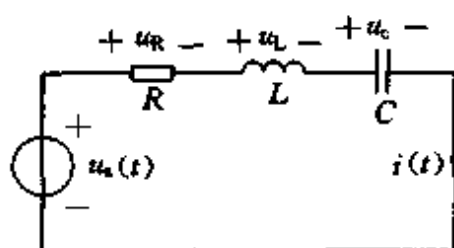


图 T4-5

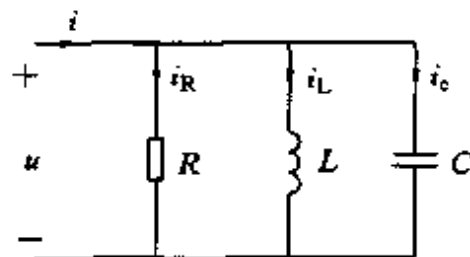


图 T4-6

4.13 作图 T4-7 所示各正弦交流电路的相量模型, 求出 ab 端的阻抗和导纳。说明 ab 端电压和电流的相位关系。

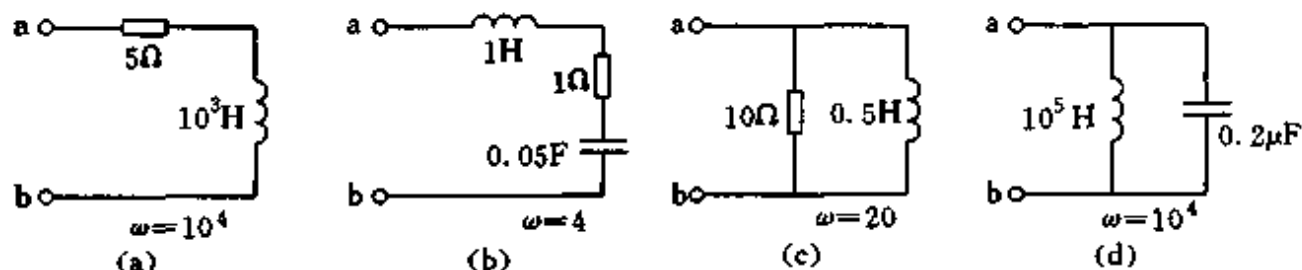


图 T4-7

4.14 若图 T4-5 电路中 $R=4\Omega$, $L=1\text{H}$, $C=0.25\mu\text{F}$

- (1) 做出 $\omega=1$, $\omega=2$, $\omega=4$ 时电路的相量模型。
- (2) 求出以上三种频率下电路的阻抗 Z , 说明 u_s 和 i 的幅度和相位关系。
- (3) 说明三种频率下电路的性质, 并做出最简等效电路。

4.15 若图 T4-6 所示 R 、 L 、 C 并联电路中 $R=0.25\Omega$, $L=0.25\text{H}$, $C=1\text{F}$ 。

- (1) 做出 $\omega=1$, $\omega=2$, $\omega=4$ 时电路的相量模型。
- (2) 求出以上三种频率下电路的导纳 Y , 并说 u 与 i 的幅度和相位关系。
- (3) 说明三种频率下电路的性质, 并做出最简单的等效电路。

4.16 图 T4-8 所示电路中 $i_s(t)=\sqrt{2}\cos(3t+45^\circ)\text{A}$

- (1) 用阻抗串并联公式计算 $u(t)$ 和 $u_o(t)$ 。
- (2) 用网孔法和节点法求 $u(t)$ 和 $u_o(t)$ 。
- (3) 用戴维南定理求 $u_o(t)$ 。

4.17 图 T4-9 中 $u_s=100\sqrt{2}\cos 10^3 t\text{V}$ 求 i , i_C 和 i_L

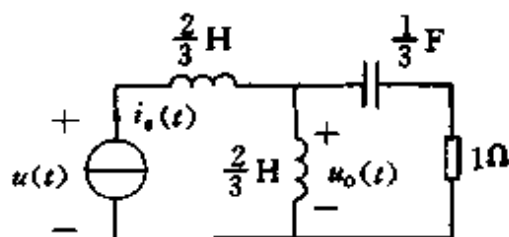


图 T4-8

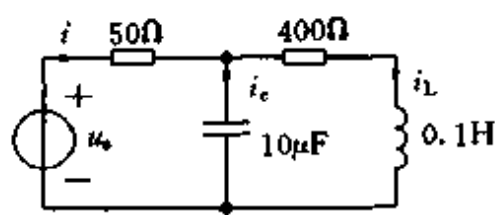


图 T4-9

4.18 用戴维南定理求图 T4-10 中的 $\dot{I}_2$ 。

4.19 有一 CJO-10A 交流接触器, 其线圈数据为 380V、30mA、50Hz, 线圈电阻 $1.6\text{k}\Omega$, 试求线圈电感。

4.20 (1) 图 T4-11 所示为常用于测量电路参数的交流电桥, 试证明: 当电桥平衡时, 亦即 $\dot{U}_o=0$ 时, $Z_1 Z_2$

$=Z_3Z_4$; (2) 若 L_4, R_4 为未知电感线圈的参数, 试利用上述结果, 导出电桥平衡时 L_4, R_4 分别与电路其他参数的关系为

$$L_4 = R_1R_2C, \quad R_4 = \frac{R_1R_2}{R_3}$$

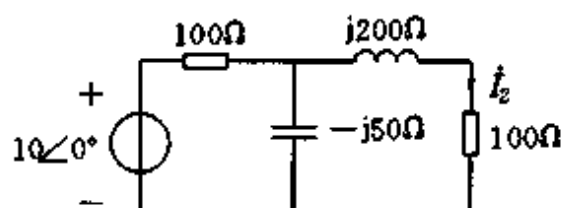


图 T4-10

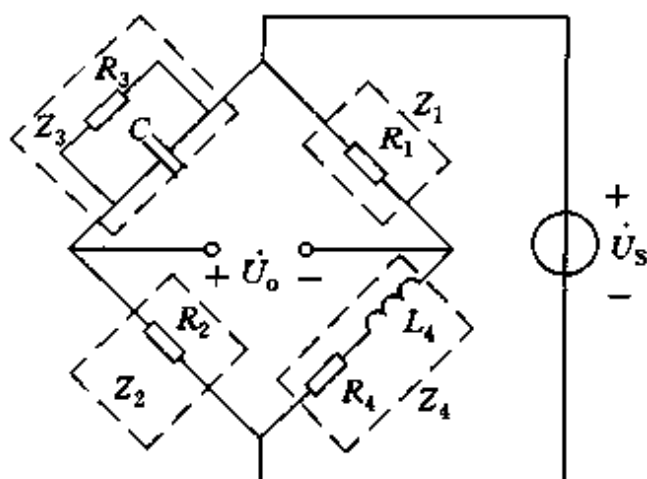


图 T4-11

4.21 求图 T4-12 中所示电路的电压放大倍数 $A = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$

4.22 图 T4-13 是日光灯的原理电路。灯管相当于一个电阻 (R_2), 镇流器相当于一个具有电阻的电感线圈 (R_1, L), 电源电压 $u = 220\sqrt{2}\cos 314t$ V, $R_1 = 58\Omega$, $L = 1.46$ H, $R_2 = 174\Omega$ 。(1) 求电流 I 和镇流器的电压 U_1 , 灯管电压 U_2 , 并画相量图。(2) 求日光灯电路的有功功率 P , 无功功率 Q 和视在功率 S 。

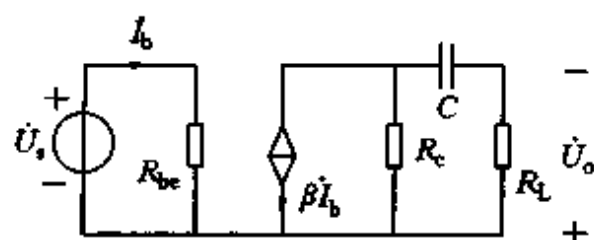


图 T4-12

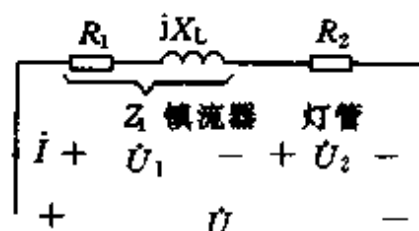


图 T4-13

4.23 有一电感线圈, 为了测其参数 L 和 R , 在其两端加 110V 电压, 用电流表测出电流 $I = 2.5$ A, 功率表测出功率 $P = 200$ W, 试计算出电感 L 和电阻 R 的数值。

4.24 图 T4-14 所示电路中, $R_1 = 30\Omega$, $L = 0.127$ H, $R_2 = 80\Omega$, $C = 53\mu$ F, 电压 $u = 220\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ)$ V。求 (1) i_1, i_2 和 i ; (2) 电路中有功功率和无功功率; (3) 画电压电流相量图。

4.25 日光灯电路如图 4-15 所示。电源电压 $U = 220$ V, $f = 50$ Hz。灯管 R 两端电压 $U_R = 110$ V, 功率 40 W, L 为镇流器。(1) 求日光灯中电流 I_L 和功率因数 $\cos\varphi_1$; (2) 若将功率因数提高到 $\cos\varphi_2 = 0.9$, 应并联多大电容? (3) 并联电容前后电源提供的电流 I 各是多少?

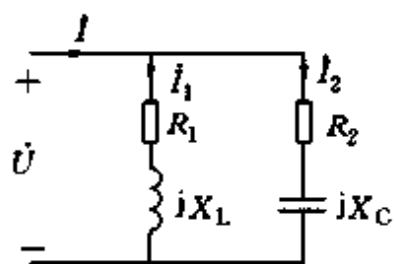


图 T4-14

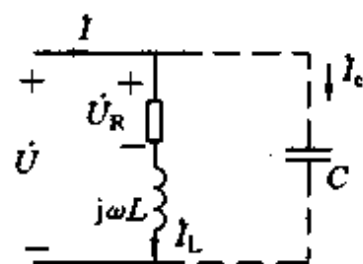


图 T4-15

4.26 图 T4-16 中, Z_L 实部, 虚部都可变动, 若 Z_L 获得最大功率, Z_L 应为何值, 最大功率是多少?

4.27 图 T4-17 为晶体管放大电路的高频等效电路。已知 $R = 75\Omega$, $C = 13.3$ pF, $g_m = 0.075$ S, $R_L = 500\Omega$, 求电压放大倍数 $A = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}$ 的表达式, 说明放大电路的频率特性, 求出截止频率。

4.28 图 T4-18 为晶体管放大器低频等效电路。已知 $R = 1$ k Ω , $\beta = 40$, $R_L = 2$ k Ω , $C = 3.18$ μ F, 求放大电路

的放大倍数 $\dot{A} = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}$ 。说明放大电路的频率特性,并求截止频率。

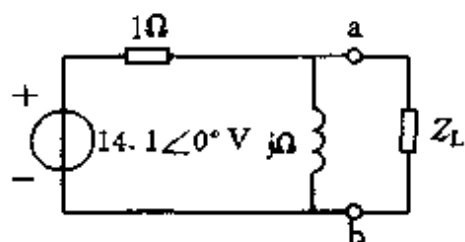


图 T4-16

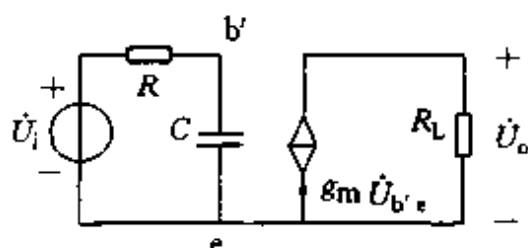


图 T4-17

4.29 某收音机输入回路,可变电容器调节范围为 $30 \sim 350 \text{ pF}$,欲使最低谐振频率为 530 kHz ,线圈的电感量应多大。接入上述线圈能否满足收听电波段 $535 \sim 1065 \text{ kHz}$ 的要求。

4.30 一串联谐振回路要选出频率 $f_0 = 640 \text{ kHz}$ 的信号,若选定回路电容 $C = 320 \text{ pF}$,问电感 L 应多大,若线圈的 Q 值为 78,求串联回路中的电阻 $r = ?$ 若信号源电压幅度为 1 mV ,求谐振时回路中电流的幅度。

4.31 一谐振回路 $f_0 = 465 \text{ kHz}$,通频带 $B = 10 \text{ kHz}$, $C = 200 \text{ pF}$,求 L 和 Q 。

4.32 R 、 L 和 C 组成并联谐振电路如图 4-59 所示,若 $L = 23 \mu\text{H}$, $Q = 80$, $f_0 = 465 \text{ kHz}$,求 C 和 R 。

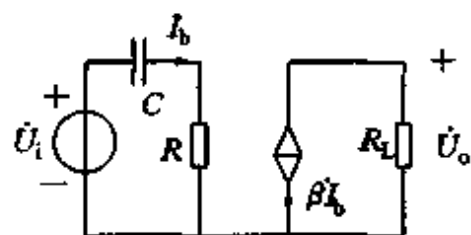


图 T4-18

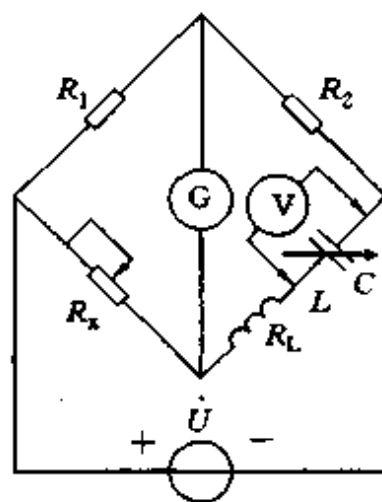


图 T4-19

4.33 应用谐振法测线圈参数的电桥电路如图 T4-19 所示。被测线圈与标准可变电容串联后接入一桥臂。已知信号源频率为 100 kHz ,电阻 $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ 。当可变电容调到 254 pF 时,电压表读数达到最大, LC 串联桥臂发生谐振,再调 R_x ,当 $R_x = 62.8 \Omega$ 时电桥平衡,试求线圈的电感量和品质因数。

第5章 三相交流电与低压配电线路

5.1 三相交流电路概述

三相交流电路是由三个频率相同、幅度相等、相位彼此互差 120° 的单相电源组成的电路。日常的生活用电和工农业生产用电几乎都来自电力部门提供的三相电源。我国目前采用的低压供电标准为频率 50Hz, 电压等级 380/220V 和三相四线制的供电方式。电力部门把三相交流电路敷设到工矿企业和居住小区。380V 三相电源可直接驱动三相电动机做工矿企业的生产动力, 故三相交流电又称为动力电; 而在居民小区, 三相电被分成三个单相 220V 交流电, 分别送到各个住户供照明和家用电器使用。单相电又称为民用电或照明电。早期的单相交流电仅仅用做照明使用, 随着社会电器化程度的提高, 家用电器的普及应用, 单相交流电早已超越了照明应用的范围。照明电也已成为单相交流电的代名词。

与单相交流电路相比, 三相交流电路在电能的生产、输送、分配与应用方面都具有显著的优点。相同体积的三相发电机比单相发电机能生产更多的电能; 输送相同的电能, 三相输电线路比单相电路更经济; 三相交流电动机比单相交流电动机制造更简单, 性能更优良, 价格更便宜。因此, 三相交流电从诞生至今的一百多年里, 始终是各国电力部门供电的主要方式。电力部门通过电力系统为全国各地的用户提供三相交流电。电力系统包括发电厂和电力网两大部门。发电厂负责电能的生产, 电力网负责电能的输送与分配。它们的功能是:

1. 发电厂: 发电厂一般都建在远离城镇的地方, 采用多台发电机组并网发电。目前国内各发电厂使用的单台发电机组的容量从几万千瓦到几十万千瓦不等。单台机组的容量越大, 发电的效率越高, 发电的成本越低, 但制造工艺越复杂, 科技含量也越高。目前我国可以制造 $6 \times 10^6 \text{W}$ 的发电机组, 已达到世界先进水平。发电机的输出电压为 3, 6, 10kV, 输出电流为几百至几千安培。如此大的电流要输送到几百公里甚至上千公里外的城镇, 其线路损耗是惊人的。为了减小输电过程的损耗, 必须通过电力网的变换来解决。

2. 电力网: 电力网是输送电能的线路。电力网分为高压输电网、高压配电线路和低压配电线路三部分。

(1) 高压输电网: 发电厂输出的三相交流电经过输电站将电压升高, 电流减小, 以便于远距离输送。高压电网的电压等级标准有 35、60、110、150、220、330、500 千伏几种。输电网的容量越大, 电网的电压等级就越高。高压输电网采用三相三线制架空敷设方式。

(2) 高压配电线路: 高压电送到城镇附近需要经过配电站将高压降低。由于用户散布在城镇各地, 输电线路要在人口稠密的地区内敷设, 既要减小线路的损耗, 又要保证线路和居民的安全。因此, 高压配电线路的电压等级较低, 其标准为 3, 6, 10kV。高压配电线路一般采用三相三线制电力电缆埋地敷设方式。

(3) 低压配电线路: 高压配电线路在送到用户前, 还需要经过配电室将电压降为 380/220V 的低电压。低压线路是动力电与照明电的混合线路。为了便于从三相电中取出单相(照明)电, 配电变压器的输出须采用三相四线制的供电方式。电力系统组成示意如图 5-1 所示。

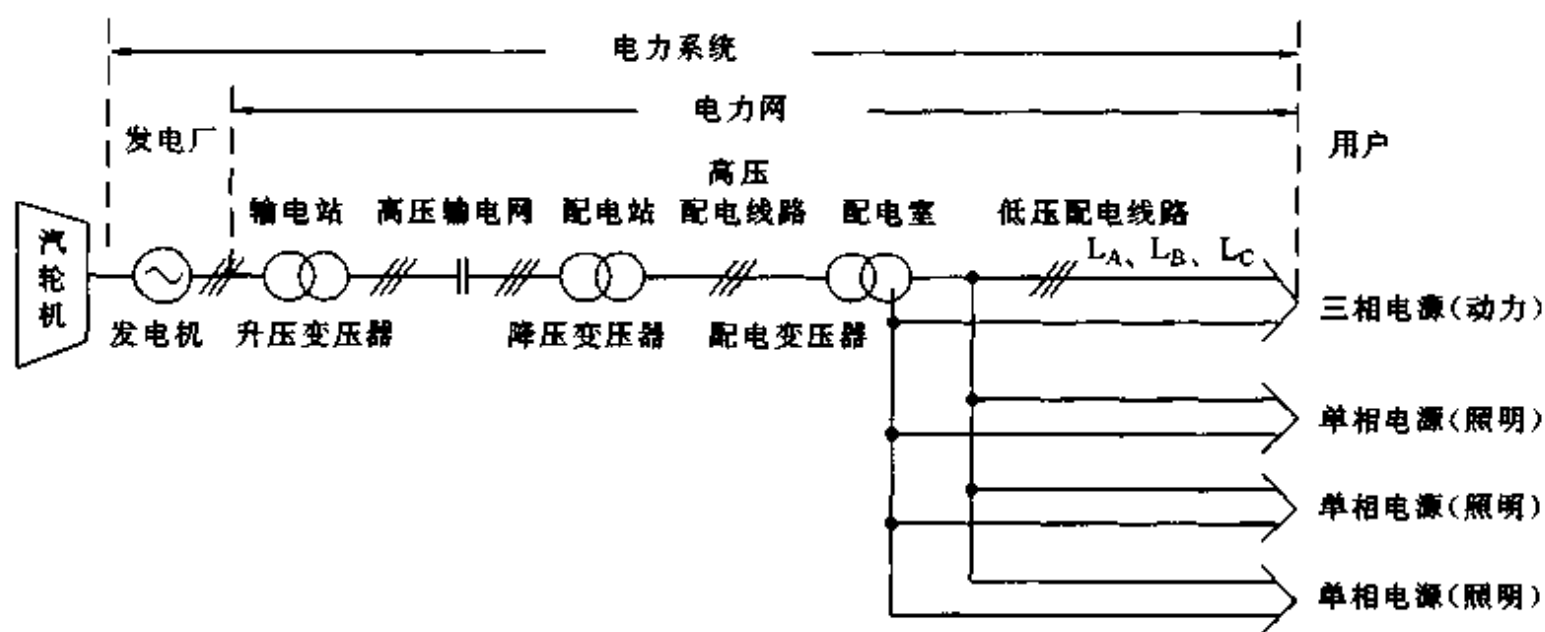


图 5-1 电力系统、电力网示意图

5.2 三相交流电源

5.2.1 三相交流电的产生

三相交流电是由三相交流发电机产生的。图 5-2 是一台三相交流发电机的原理图，它主要由定子和转子两部分组成。三个完全相同的线圈（绕组）彼此绝缘、对称放置在发电机定子槽内，如图 5-3 所示。三个绕组分别用 AX、BY、CZ 表示，绕组的首端用 A、B、C 表示，尾端用 X、Y、Z 表示。三个绕组在定子内安放的位置在空间互差 120° ，即三个绕组的首端（或尾端）在空间彼此相隔 120° 。中间可以转动的部分称为转子。转子铁芯上绕有直流激磁绕组，通入直流电后产生磁通，使定子和转子气隙中的磁感应强度 B 按正弦规律分布。

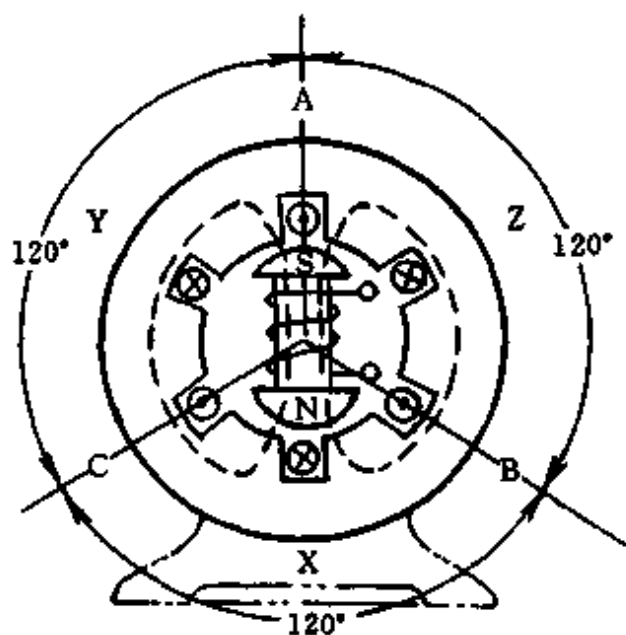


图 5-2 三相交流发电机原理

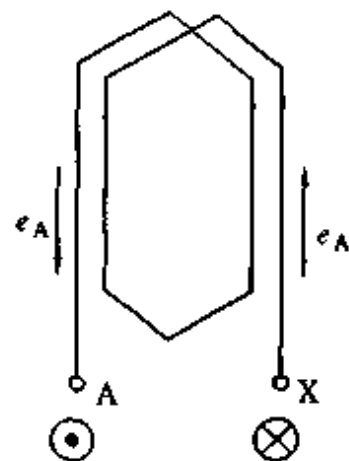


图 5-3 定子绕组

当转子在其他动力拖动下沿顺时针方向匀速转动时，转子磁场依次掠过每相绕组，产生大小相等、频率相同的感应电动势 e_A 、 e_B 、 e_C 。由于三个绕组在空间位置相差 120° ，三个电动势出现最大值的时间也依次相差 $\frac{T}{3}$ （ T 为转子旋转 1 周所需时间），这个时间差所对应的相位差是 120° 电角度。设电动势的正方向由绕组尾端指向首端，A 相绕组的初相位为 0，则三个绕组的电动势瞬时表达式可写成

$$\begin{aligned}
 e_A &= E_m \cdot \sin \omega t = \sqrt{2} E \sin \omega t \\
 e_B &= E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) = \sqrt{2} E \sin(\omega t - 120^\circ) \\
 e_C &= E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) = \sqrt{2} E \sin(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

其中 E_m 是瞬时最大电压值, E 是正弦电压的有效值。它们的相量表达式是:

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_A &= E \angle 0^\circ \\
 \dot{E}_B &= E \angle -120^\circ \\
 \dot{E}_C &= E \angle +120^\circ
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

e_A 、 e_B 、 e_C 的频率相同, 幅度相等, 彼此有 120° 的相位差, 这样的三个电动势称为对称三相电动势。对称三相电的一个重要特点是它们的瞬时值或相量之和为 0, 即

$$e_A + e_B + e_C = 0$$

或

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

三相电动势的波形和相量图如图 5-4 所示。

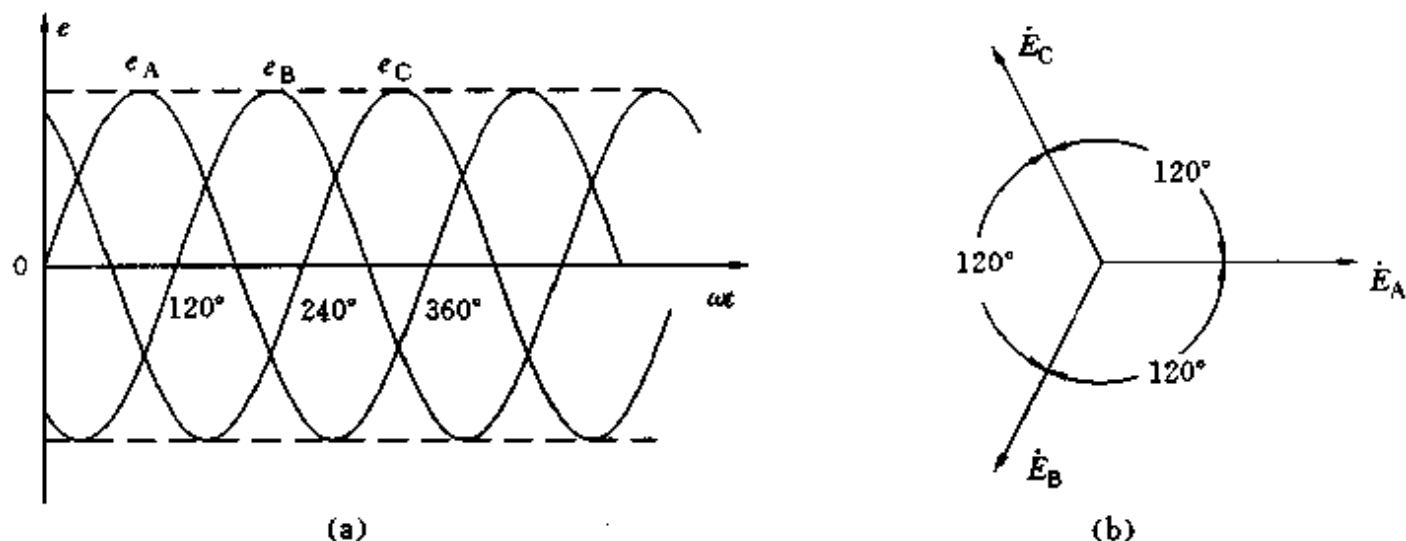


图 5-4 三相电动势的波形和相量图

三相电动势依次出现最大值的次序称为相序。顺时针方向按 A—B—C 的次序循环的相序称为顺序或正序, 按 A—C—B 的次序循环的相序称为逆序或负序。相序是由发电机转子的旋转方向决定的, 通常都采用顺序。三相发电机在并网发电时或用三相电驱动三相交流电动机时, 必须考虑相序的问题, 否则会引起重大事故。为了防止接线错误, 低压配电线路中规定用颜色区分各相, 黄色表示 A 相, 绿色表示 B 相, 红色表示 C 相。

我国低压供电标准为 50Hz, 380/220V, 而日本, 西欧的某些国家采用 60Hz, 110V 的供电标准, 还有的采用 400/240V 的标准。在使用进口电器设备时要特别注意, 电压等级不符, 会造成电器设备的损坏。

5.2.2 三相交流电的供电方式

5.2.2.1 三相四线制

将发电机三个绕组的尾端连在一起组成三相电源的中点(用 N 表示), 这种连接称为对称三相电源的星形(Y 形)连接方式。从三个绕组的首端及中点引出四条线组成的供电方式称为三相四线制, 如图 5-5 所示。从首端引出的导线称为端线或相线(俗称火线)用字母 A, B, C 表示, 中线称为零线用字母 N 表示, 如果中线接地又称为地线。三相四线制电源可以为用户提供

两种电压。一种是端线与中线间的电压,称为相电压,另一种是端线之间的电压,称为线电压。

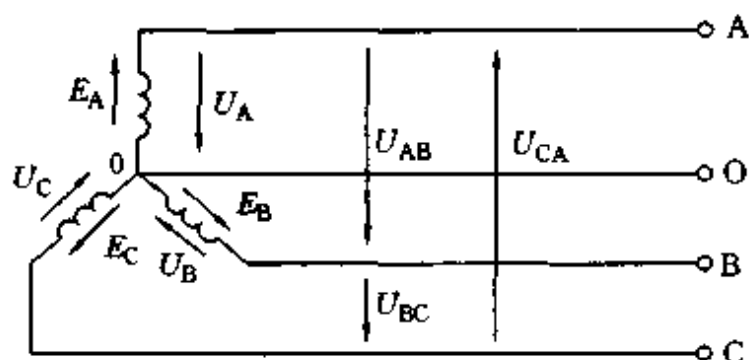


图 5-5 三相四线制电源

(1) 相电压: 相电压用 u_A 、 u_B 、 u_C 表示, 各相电压的有效值相同, 记作 U_P 。

设相电压的正方向从绕组的首端指向尾端, 以 u_A 为参考时各相电压可以写成

$$\begin{aligned} u_A &= \sqrt{2} U_P \sin \omega t \\ u_B &= \sqrt{2} U_P \sin (\omega t - 120^\circ) \\ u_C &= \sqrt{2} U_P \sin (\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.3)$$

相量表达式为

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{AN} = U_P \angle 0^\circ \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_{BN} = U_P \angle -120^\circ \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_{CN} = U_P \angle 120^\circ \end{aligned} \quad (5.4)$$

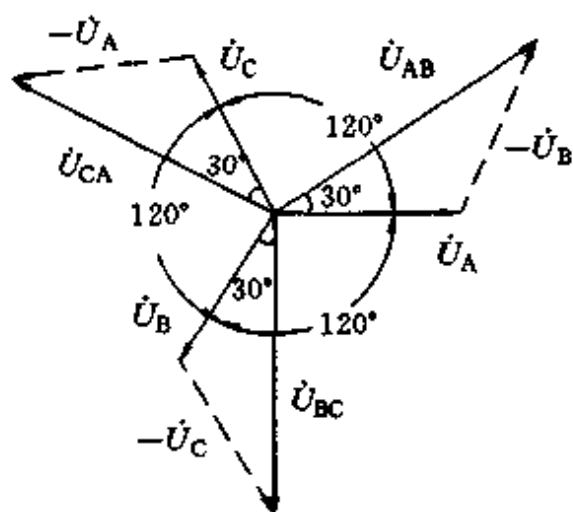


图 5-6 线电压与相电压的关系

(2) 线电压: 线电压用 u_{AB} 、 u_{BC} 、 u_{CA} 表示。线电压的正方向规定由脚标中的前字母指向后字母, 如 u_{AB} 的正方向是从端线 A 指向端线 B 的电压。根据基尔霍夫电压定律, 线电压与相电压的关系为

$$\begin{aligned} u_{AB} &= u_A - u_B \\ u_{BC} &= u_B - u_C \\ u_{CA} &= u_C - u_A \end{aligned} \quad (5.5)$$

如果用相量形式表示线电压与相电压的关系, 可以用矢量作图法得到线电压 $\dot{U}_{AB}$ 、 $\dot{U}_{BC}$ 、 $\dot{U}_{CA}$, 如图 5-6 所示。由图中可知

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B = 2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \dot{U}_A = \sqrt{3} \dot{U}_A \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C = \sqrt{3} \dot{U}_B \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A = \sqrt{3} \dot{U}_C \angle 30^\circ \end{aligned} \quad (5.6)$$

若线电压有效值记作 U_L , 从式 (5.6) 可知, 线电压的有效值是相电压有效值的 $\sqrt{3}$ 倍, 即 $U_L = \sqrt{3} U_P$, 且三个线电压也是对称三相电压。图 5-6 的线电压相量表达式是

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= U_L \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= U_L \angle -90^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= U_L \angle 150^\circ \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0 \quad (5.7)$$

目前,我国使用的三相四线制低压供电系统中,相电压有效值为 220V,线电压有效值为 380V。这是一种供照明与动力混合使用的供电系统。此外,三相电源还有三相三线制的供电方式。

5.2.2.2 三相三线制

三相电源采用三条线路供电的方式称为三相三线制。根据三相电源连接方式的不同又分为三角形(△形)连接和星形(Y形)连接的两种三相三线制供电方式。

(1) 三角形(△形)连接的三相三线制

将三相电源的三个绕组顺序首尾连接,构成一个闭合回路。从三个连接点引出三条导线组成的供电方式称为三角形连接的三相三线制,如图 5-7 所示。这种方式只能提供一种电压,且相电压等于线电压,即 $U_L = U_P$ 。如果三相电源对称,则三相电压的相量和为 0,如图 5-8(a)所示。即

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = U_P(e^{j0^\circ} + e^{-j120^\circ} + e^{j120^\circ}) = 0 \quad (5.8)$$

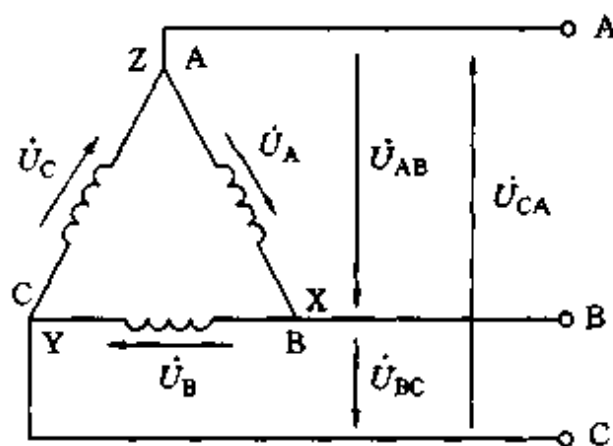


图 5-7 △形连接的三相三线制

若其中某一相绕组接反,则回路中的总电压将大大增加,图 5-8(b)示出 C 相反接时三相电压的相量图。不难看出,此时回路总电压是相电压的两倍,将在△形闭合回路中产生极大的电流,造成三相电源的毁坏,这是不允许的。三角形连接的三相三线制供电方式不易广泛采用,一般只用于高压输电线路中。

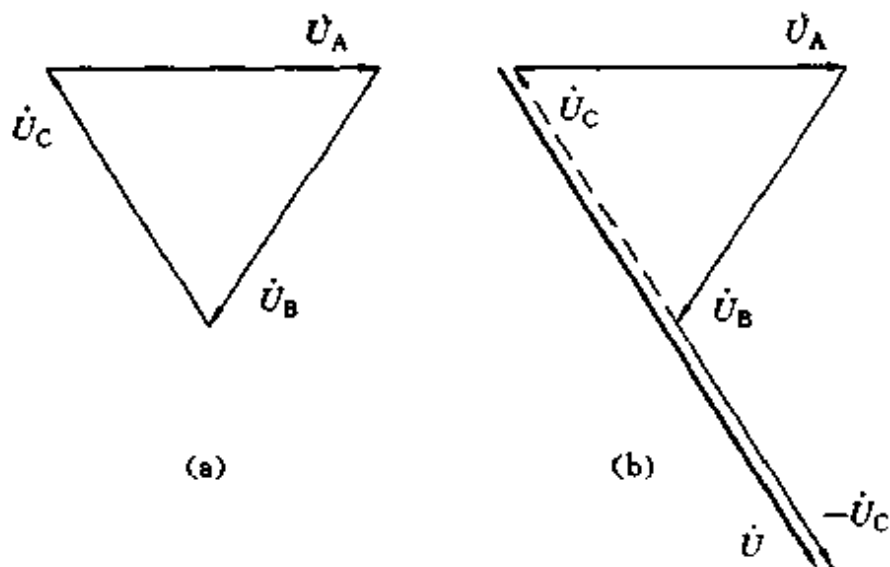


图 5-8 三相电压相量图

(2) 星形(Y形)连接的三相三线制

当三相四线制电源为工矿企业提供动力电时,其负载主要是三相交流电动机、三相变压器等动力设备,这些设备都是三相对称负载。在三相负载完全对称时,三相四线制电源的中线电流为 0。因此,动力电常常不提供中线,而采用 Y 形连接的三相三线制供电方式。

5.3 三相电路负载的连接

三相电源与负载按一定方式连接起来就组成了三相电路。三相电路的负载由三部分组成,

每一部分叫做一相负载。三相低压电路的负载就是各种类型的低压用电设备。低压电器尽管种类繁多,但大致可以分为两类:一类是只需要单相电源即可工作的设备,称为单相负载,如照明及家用电器、办公自动化设备。另一类则需要三相电源才能工作的设备称为三相负载,如三相交流电动机、三相变压器等动力设备。这两类负载如何接入三相电路才能保证设备安全工作和电路正常运行呢?

5.3.1 负载接入三相电源的原则

1. 负载额定电压等于电源电压的原则:为了使负载能够安全可靠地长期工作,必须按照电源电压等于负载额定电压的原则将用电设备接入三相电源。

2. 负载的接入应力求三相负载达到均衡,对称的原则:由对称三相电源和对称三相负载所组成的电路叫对称三相电路。对称三相电路可以使三相电源得到充分合理的利用。因此,均衡三相负载是低压配电设计中的一个重要内容。

5.3.2 单相负载的连接

日常生活中使用的照明灯,家用电器及办公自动化设备的额定电压均为单相 220V。按照上述原则应将家用电器接在低压三相交流电(380/220V)的端线与中线之间。由于家用电器的负载类型有较大的差异(如电暖气、电熨斗等电热器具是纯电阻负载,日光灯、空调、冰箱等是电感性负载),为了使三相负载均衡对称,当家用电器的数量较多时应使各相接入的家电类型的功率尽可能相等,如图 5-9 所示。

有的低压电器(如交流接触器、继电器)的控制线圈使用单相 380V 额定电压,在使用时需接入两条端线之间,如错接在端线与中线之间,这些电器将无法正常工作。

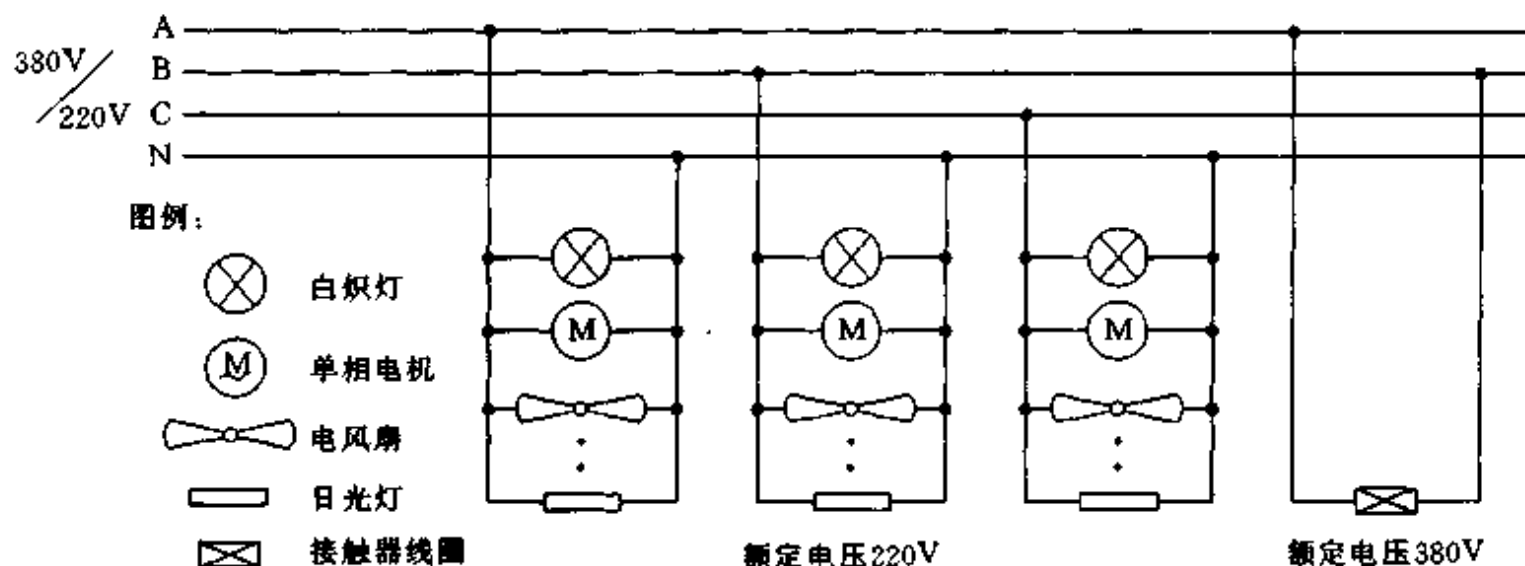


图 5-9 单相负载接入三相四线制电源

5.3.3 对称三相负载的连接

动力设备(如三相电动机)是将三个完全对称的三相负载做成一体,当动力设备接入三相电源时,可以保证三相负载的均衡和对称。根据额定电压的不同,电动机的三相绕组应按不同方式接入三相电源。当电动机每相绕组的额定电压为 220V 时,三相绕组应按星形方式接入三相电源,若绕组的额定电压为 380V 时,三相绕组应按三角形方式接入三相电源,如图 5-10 所示。

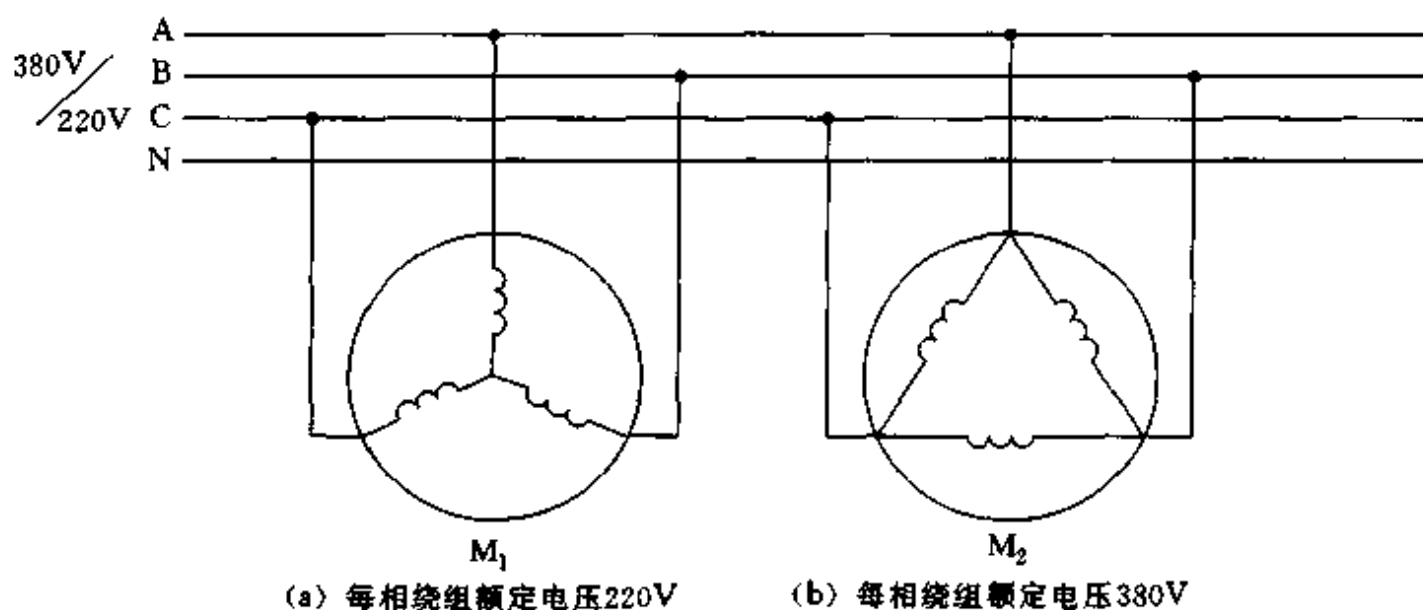


图 5-10 三相负载接入三相四线制电源

5.4 三相电路的计算

5.4.1 对称三相负载星形连接

图 5-11 中,三相电源与对称三相负载均为星形连接。其中 Z_A 、 Z_B 、 Z_C 分别是 A、B、C 相的负载,且 $Z_A = Z_B = Z_C$ 。它们可以是三相交流电动机的三相绕组,也可以是三个单相负载组成的三相负载。三个负载的一端分别接于端线 A、B、C,另外三个端点接在一起,称为负载中点 N' ,并将 N' 与电源中点 N 相连。

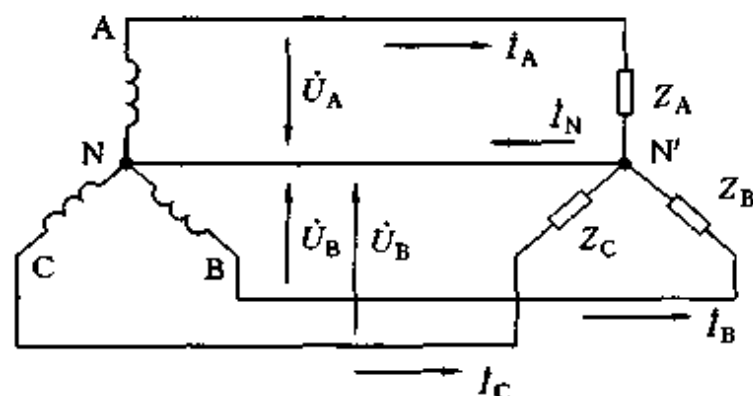


图 5-11 三相负载星形连接的三相四线制

三相负载星形连接有两个特点:

1. 忽略输电线路上的阻抗压降,每相负载的电压等于相应电源的相电压,即 $U_P = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$
2. 每相负载的相电流等于相应端线(火线)的线电流,即 $I_P = I_L$ 。

设三相负载的复阻抗为 $Z_A = Z_B = Z_C = R + jX = |Z| \angle \varphi$,三相电源的相电压为 $\dot{U}_A = U_P \angle 0^\circ$, $\dot{U}_B = U_P \angle -120^\circ$, $\dot{U}_C = U_P \angle 120^\circ$,电压、电流的方向如图 5-11 所示,则各相负载的电流是

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{U_P \angle 0^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_P}{|Z|} \angle -\varphi \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{U_P \angle -120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_P}{|Z|} \angle -120^\circ - \varphi \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{U_P \angle 120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_P}{|Z|} \angle 120^\circ - \varphi$$

以上分析表明,对称三相负载星形连接的电路,其各相负载电流的幅度相等($I_A = I_B = I_C = \frac{U_P}{|Z|}$),各相电流的相位差依次相差 120° 。因此 $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ 三个相电流是对称的。中线电流为

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \quad (5.9)$$

正是由于对称三相负载星形连接时三相四线制电源中线电流为 0,所以动力电通常省去中线而采用三相三线制星形供电方式。尽管没有中线,由于负载的对称性保证了负载中点 N' 和电源中点 N 的电位相等。

例 5.1 某建筑物的照明轮廓灯由 300 盏白炽灯组成,每盏灯的额定电压为 220V,额定功率为 100W,电源为三相四线制 380/220V。问:

(1) 白炽灯的分配与接线。

(2) 当轮廓灯点亮时,线电流 $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ 各是多少?

解:(1) 照明设备是由单相负载组成的三相电路。根据负载额定电压等于电源电压及三相负载均衡对称的原则,每盏灯应接在端线与中线之间,A、B、C 三相每相接 100 盏。接线图示于图 5-12。

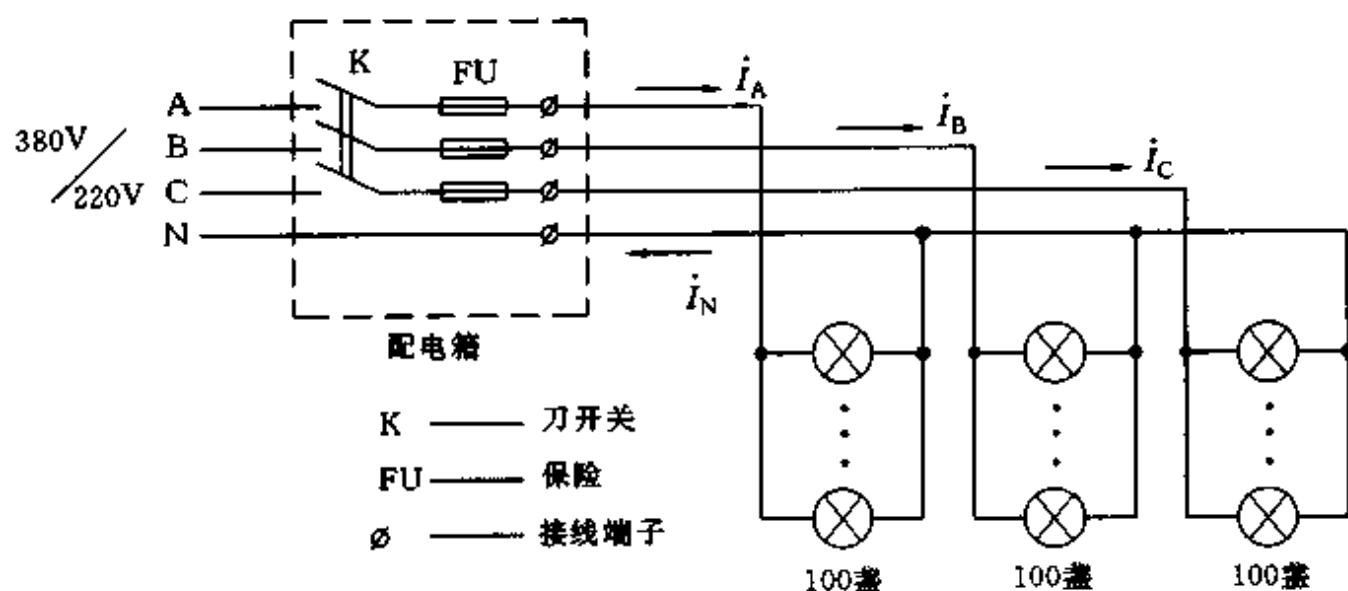


图 5-12 例 5-1 照明线路图

(2) 每盏灯的电阻 $R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{100} = 484\Omega$

每相电源的负载电阻是 100 盏灯的并联,其阻值为 $Z = \frac{R}{100} = 4.84\Omega$ 。

由于三相负载对称,只需计算出任意一相的负载电流即可。设三相电源为顺序, $\dot{U}_A = 220 \angle 0^\circ (V)$ 为参考相量,则

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{220 \angle 0^\circ}{4.84} = 45.45 \angle 0^\circ A$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z} = 45.45 \angle -120^\circ A$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z} = 45.45 \angle 120^\circ A$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

需要指出,若在使用中出现灯丝烧断时,整个三相负载将不再对称。为了保证照明线路的正常工作,上述电路的中线是不能省略的。

5.4.2 对称三相负载三角形连接

当三相负载的额定电压为 380V 时,负载应按三角形连接并接在三条端线之间,如图 5-13 所示。每相负载电压等于相应的线电压。各相电流正方向如图所示,并有如下关系:

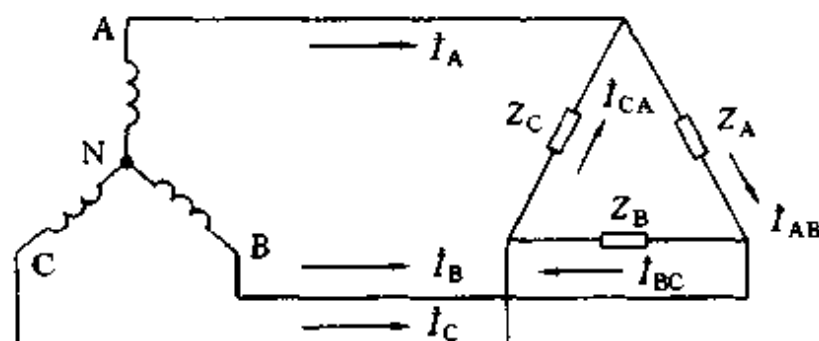


图 5-13 三相负载△形连接

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}\end{aligned}\quad (5.10)$$

设 $\dot{U}_{AB} = U_L \angle 0^\circ$, $\dot{U}_{BC} = U_L \angle -120^\circ$, $\dot{U}_{CA} = U_L \angle 120^\circ$; $Z_A = Z_B = Z_C = |Z| \angle \varphi$ 。则各相负载电流为

$$\begin{aligned}\dot{I}_{AB} &= \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_A} = \frac{U_L \angle 0^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_L}{|Z|} \angle -\varphi \\ \dot{I}_{BC} &= \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_B} = \frac{U_L \angle -120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_L}{|Z|} \angle -120^\circ - \varphi \\ \dot{I}_{CA} &= \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_C} = \frac{U_L \angle 120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_L}{|Z|} \angle 120^\circ - \varphi\end{aligned}\quad (5.11)$$

各相电流与线电流的关系可用图 5-14 相量图法求出。从图中可知,对称三相负载在三角形连接时,线电流与相电流均是对称三相电流,线电流 I_L 与相电流 I_P 的关系是 $I_L = \sqrt{3} I_P$,线电流的相位滞后相电流 30° 。

例 5.2 有一台三相电动机,各相绕组的额定电压为 380V,阻抗为 $13.8 + j12\Omega$,问:

- (1) 三相绕组如何联接?
- (2) 计算负载的相电流及电源的线电流。

解: (1) 由于各相绕组额定电压是 380V,因此三相绕组应采用三角形连接(注意每相的首尾端不要接错),如图 5-13 所示。

- (2) 每相绕组的阻抗是

$$\begin{aligned}Z &= R + jX = 13.8 + j12 \\ &= \sqrt{13.8^2 + 12^2} \angle \tan^{-1} \frac{12}{13.8} = 18.29 \angle 41^\circ \Omega\end{aligned}$$

以 $\dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{V}$ 为参考,根据式(5.11)可得:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \frac{380 \angle 0^\circ}{18.29 \angle 41^\circ} = 20.78 \angle -41^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BC} = 20.78 \angle -161^\circ \text{ A}; \dot{I}_{CA} = 20.78 \angle 79^\circ \text{ A};$$

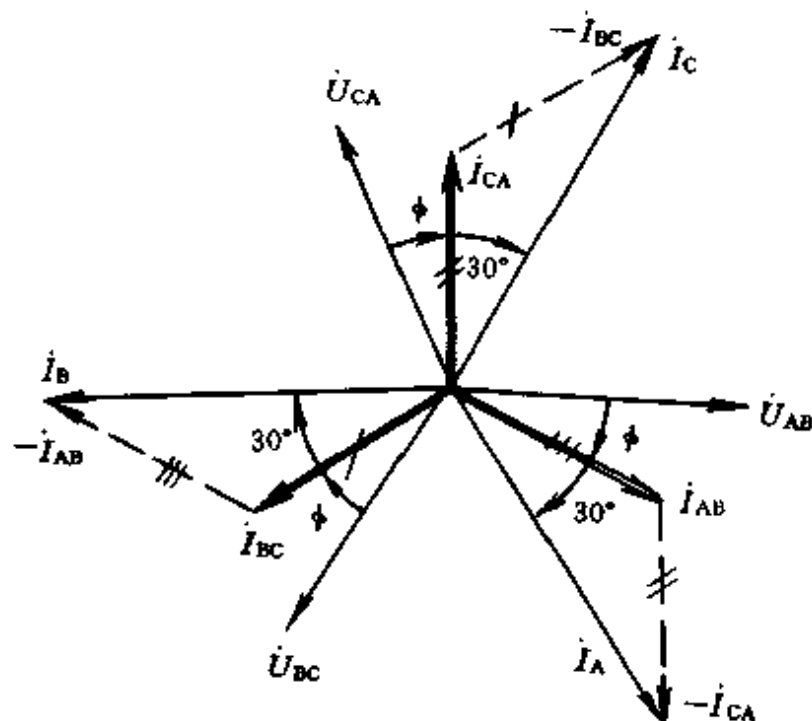


图 5-14 负载三角形连接的相量图

各线电流从图 5-14 中可得:

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{AB} \angle -30^\circ = 35.99 \angle -71^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3} \dot{I}_{BC} \angle -30^\circ = 35.99 \angle -191^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \sqrt{3} \dot{I}_{CA} \angle -30^\circ = 35.99 \angle 49^\circ \text{ A}$$

5.4.3 三相不对称负载的星形连接

如果三相负载的复数阻抗不相等,就是三相不对称负载。这种情况主要发生在三相四线制作低压照明供电的线路中。通常居民住宅楼的配电是每单元引出一相照明电,三个单元为一组接成星形三相负载。众所周知,各家拥有的家用电器和照明灯具的数量有很大差异,不同的电器其阻抗的大小与性质不同,各家使用电器设备的时间又是随意的。因此,照明线路基本上是处于三相不对称负载运行状态。此时,各相电流不相等,中线电流也不为 0。由于中线的存在,使每相负载的电压仍然等于电源相电压。一旦出现中线断开,就会使其中一相或两相电压升高,造成严重的供电事故。因此,在低压照明线路中,中线起着极为重要的作用,请看下例。

例 5.3 在例 5.1 中,若 A 相, B 相各坏 50 盏灯,

(1) 求此时各线的电流。

(2) 若出现中线断开故障,问可能出现的情况。

解: (1) 虽然三相负载不对称,但是由于中线 NN' 的存在,仍然可以使各相负载电压为 220V。此时各相负载为

$$Z_A = \frac{R}{50} = \frac{484}{50} = 9.68 \Omega$$

$$Z_B = \frac{R}{50} = 9.68 \Omega$$

$$Z_C = \frac{R}{100} = 4.84 \Omega$$

各相电流为

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{220\angle 0^\circ}{9.68} = 22.73\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = 22.73\angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{220\angle 120^\circ}{4.84} = 45.45\angle 120^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 22.73 + 22.73(\cos 120^\circ - j\sin 120^\circ) + 45.45(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) \\ &= -11.37 + j19.68 \\ &= 22.73\angle 120^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

(2) 中线断开后如图 5-15 所示, 断点电压 $\dot{U}_{NN'}$, 中线电流 $\dot{I}_N = 0$, 利用叠加定理, 可列方程如下

$$\left(\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}\right) \cdot \dot{U}_{NN'} + \frac{\dot{U}_A}{Z_A} + \frac{\dot{U}_B}{Z_B} + \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = 0$$

可得

$$\dot{U}_{NN'} = -\frac{\frac{\dot{U}_A}{Z_A} + \frac{\dot{U}_B}{Z_B} + \frac{\dot{U}_C}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}}$$

其中 $Z_A = Z_B = 9.68\Omega$, $Z_C = 4.84\Omega$, $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{ V}$, $\dot{U}_B = 220\angle -120^\circ \text{ V}$, $\dot{U}_C = 220\angle 120^\circ \text{ V}$
代入上式得

$$\dot{U}_{NN'} = 55\angle -60^\circ$$

$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_A + \dot{U}_{NN'} = 220\angle 0^\circ + 55\angle -60^\circ = 252\angle -10.9^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B + \dot{U}_{NN'} = 220\angle -120^\circ + 55\angle -60^\circ = 252\angle 251^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C + \dot{U}_{NN'} = 220\angle 120^\circ + 55\angle -60^\circ = 198.3\angle 46.1^\circ \text{ V}$$

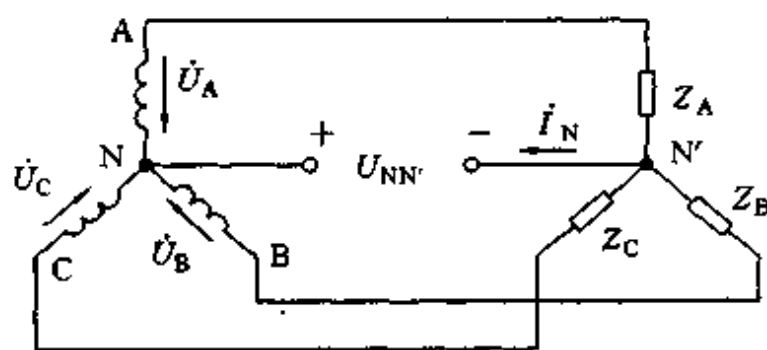


图 5-15 例 5.3 的图

以上计算结果表明: 三相负载不对称时, 中线电流不为 0。中线不能断开, 否则负载的相电压不等于电源的相电压。其中某些负载的相电压会超过额定值, 从而引起灯泡烧坏; 某些负载的相电压会降低, 从而不能正常工作。同时负载中点(零线)会带电。三相负载越不对称上述现象越严重。居民区出现的大范围烧毁家用电器的事故多数是中线断路引起的。因此, 三相四线制低压照明电路的中线上绝对不允许安装熔断器和开关。

5.5 三相电路的功率

5.5.1 有功功率

根据能量守恒定律,三相电路提供的总有功功率等于各相负载消耗的有功功率的总和。因此,不论三相负载是否对称都有如下关系:

$$\begin{aligned} P &= P_A + P_B + P_C \\ &= U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C \end{aligned} \quad (5.12)$$

式中 U_A, U_B, U_C 是三相负载的相电压, I_A, I_B, I_C 是三相负载的相电流, $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ 是各相负载相电压、相电流的相位差。

当三相负载对称时,各相负载的电压、电流、复阻抗全相等。所以三相电路总有功功率是一相有功功率的 3 倍。即

$$P = 3U_P I_P \cos \varphi \quad (5.13)$$

对称三相负载星形连接时, $U_P = \frac{1}{\sqrt{3}} U_L, I_P = I_L$ 。而三角形连接时, $U_P = U_L, I_P = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L$ 。

将上述关系代入(5.13)式,可以得到相同的结果,即

$$P = \sqrt{3} U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi \quad (5.14)$$

式(5.14)说明,只要负载对称,不管三相负载是星形连接还是三角形连接,有功功率都可以用式(5.14)计算。其中 U_L, I_L 是线电压、线电流, φ 是相电压与相电流的相位差,即每相负载的阻抗角。由于三相电路的线电压、线电流容易测量,式(5.14)是三相电路有功功率计算的主要公式。

5.5.2 无功功率

三相电路的无功功率是衡量三相电源与三相负载中的储能元件进行能量交换的规模。根据能量守恒定律,三相电路的无功功率等于三相负载无功功率之和,即

$$\begin{aligned} Q &= Q_A + Q_B + Q_C \\ &= U_A I_A \cdot \sin \varphi_A + U_B I_B \cdot \sin \varphi_B + U_C I_C \cdot \sin \varphi_C \end{aligned} \quad (5.15)$$

与有功功率的分析相同,在对称三相负载时,有

$$Q = 3U_P \cdot I_P \cdot \sin \varphi \quad (5.16)$$

或

$$Q = \sqrt{3} U_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi \quad (5.17)$$

无功功率不能被负载吸收,不能转换成人们所需要的能量形式,只是无端地在电路上反复传送,一会从电源传送给负载,一会又从负载反送给电源。无功功率的传送不仅白白占用了电网的有限资源,加大线路的损耗,同时还对电网和发电机组的运行带来有害的影响。三相异步交流电动机是三相电路的主要负载,其用电量占总动力电的 80% 以上。因此,三相负载以感性为主。为了改善负载的功率因数,配电室中都备有大型电力电容柜以调整三相负载的阻抗角。

5.5.3 视在功率

三相电路的视在功率是三相电路可能提供的最大功率,就是电力网的容量。

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_P \cdot I_P = \sqrt{3}U_L \cdot I_L \quad (5.18)$$

式(5.18)表明,提高功率因数,减小电路中的无功功率,是充分发挥电网供电能力的重要措施。

例 5.4 (1)求例 5.2 中三相电动机的有功功率 P ,无功功率 Q ,视在功率 S 及功率因数 $\cos\varphi$,

(2)若要将负载功率因数提高到 0.95,试求线电流是多少。

解:(1)功率计算

$$P = \sqrt{3}U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 35.99 \times \cos 41^\circ = 17.88 \text{ kW}$$

$$Q = \sqrt{3}U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 35.99 \times \sin 41^\circ = 15.54 \text{ kVar}$$

$$S = \sqrt{3}U_L \cdot I_L = \sqrt{3} \times 380 \times 35.99 = 23.69 \text{ kVA}$$

$$\cos\varphi = \cos 41^\circ \approx 0.75$$

(2)若加补偿电容后,功率因数提高到 0.95,则

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3}U_L \cdot \cos\varphi} = \frac{17.88 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.95} = 28.6 \text{ A}$$

$$\frac{I_L - I_L'}{I_L} \times 100\% \approx 20\%$$

可见提高 $\cos\varphi$ 以后,可以使线路电流减少约 20%。

5.6 低压配电线路

以上介绍了有关三相电源和负载的特点,连接方式及电压、电流、功率的计算,以下介绍三相低压电是如何送到用户,在输送过程中要考虑什么问题?

5.6.1 低压配电线路的结构

由图 5-1 可知,低压配电线路是由配电室(配电箱),低压线路,用户线路组成。通常一个低压配电线路的容量在几十千伏安到几百千伏安的范围,负责几十个用户的供电。为了合理地分配电能,有效地管理线路,提高线路的可靠性,一般都采用分级供电方式,即按照用户地域或空间的分布,将用户划分成供电区和片,通过干线、支线向区、片供电,然后再向用户供电。整个供电线路形成一个分级的网状结构。低压电网的结构有星形、树形、网形和环形四种形式。其中星形、树形结构简单,维护方便,易于管理,因此广泛应用于低压配电线路中。图 5-16 是某校实验楼树形供电线路示意图。

5.6.2 低压配电线路的组成

低压配电线路由配电装置,供电线路和用户负载组成。

1. 配电装置:配电装置一般安装在分级供电的节点上。根据负载容量的大小,配电装置有配电柜,配电箱、配电盘等几种。配电装置上都装有开关、熔断器、保护装置。根据需要,一般家用配电盘上还装有电度表,而配电柜上装有测量仪表,如电压表,电流表,功率因数表等。配电装置的功能是:

(1)控制用户线路与电网的通断;当用户线路需要检修或长期闲置不用时,可以切断电源

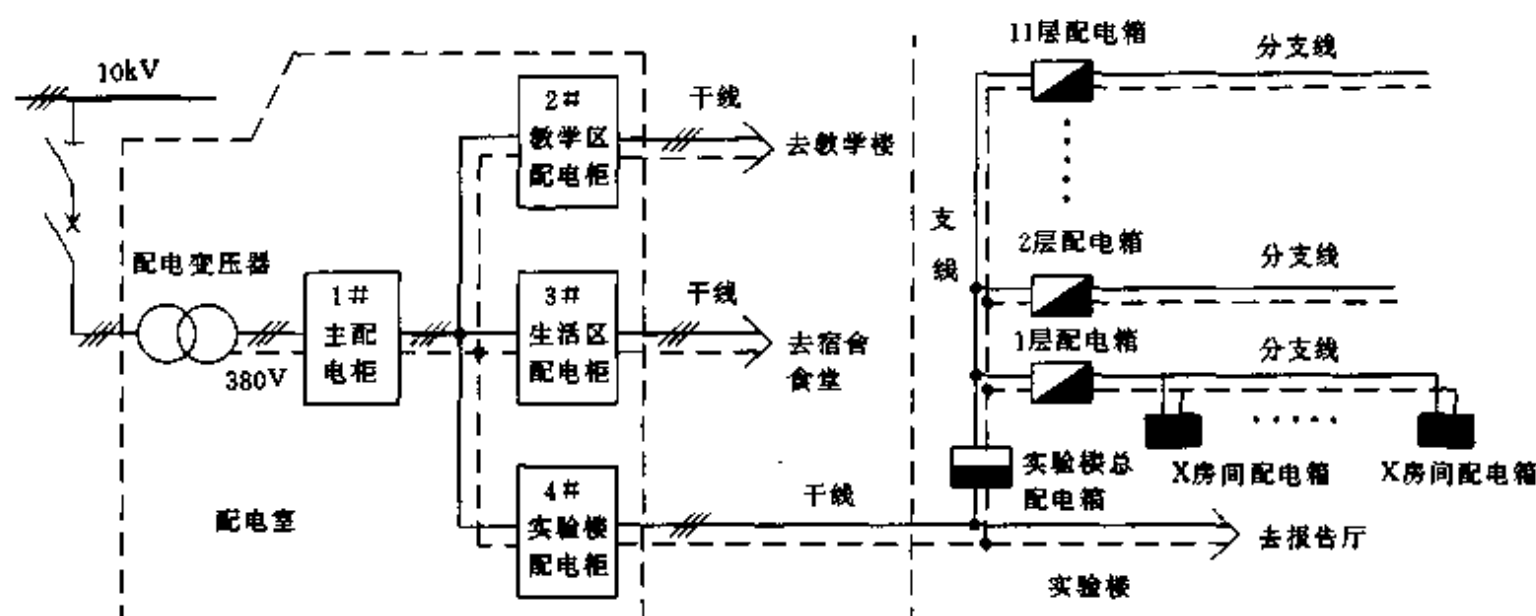


图 5-16 树形供电网示意图

确保安全。

(2) 负载用电量的限制与线路的保护：当负载用电量超过规定配额(过载)，或线路出现过压、欠压、过流等不正常运行情况时，保护装置会自动切断电源，防止重大电器事故的发生。

(3) 电路监测与用电量的计量：配电室一般都设值班人员 24 小时监视电网运行。配电柜上大多装有三相功率表用于电量计费，同时装有电压表、电流表和功率因数表，随时监视电网并根据运行情况改变配电变压器的抽头调整供电电压，投入适量补偿电容以保证供电的质量。

2. 供电线路：供电线路是输送、分配电能的导线，通常有母线，电缆和绝缘导线。

(1) 母线：母线是矩形截面的裸导线，多用于配电室内和配电柜中。母线允许的电流可达数千安培，又称为汇流排。A、B、C 三相母线上分别涂有黄、绿、红三种颜色以示区别，母线采用明装架空敷设方式。

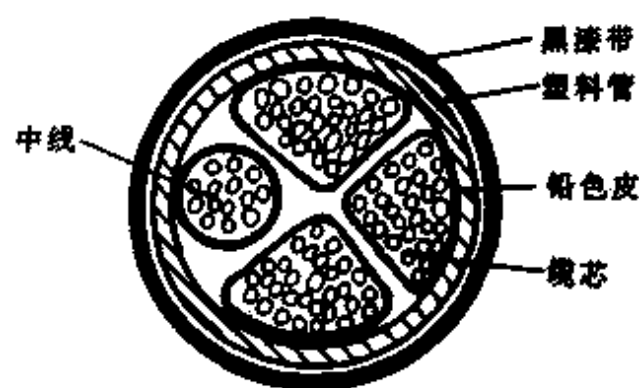


图 5-17 四芯电缆

(2) 低压电缆：低压电缆由缆芯，绝缘层和防护层三部分组成。缆芯有单芯、两芯、三芯和四芯几种类型。三相四线制供电线路一般采用四芯电缆，用于干线，支线的供电线路。电缆一般用于地沟敷设或埋地暗敷方式，图 5-17 所示为四芯电缆剖面图。

(3) 绝缘导线：具有绝缘层的导线称为绝缘导线。导线分类的方法很多，按线芯数量可分为单芯、双芯、多芯线；按绝缘材料分为橡胶绝缘和塑料绝缘。绝缘线的截面从 $0.2\text{mm}^2 \sim 150\text{mm}^2$ 分为几十种规格，主要用于支线和室内照明线路。

3. 用户负载：用户负载有两种，一种是车间、实验室等需要三相电的场所，另一种是行政办公和居民生活用电等需要单相电的场所，后一种统称室内照明线路。室内照明线路由配电箱(盘)、室内线路、照明灯具、插座和开关组成，如图 5-18 所示。

5.6.3 低压配电标准

(1) 低压配电线路的干线，支线，分支线上的压降应小于标准电压的 2%；

(2) 室内电器的受电电压应不低于额定电压的 5%；

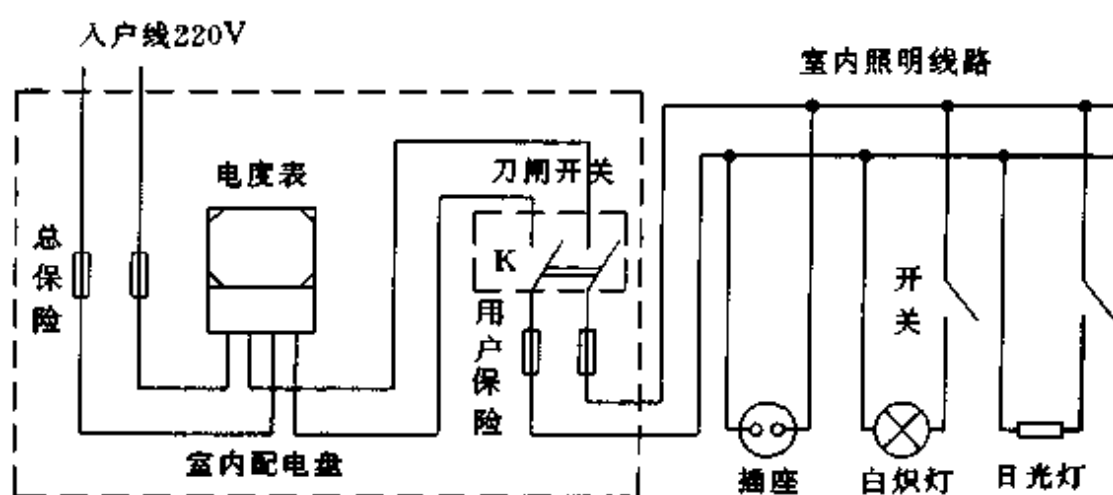


图 5-18 室内照明电路组成示意图

- (3) 室内照明线路应不少于两条独立支路，每条支路的电流应不小于 10A；
- (4) 室内每条独立支路上的用电器具（包括插座）不得超过 20 个；
- (5) 在独立支路上，照明电与动力电不能混用。

低压配电的标准与规定有许多，以上只是与配线和用电有关的一些标准。

5.6.4 照明电路施工图

照明电路施工图是根据国家颁布的有关电器技术标准，使用统一符号绘制的施工图。照明电路施工图有两种：一种是照明系统原理图，它是用来描述整个系统结构，设备的组成，连接的方式及运行的原理。原理图不涉及设备的具体结构及安装，如图 5-19(a)所示。另一种是安装接线图，它是根据电器设备的实际结构和安装规范在建筑平面图上绘制的工程施工图。图中需标明电器元件的规格、型号、安装位置、线路敷设方式等要求，以便工程人员按图施工，如图 5-19(b)所示。

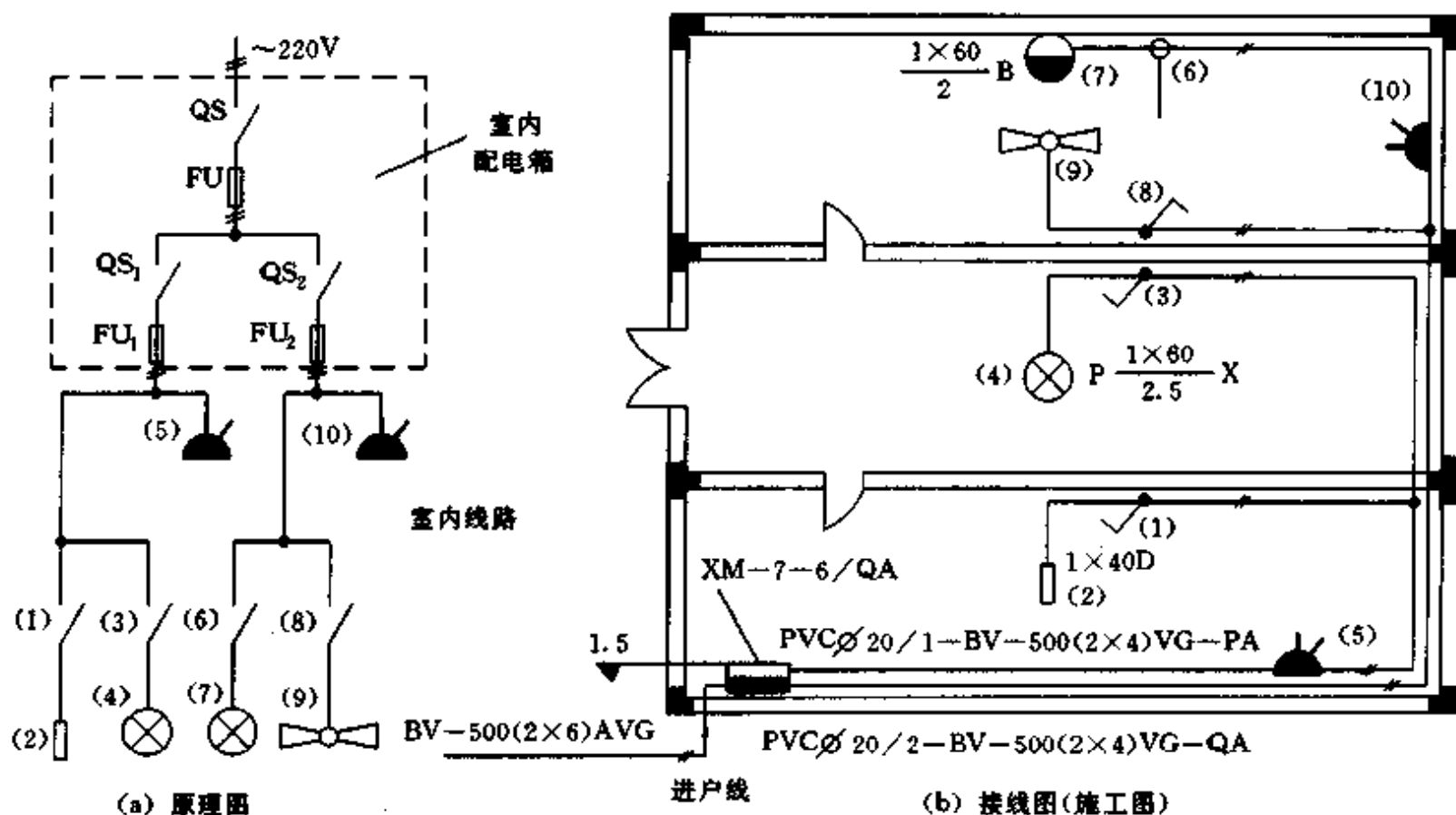


图 5-19 室内照明线路施工图

图 5-19 已经完全描述了室内照明系统的结构、所需设备的类型、安装尺寸、配线规格、敷

设连接方式等技术要求。施工图不仅是工程安装的依据,而且也是工程预算,监理,验收和维护的依据,是建筑物的重要资料,必须妥善保存。施工图是工程技术的“语言”,要读懂施工图应了解图形符号的意义和文字标注的方法。

5.6.4.1 图形、文字及标准符号的意义

1. 图形符号

部分常用照明施工图的图形符号见表 5-1。

表 5-1 部分常用照明电路施工图图形符号

图例	名称	图例	名称	图例	名称
	灯具的一般符号		壁灯		照明配电箱
	日光灯		吊式电风扇		三相母线
	明装单相两线插座		暗装单相两线插座		接地符号
	明装单相带接地插座		暗装单相带接地插座		熔断器
	拉线开关(单相二线)		明装单相开关		双极带熔断开关
	拉线双控开关		暗装单相开关		室内平面安装高度

2. 常用文字符号

部分常用文字符号见表 5-2。

表 5-2 部分常用文字符号

文字符号	表达内容	文字符号	表达内容	文字符号	表达内容
GC	金属线槽敷设	PM	沿天花板敷设	B	壁装式
XC	塑料线槽敷设	DM	沿地板敷设	T	台上安装
VG	硬塑料管敷设	PA	暗敷顶棚内	Z	柱上安装
DG	薄电线管敷设	DA	暗敷地板内	D	吸顶安装
LM	沿屋架下弦敷设	QA	暗敷墙内	P	平盘罩灯
QM	沿墙敷设	X	吊线式	S	伞形罩灯

3. 施工图中标注符号的意义

照明施工图中标注的符号及意义见表 5-3。

表 5-3 照明施工平面图中标注的符号及意义

在配电线路上的标注格式		对照明灯具的表达格式	
$a-b(c\times d)e-f$		$a-b\frac{c-d}{e}f$	
a——回路标号	d——导线截面	a——灯具数	d——灯泡瓦数
b——导线型号	e——敷设方式	b——型号	e——安装高度(m)
c——导线根数	f——敷设部位	c——每盏灯的灯泡数	f——安装方式

5.6.4.2 阅读照明电路施工图

读图的方法一般先看系统原理图,了解室内照明电路有几个支路,每个支路的作用,各支路的连接关系及各支路有哪些元件设备。以图 5-19(a)为例,室内照明从 220V 单相交流电源引入,在配电盘内先经过总开关 QS,总熔断器 FU 后分为两路。两条支路各自经过 QS_1 、 QS_2 和熔断器 FU_1 、 FU_2 进入室内。带有配电装置的支路才是独立支路。所以该室照明电路具有两条独立支路。支路 1 上安装有日光灯,白炽灯,电源插座各一个;支路 2 上装有白炽灯,吊扇,电源插座各一个。至于各元件的型号、规格、安装位置及配线方式等施工技术要求在安装接线图中表示。

图 5-19(b)是安装接线图,照明进户线标注 BV—500(2×6)AVG,其含意是铜芯聚氯乙烯线,耐压 500V,截面为 6mm^2 双根线,穿硬塑料管暗敷。入户线接规格为 XM-7-6/QA 的配电箱,其安装高度距地面 1.5m;从配电箱分出两路标注为 1-BV-500(2×2.5)VG-PA,其意义是第一支路为双线截面 2.5mm^2 塑料线,穿硬塑料管沿天花板内暗敷,线管为 $\text{PVC}\Phi 20$;第二条支路配线规格与第一条相同,敷设方式为 $\text{PVC}\Phi 20$ 线管暗埋墙内。电器元件(1)、(3)、(8)是暗装单相开关;(6)是明装吊线开关;(2)标注 $1\times 40\text{D}$ 表示 1 盏 40W 日光灯吸顶安装;(4)标注 P 表示玻璃平盘吊灯一盏,60W,吊线或安装距地 2.5m;(7)标注 B 表示 1 盏 60W 壁灯,安装距地 2m 高。

详细的图形文字符号及标注符号的图表请查阅《建筑电器安装工程图集》和《建筑电器设计技术规程》。

〈操作与应用〉 室内照明电的一般检测

[目的]

1. 了解室内照明电路的实际结构与照明设施;
2. 掌握用观察法和试电笔,万用表等简单仪器检测室内电路的方法。

[内容]

1. 介绍试电笔的结构与使用方法,配电箱的结构,电源插座左零右火的接线规定;电流密度 $4\sim 6\text{A}/\text{mm}^2$ 。

2. 室内独立支路数的检查

- (1) 使室内灯具全部点亮,用试电笔检查各插座是否全部供电;
- (2) 依次切断配电箱的开关;
- (3) 观察灯具与插座供电情况,并作好记录;
- (4) 综合上述检测,确定室内照明总开关,独立支路数及各独立支路的供电范围。

3. 室内配线容量检测

- (1) 打开电源插座盖板,观察导线线径,估算截面, $S = \frac{\pi D^2}{4}$ 。D 为单股线的直径,

$$S_{\text{铜}} \geq 1.5\text{mm}^2; \quad S_{\text{铝}} \geq 2.0\text{mm}^2$$

(2) 取 2kW 电炉一只,接在支路最远端插座上,用万用表 500V 电压挡分别测量配电盘出线端电压 U_1 和电炉端电压 U_2 ,计算支路的电压降 ΔU

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \times 100\%,$$

$$\Delta U \leq 5\%, \text{ 且 } 0.95 \times 220\text{V} \leq U_2 \leq 1.05 \times 220\text{V}.$$

(3) 作好记录。

[说明]

以实验室,教室或办公室等实际照明电路为检测对象。操作必须在指导教师带领下分组完成,保证人身安全。每组配试电笔1支,万用表1块。

〈操作与应用〉 单相负载的连接与测量

[目的]

1. 掌握单相负载的星形、三角形的连接方法与测量;
2. 负载不平衡时中线的作用。

[内容]

1. 负载作 Δ 形连接,接好线,画接线图,将 $K_1 \sim K_5$ 闭合,电源接通后,闭合 K 观察灯亮的情况,测量并记录线电压、线电流。
2. 负载作 Y 形连接,接好中线,画接线图,通电后,重复上述测量,加测负载相电压、相电流及中线电流。
3. 闭合 K_1 ,三相负载不对称时,重复2.的测量,此时 I_N 的变化如何?
4. 闭合 K_1 ,打开 K_5 ,观察灯发亮的变化,重复3.的测量
5. 实测结果的分析结论。

[说明]

实验教具如图5-20所示,负载为220V,100W白炽灯组成, $K_1 \sim K_5$ 为单刀扳把开关, K 为三相空气开关, $L_1 \sim L_{14}$ 为接线端子。测量仪表试电笔1支,万用表1块。

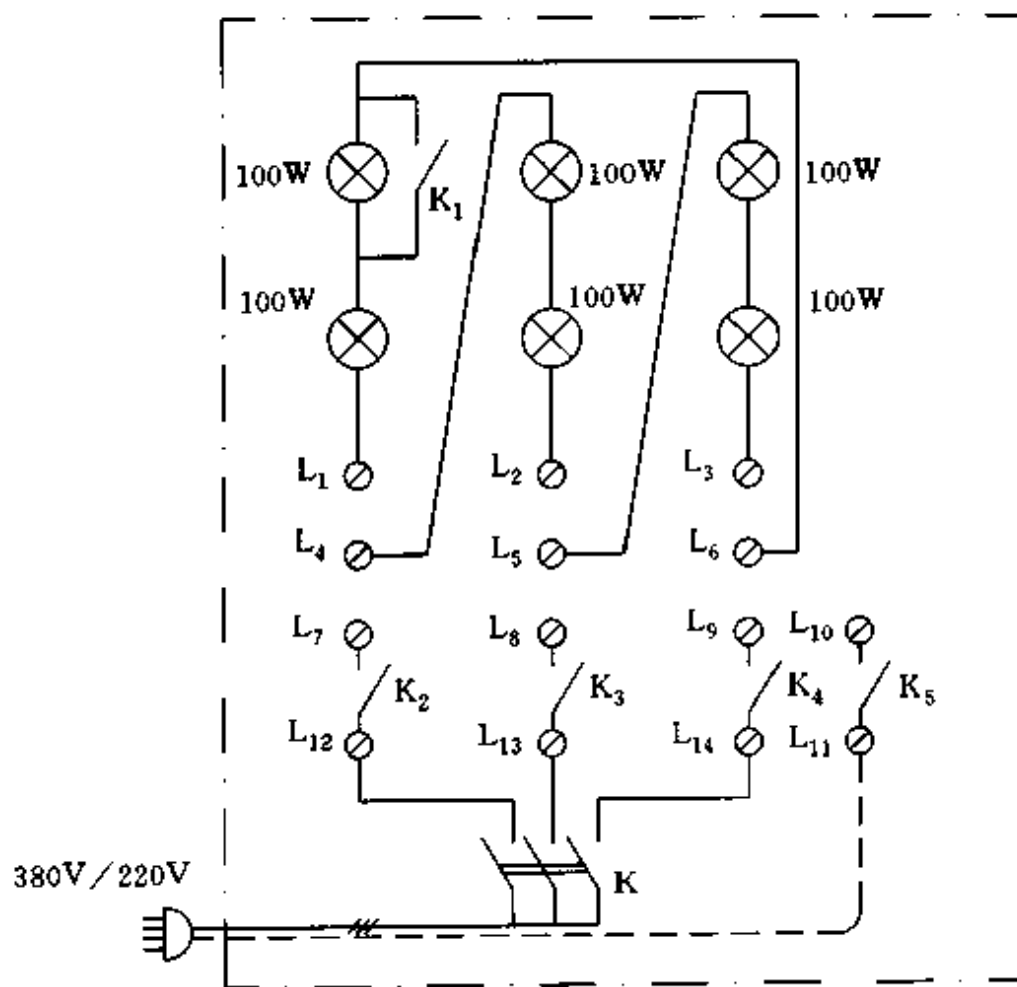


图 5-20

习 题 五

5.1 三相交流发电机绕组星形连接时,若将B相首尾接反,即X,B,Z接成中线,A,Y,C接成端线。求各相电压,线电压(设每相有效值为220V)。

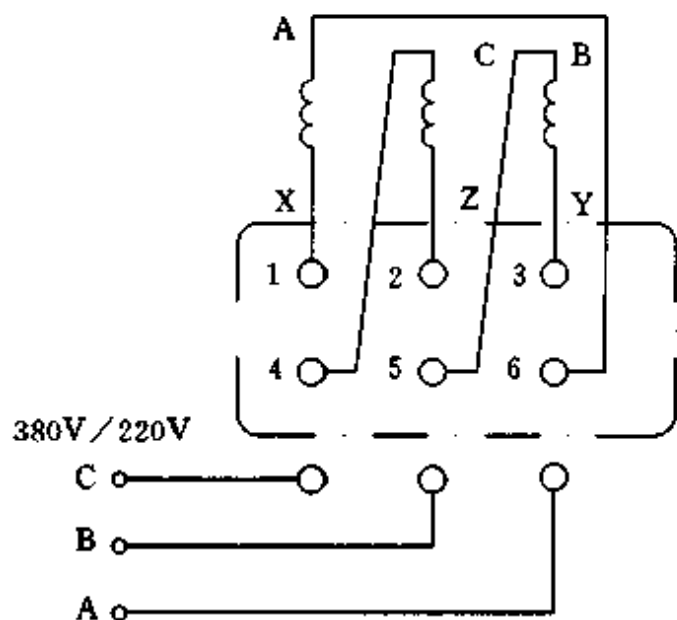


图 T5-1 题 5.2 图

5.2 三相异步电动机三个绕组的六个端头全引到电机的接线板上,如图 T5-1 所示。若电机每相绕组的额定电压为220V,各绕组及电源如何连接?若绕组额定电压380V,又该如何连接?

5.3 已知对称三相负载 $Z=17.32+j10\Omega$,额定电压为220V。三相四线制电源,线电压 $u_{AB}=537\sin(314t+30^\circ)V$,求

(1)电源的频率是多少,线电压,相电压(有效值)各是多少?

(2)三相负载应如何接入三相电源?

(3)计算线电流。

(4)画相量图。

5.4 有120盏日光灯,每只功率40W,额定电压220V,功率因数0.5。电源为三相四线制,电压380/220V,问日光灯应如何连接?当日光灯全部点亮时,相、线电流是多少?

5.5 一台三相电动机,每相复阻抗 $Z=16+j12\Omega$,额定电压380V,三相四线制电源380/220V,求

(1)三相绕组三角形连接时,计算相电流,线电流,画相量图,计算电机的有功功率。

(2)若三相绕组星形连接时,计算相电流,线电流,画相量图,计算电机的有功功率。

(3)将上述两种情况进行比较。

5.6 三相交流电动机绕组按三角形方式连接。其线电压 $U_L=380V$,线电流 $I_L=84.2A$,总功率 $P=48.75kW$ 。求每相绕组等效复阻抗 $Z=?$

5.7 三相交流电路如图 T5-2 所示,线电压 $U_L=380V$,对称三相负载复阻抗 $Z=38+j22\Omega$,单相负载 $Z_{AB}=9.8+j36.7\Omega$,试计算线电流 $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ 并画相量图。

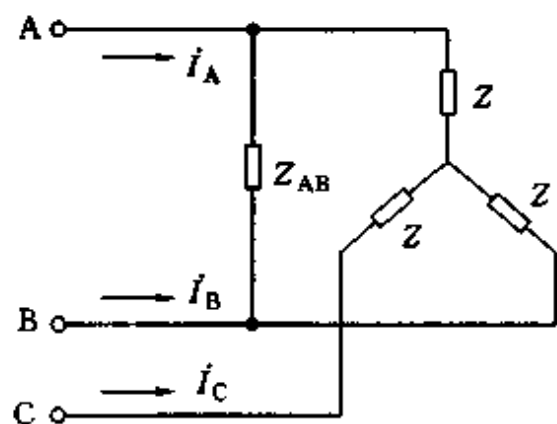


图 T5-2 题 5.7 图

5.8 有一台10kW的电动机,距380V三相电源100m,需要引线向电机供电。若要求电动机绕组上的电压不低于额定电压的5%,求引线的截面至少应为多少?(铜线的电阻率 $\rho=0.0175\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)。

5.9 一台星形连接的发电机,相电流为1380A,线电压为9300V,功率因数为0.8,求发电机输出的有功功率,无功功率和视在功率。若电网加补偿后,使功率因数提高到0.95,求此时发电机输出的有功功率是多少?

第6章 变 压 器

6.1 变压器的一般概念

6.1.1 变压器的功能与分类

变压器是一种利用电磁感应现象,通过磁耦合的方式实现相同频率、相同功率(忽略自身损耗)交流电能传输的设备,在传输能量时,还可以完成电压、电流、阻抗的变换及输入、输出电路的相互隔离。变压器的上述功能使其在电力系统、自动控制系统、电子信息产品等众多领域得到了广泛的应用。

在电力系统中,变压器是输配电的主要设备。输电变压器把电压等级低、电流大的交流电变成电压等级高、电流小的同频等功率交流电。用高压输电方式可以减小远距离传输中的线路损耗。在到达目的地后,再由配电变压器降低电压等级,以降低电气设备的绝缘等级和保证用电安全。可见,变压器在电力网中主要完成电能的传输与电压、电流的变换功能。

在电力网的控制与测量系统中,由于被测电压过高,电流过大不能直接用仪表测量。必须采用变压器将高压变为低压,将大电流变为小电流,然后再通过仪表(称二次仪表)进行测量。这种变压器称为互感器。其功能主要完成电压、电流的变换及二次回路与电网的隔离。

在电子仪器与设备中,所需的直流电源通常是将 220V 交流电经变压器降压、整流后获得。这种变压器的功率较小,称为电源变压器。

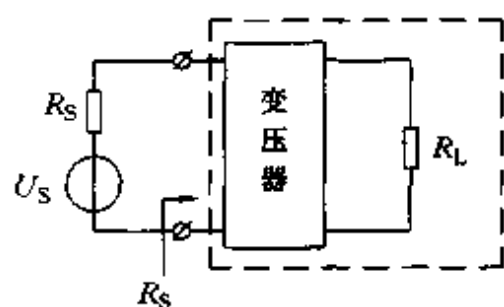


图 6-1 变压器在信号电路中的阻抗变换作用

在电子线路中,微弱的电信号需要经过多级放大,电信号要在各级放大器之间传输。前级放大电路可以等效成有内阻 R_s 的信号源,后级放大电路的输入电阻是负载电阻 R_L ,如图 6-1 所示。一般来讲 $R_s \neq R_L$,如果不采用变压器连接就不能满足最大功率传输条件。这不仅影响了信号能量的传输,而且会造成高频信号的反射形成干扰。

电视机室内天线系统如图 6-2 所示。室内天线使用 300Ω 扁平馈线,而电视机射频口(RF 口)的输入阻抗为 75Ω ,因此需要用 $300\Omega/75\Omega$ 的阻抗变换器(其工作频率为 $50\sim 800\text{MHz}$),这种宽频带变压器称为传输线变压器。此外,在收音机、电视机、短波接收机中使用的高频、中频变压器,在收音机中使用的输出变压器,有线广播系统中使用的线间变压器等都用来完成信号的耦合与阻抗的变换。

变压器的种类繁多,分类的方法各不相同。根据用途可分为:用于高低压输配电的电力变压器,用于机床照明与控制用的控制变压器,用于电子设备供电的电源变压器,用于平滑调节电压的自耦调压器,用于可控硅触发用的脉冲变压器,用于音频广播系统的线间变压器,用于电子线路的高频、中频变压器及传输线变压器等等。根据其功能可以分为:用于电能传输,以交流电能传输为目标的电力变压器和用于电子线路,以信号传输为目标的电信变压器(又称耦合

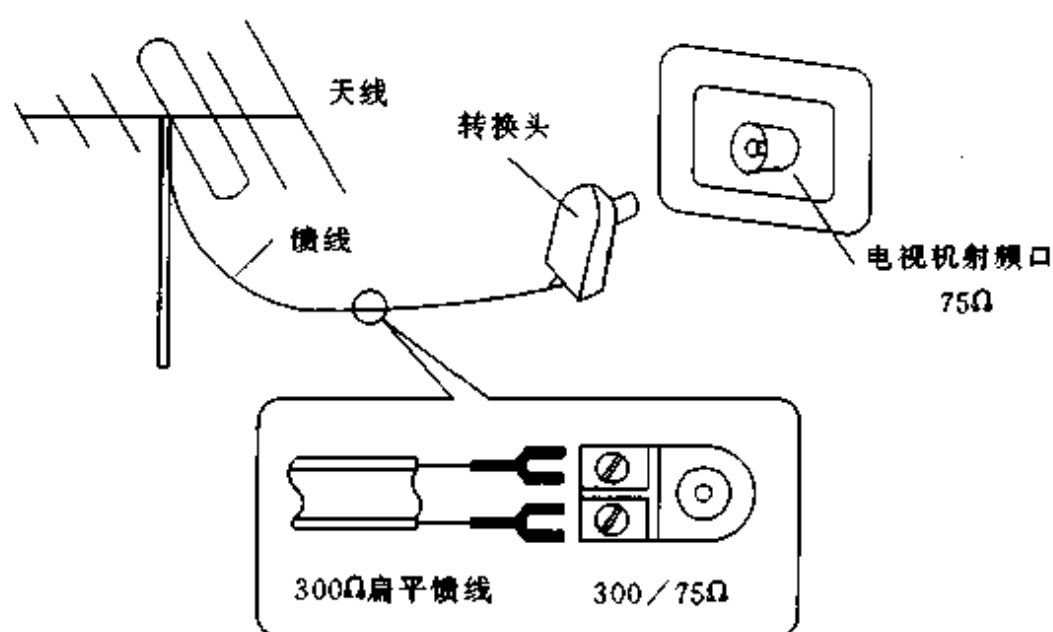


图 6-2 电视天线示意图

变压器)。电力变压器根据电源的相数可分为单相变压器和三相变压器,按照电压升降又可分为升压变压器和降压变压器。用于电信号传输的电信变压器按信号频率又分为音频(输入、输出)变压器,高频变压器和传输线变压器等。尽管电力变压器和电信变压器的功能不同,对变压器的性能要求不同,分析的方法也不尽相同,但它们的基本工作原理和基本构造却大同小异。

6.1.2 变压器的基本构造

变压器都是由铁芯(磁芯)及绕在铁芯(磁芯)上的两个或两个以上的线圈(又称为绕组)两部分组成。图 6-3 是几种常用变压器的结构示意图。

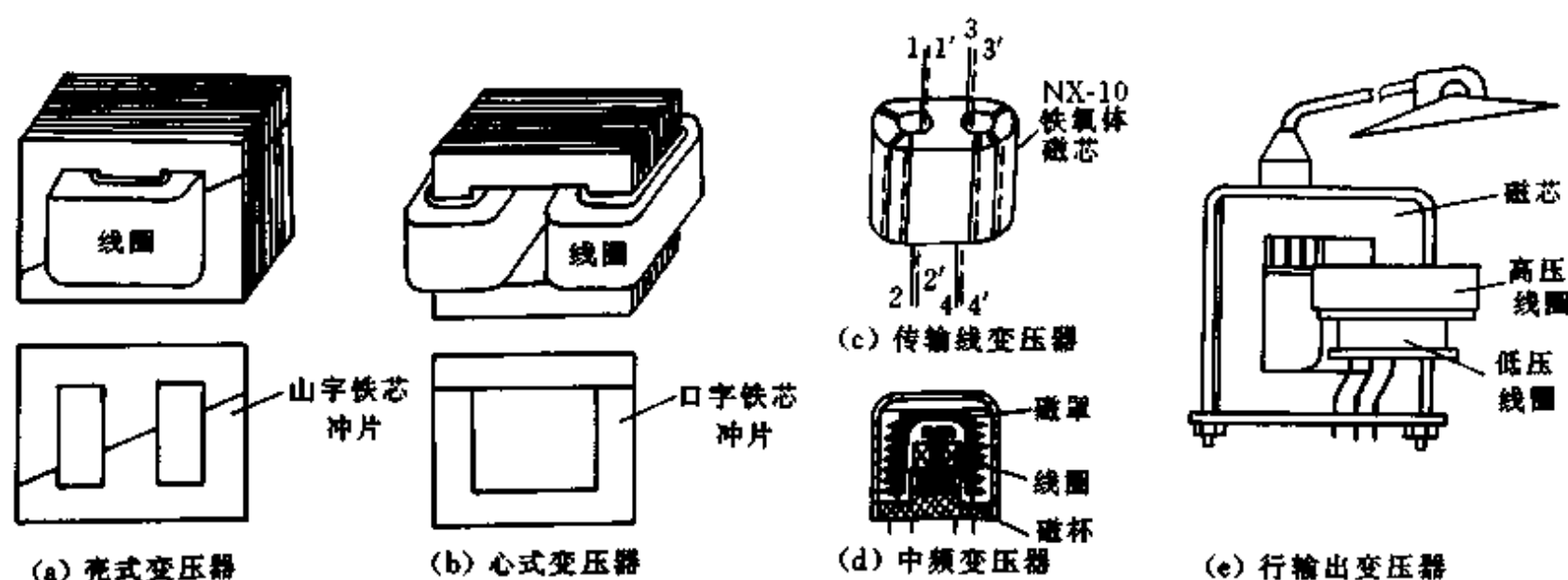


图 6-3 几种常用的变压器

壳式变压器如图 6-3(a)所示。其特点是铁芯包围线圈。铁芯是用山字型硅钢片叠装而成。这种结构用铜量较少,线圈耦合紧,主要用于小功率电源变压器和信号频率不高的耦合变压器。心式变压器如图 6-3(b)所示。其特点是线圈包着铁芯。它的用铁量较少,结构简单,线圈的绕制安装工艺好,绝缘和散热问题容易解决,多用于大容量的电力变压器及电焊变压器中。

传输线变压器如图 6-3(c)所示,采用铁氧体双孔磁芯,双根独股导线穿孔并绕。其工作频率为 $50\text{MHz} \sim 1000\text{MHz}$,主要用于 CATV 有线电视网的分配器、电视转换接头及发射机高频功率合成器等高频宽带信号的阻抗匹配。图 6-3(d)是接收机的高频(中频)变压器。它具有阻抗变换与并联谐振功能。磁罩带有螺纹,调节磁罩可以改变谐振频率。磁罩、磁杯是用铁氧体

材料压铸成型。主要用于各种接收机的高频调谐放大,中频放大及振荡电路中。图 6-3(e)是电视机行输出变压器,它利用行扫描逆程产生 10^4V 以上的高压供显像管使用,其高压线圈(高压包)一般采用环氧树脂封装。

铁芯和磁芯是变压器的磁路部分。为了提高磁路的磁导率,所有变压器几乎都采用高导磁性的铁磁材料。不同用途的变压器,构成磁路的材料也不相同。以电能传输为目标的电力变压器,其特点是输入电压不变,频率不变,而且对输出波形的失真要求较低。因此常采用磁性能并不很好,但价格便宜,厚度为 $0.35\sim 0.5\text{mm}$ 的硅钢片叠装而成。用于音频传输的耦合变压器,为了保证各种输入幅度和频率的信号不失真,必须选用磁性能好的,厚度为 $0.15\sim 0.3\text{mm}$ 的坡莫合金片叠成。而用于高频信号传输的变压器一般都采用铁氧体磁芯。

线圈(又称绕组)是变压器的电路部分。大容量变压器一般采用矩形截面玻璃丝包线绕制,小容量变压器多采用高强度漆包线绕制。与交流电源或信号源连接的线圈称为初级(原边)线圈,与负载连接的线圈称为次级(副边)线圈。线圈的绕制工艺有同心式和交叠式两种。同心式线圈是将几个线圈同心套装在一起,交叠式线圈的初次级交错叠放,如图 6-4 所示。

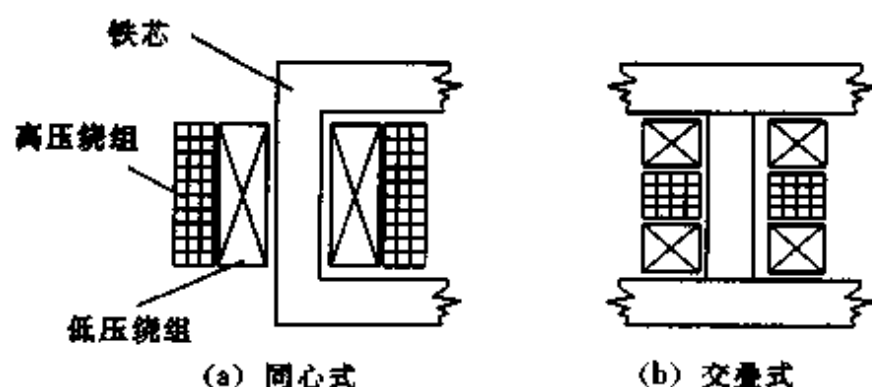


图 6-4 变压器线圈结构

变压器的示意图一般画成图 6-5(a)的形式。为了观看和标注方便,通常将两个线圈分画在两侧。变压器的电路符号如图(b),(c)所示。

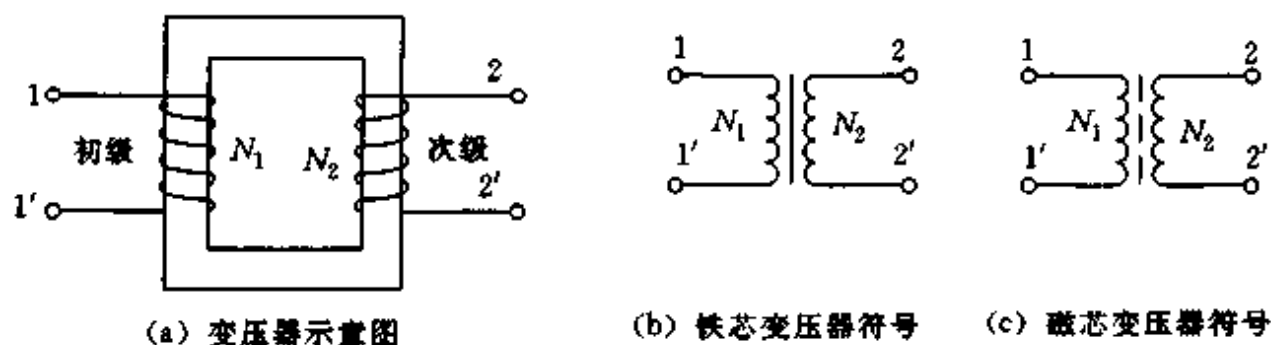


图 6-5 变压器的图形符号

6.1.3 变压器使用的磁性材料

由铁、钴、镍及其合金制成的磁性材料称为铁磁材料。变压器为什么要用铁磁材料制作铁芯(磁芯)呢? 因为铁磁材料可以用很小的电流产生很强的磁场,不但可以减小变压器体积,还可以使磁场能量集中在铁磁材料中。磁导率 μ 是用来衡量材料导磁性能的物理量。 μ 越大,导磁性能越好。 μ 的单位是 H/m (亨/米),真空中的磁导率用 μ_0 表示, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ 。为了便于比较各种材料的导磁能力,通常用相对磁导率 μ_r 表示材料的导磁性能,即

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (6.1)$$

μ_r 是一个无量纲的数。几种常用的铁磁材料的相对磁导率列于表 6-1 中。

表 6-1 几种常用铁磁材料的性能

材料名称	μ	$B_r(\text{T})$	$H_c(\text{A/m})$
铸铁	200~400	0.475~0.50	400~1040
硅钢片	7000~10000	0.800~1.200	32~64
镍锌铁氧体	10~1000		
锰锌铁氧体	300~5000		
坡膜合金	20000~200000	1.100~1.400	4~24
铁镍铝钴合金		1.100~1.350	47000~52000

变压器的铁芯为什么要采用硅钢片叠装,而不用整块铁芯呢?这是因为铁磁材料在传导交变磁通时会产生铁芯损耗,简称铁损。铁损分为两种,即涡流损耗和磁滞损耗,其中涡流损耗与铁芯的工艺结构有关。

6.1.3.1 涡流损耗

一般的铁磁材料又是导电材料。当交变磁通穿过铁磁材料时,会在其内部产生像水中漩涡一样的闭合感应电流,简称涡流。截面积越大,其电阻越小,产生的涡流就越大,如图 6-6(a)所示。涡流消耗的能量称为涡流损耗,它不仅白白消耗了初级的电能,而且会使变压器发热。

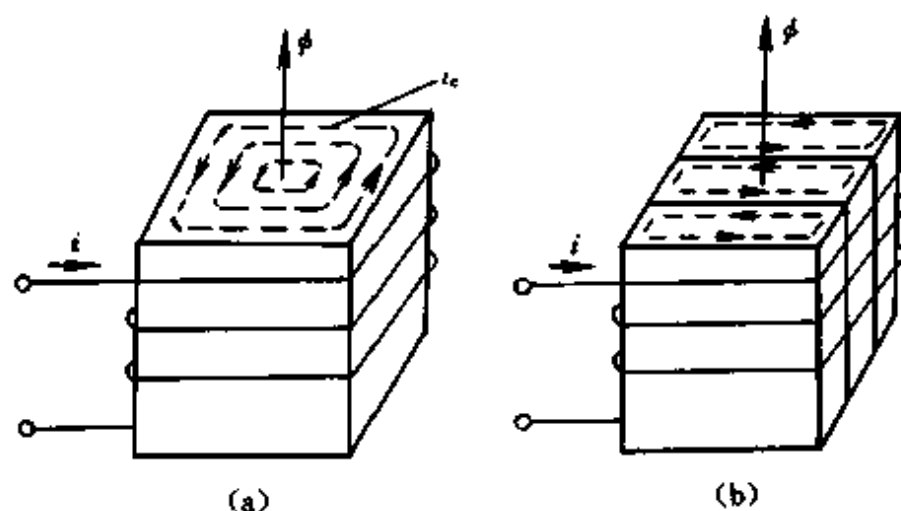


图 6-6 涡流的产生

为了减小涡流损耗,变压器铁芯采用了表面绝缘的薄硅钢片叠装的工艺,使每片磁通量大减小,且涡流回路加长,同时在钢片中掺入 2~5% 的硅以增加钢片的电阻率,减小涡流损耗。这种掺入硅的薄钢片叫硅钢片。它是电力变压器铁芯的主要材料。

6.1.3.2 磁滞损耗

变压器铁芯中的磁场与产生磁场的电流关系可以用铁磁材料的磁化曲线($B-H$ 曲线)来描述,如图 6-7 所示。其中 B 是铁芯中某处的磁感应强度, H 是该点的磁场强度, $B=\mu H$ 。因为 H 与线圈中的电流成正比,故 $B-H$ 曲线可以表示磁场与电流的关系。由 $B-H$ 曲线可知,铁磁材料具有以下特点:

- (1) 磁导率 μ 不是常数,因此 $B-H$ 曲线不是直线。
- (2) 磁饱和特性,即磁场强度大到一定程度后,磁感应强度 B 几乎不随 H 而增加。
- (3) 磁滞特性,即在交变磁场的作用下, $B-H$ 的轨迹是一个以原点为对称的闭合曲线。当 $H=0$ 时, $B=\pm B_r$,称为剩磁;当 $B=0$ 时, $H=\pm H_c$,称为矫顽磁力。可见,外磁场 H 做正

负周期变化时,铁磁材料 B 的变化落后于外磁场的变化。这种现象称为磁滞,该闭合曲线称为磁滞回线。

实验证明,铁磁材料在交变磁场中反复磁化时,由于磁滞特性会引起功率的损耗,并使铁芯发热。这种损耗称为磁滞损耗。铁芯磁化一次所产生的磁滞损耗与磁滞回线包围的面积成正比。磁滞回线的形状不仅与材料有关,而且与加工工艺有关。冷轧硅钢片要比热轧硅钢片的磁滞损耗小得多。此外,平均磁滞损耗还与磁化频率有关。由于电信变压器的信号频率比工频 50Hz 高得多,所以电信变压器的铁芯常采用磁滞回线较窄,相对磁导率要高,线性好的坡膜合金,如图 6-7(b)所示。当信号频率超过几百 kHz 时,通常采用铁氧体粉末压铸成的磁芯。磁芯的电阻率极高,磁滞损耗较小,可以大大减小高频信号的损失。

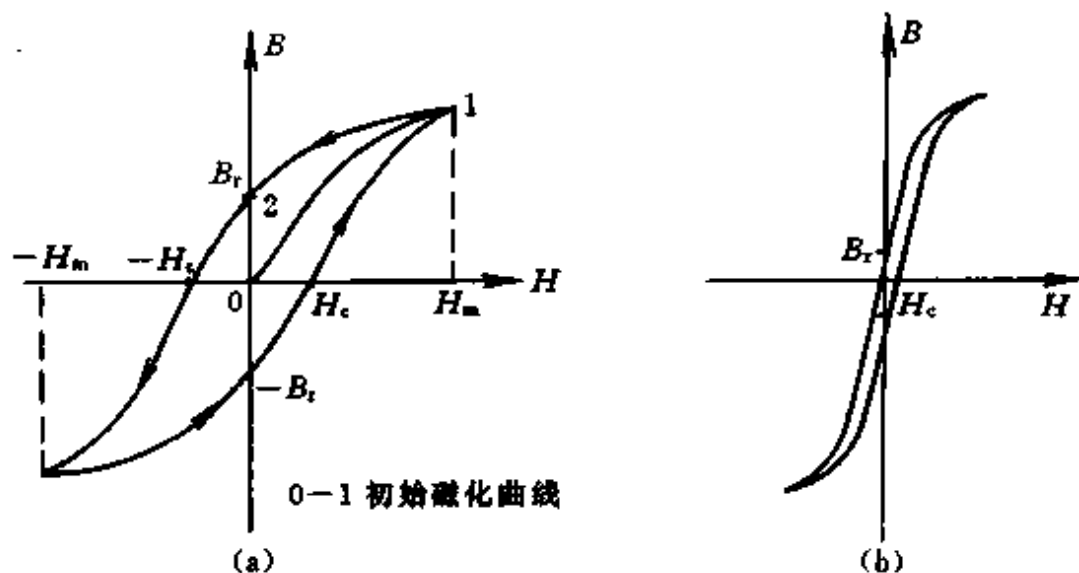


图 6-7 磁滞回线

6.1.4 变压器铁芯中的电磁关系

6.1.4.1 铁芯中的磁动势

变压器铁芯中的磁场是由磁动势产生的。什么是磁动势?设变压器初级线圈有 N 匝,初级电流为 I ,铁芯的中心长度为 L ,如图 6-8(a)所示。那么在闭合曲线 L 内,电流的代数和是 NI ,如图 6-8(b)所示。由安培环路定律可知

$$\oint_L H \cdot dl = NI \quad (6.2)$$

H 称磁场强度,单位是 A/m(安/米),它是一个矢量,其方向是中线 L 各点切线的方向。由于铁芯的磁导率很高,在有限长度 L 和有限截面 S 内,可以近似认为各处的磁场强度为一个常数,记作 H 。这种磁场称为均匀磁场。除特殊变压器外,变压器铁芯都可按均匀磁场处理。由于积分方向与磁力线方向一致,式(6.2)可以简化为

$$\begin{aligned} H \cdot L &= NI; \\ H &= \frac{NI}{L} \end{aligned} \quad (6.3)$$

式(6.3)中的 NI 称为变压器的磁动势,它代表了初级线圈产生磁通的能力。磁动势的单位是安培,习惯上用“安匝”来表示。

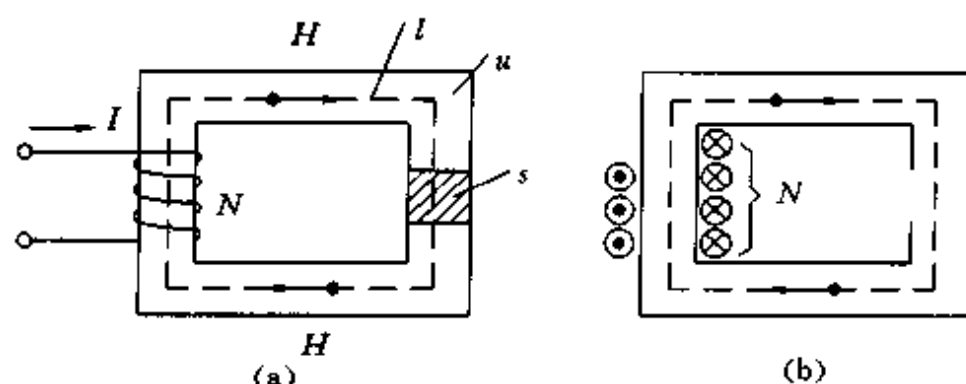


图 6-8 铁芯中的磁场

6.1.4.2 铁芯中的磁感应强度

磁感应强度 B 是描述磁场强弱和方向的物理量,它是矢量,单位是 Wb/m^2 (韦伯/米²),称为 T (特拉斯)。实际应用中, B 的单位常用 G (高斯) 来表示。它们之间的换算关系是 $1\text{T} = 10^4\text{G}$ 。铁芯中的磁感应强度各处大小都相等。数值上等于磁场强度与磁导率的乘积,即

$$B = \mu H = \mu \cdot \frac{NI}{L} \quad (6.4)$$

磁感应强度的方向总是与铁芯的边缘平行。

6.1.4.3 铁芯中的磁通

磁通是垂直穿过某一截面的磁感应强度矢量的代数和,记作 Φ 。在图 6-8(a) 所示的变压器铁芯中由于 S 截面上各处的 B 相等,且与 S 面垂直,因此铁芯中的磁通为

$$\Phi = BS = \frac{\mu NIS}{L} \quad (6.5)$$

磁通的单位是 Wb (韦伯)。由式 (6.5) 可得 $B = \Phi/S$, 即磁感应强度在数值上等于垂直通过单位面积的磁通。因此 B 又称为磁通密度。变压器铁芯中的磁通同样遵循磁通连续性原理,即穿入任一闭合曲面的磁通等于穿出该曲面的磁通。在图 6-9 所示的双孔铁芯中,穿入 A 点的 Φ_0 是中心柱的磁通,穿出 A 点的 Φ_1, Φ_2 分别是两个边柱的磁通,它们的关系是 $\Phi_0 = \Phi_1 + \Phi_2$ 。

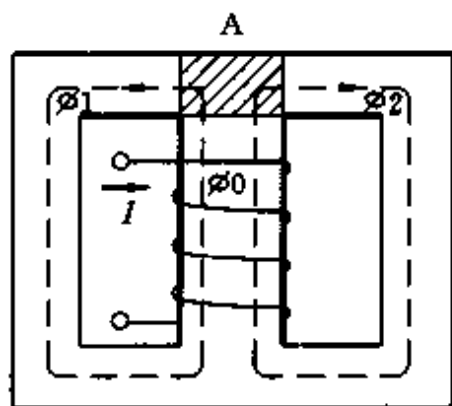


图 6-9 双孔铁芯中的磁通

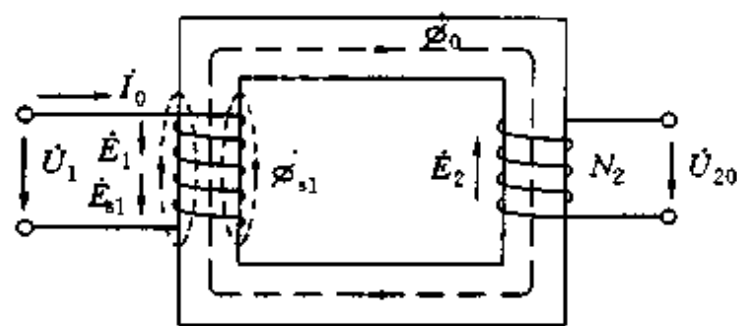


图 6-10 变压器空载运行

6.2 变压器的工作原理

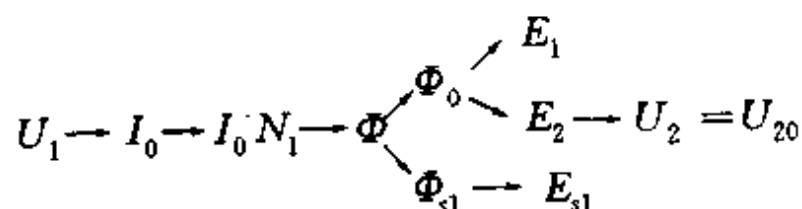
变压器的工作分为空载运行与负载运行两种状态。

6.2.1 空载运行

空载是指变压器初级加额定电压 U_1 , 而次级开路(次级电流 $I_2=0$)的运行状态, 如图 6-10 所示。

6.2.1.1 空载时的电磁关系

空载时, 次级没有功率输出。初级电流 I_0 只用来产生磁动势, 建立铁芯中的交变磁场。所以 I_0 又称为励磁电流。磁动势 $I_0 N_1$ 在铁芯中产生的交变磁通中, Φ_0 与初级线圈和次级线圈都交链, 它是担负电能传输的磁场, 所以称为主磁通。而 Φ_{s1} 仅仅与初级线圈交链, 因此称为初级漏磁通。根据电磁感应原理, 主磁通将在初、次级线圈中产生感应电动势 E_1 和 E_2 , 初级漏磁通仅在初级产生漏磁感应电势 E_{s1} 。由于空载运行($I_2=0$), 所以空载时次级端电压 $U_2=U_{20}=E_2$ 。空载时电磁关系表示如下



上述各量的正方向如何设定呢? 初级电压 U_1 的正方向是任意设定的, 初级电流 I_0 的正方向是 U_1 的关联方向, 磁通 Φ_0 的方向与 I_0 符合右手螺旋定则。初级感应电动势 E_1 和漏磁感应电动势 E_{s1} 的方向与 Φ_0 、 Φ_{s1} 之间应符合电磁感应定律 $\left(e = -N \frac{d\Phi}{dt}\right)$ 中对负号的规定, 即 E_1 、 E_{s1} 的正方向应沿 I_0 方向选取。同时, E_2 的正方向如图 6-10 所示, 与 U_{20} 大小相等, 方向相反。

6.2.1.2 主磁通与感应电动势

设主磁通 Φ_0 按正弦规律变化, $\Phi_0 = \Phi_{0m} \sin \omega t$ 。主磁通在初级线圈中的感应电动势为

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi_0}{dt} = -N_1 \omega \Phi_{0m} \cos \omega t = E_{1m} \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (6.6)$$

式中 $E_{1m} = N_1 \omega \Phi_{0m}$ 是 e_1 的幅值。其有效值为

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N_1 \Phi_{0m}}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \Phi_{0m} \quad (6.7)$$

主磁通 Φ_0 与次级交链, 同理在次级线圈中的感应电动势为

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi_0}{dt} = E_{2m} \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (6.8)$$

$$E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_2 \Phi_{0m} \quad (6.9)$$

式中 $E_{2m} = N_2 \omega \Phi_{0m}$ 是 e_2 的幅值, E_2 是 e_2 的有效值。

式(6.8)、(6.9)表明, 当主磁通按正弦规律变化时, 初、次级线圈中的感应电动势也按照与主磁通相同的规律变化, 但相位滞后 $\Phi_0 90^\circ$ 。它是分析变压器、电动机的重要依据。上式也说明当主磁通波形失真后, 次级感应电动势必然会出现失真, 这在以信号传输为主要目标的电信变压器中是必须加以克服的。

6.2.1.3 漏磁通与漏磁感应电动势

漏磁的产生是由于铁芯的磁导率不是无穷大, 初级线圈产生的磁通会有一小部分不按铁

芯路线闭合。这种磁通称为漏磁通,记作 Φ_{s1} 。仅与初级线圈交链的漏磁通称为初级漏磁通 Φ_{s1} 。 Φ_{s1} 在初级产生的感应电动势 E_{s1} 如图6-10所示。由于漏磁通的主要路径是空气或非磁性材料,其磁导率 μ_0 为一常数,这使得初级漏电感 L_{s1} 也是常数。因此,漏磁感应电动势极小,并可按照空心线圈感应电动势的计算方法来计算,即

$$\dot{E}_{s1} = -j\omega \dot{I}_0 L_{s1} \quad (6.11)$$

6.2.1.4 空载电压平衡式

初级线圈有一定的电阻 r_1 ,考虑到电流通过时产生的压降 $I_0 r_1$,可得到初级空载时的电压平衡式

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_0 r_1 + (-\dot{E}_1) + (-\dot{E}_{s1}) \quad (6.12)$$

对于电力变压器,为了减小自身的损耗,提高能量传输效率,在产品设计与制造工艺上都尽量降低线圈电阻,减小漏磁和空载电流。电力变压器的空载电流 I_0 通常控制在额定电流的3~6%,漏磁通仅占总磁通的1%以下。因此,在电力变压器的分析中通常将初级线圈电阻 r_1 ,漏磁通 Φ_{s1} 忽略。上式可简化为

$$\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1 \quad (6.13)$$

其有效值为

$$U_1 \approx E_1 = 4.44fN_1\Phi_{0m} \quad (6.14)$$

空载运行时 $I_2=0$ 。次级电压平衡式为

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{U}_{20} = \dot{E}_2 \\ U_2 &= E_2 = 4.44fN_2\Phi_{0m} \end{aligned} \quad (6.15)$$

式(6.14)表明,当电源的频率 f 及初级匝数 N_1 不变时,主磁通 Φ_{0m} 的大小与电源电压 U_1 成正比。电力变压器在运行中,电源的电压近似不变,因此变压器中的主磁通 Φ_{0m} 也基本不变。主磁通恒定是电力变压器与电信变压器的重要差别。由式(6.13)、(6.14)、(6.15)可以得到

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \approx \frac{-\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{4.44fN_1\Phi_{0m}}{4.44fN_2\Phi_{0m}} = -\frac{N_1}{N_2}$$

初、次级电压有效值之比为

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad (6.16)$$

式中 n 称为变比,改变初、次级线圈的匝数,可以实现电压的变换。变比 $n>1$,则 $U_1>U_2$,称为降压变压器,反之称为升压变压器。

6.2.2 负载运行

负载运行是指变压器初级接额定电压,次级接负载的运行状态。由于次级有电流 I_2 流出,变压器将实现电能的传输,如图6-11所示。 I_2 的出现将对变压器中的电磁关系产生影响。

6.2.2.1 负载运行时的电磁关系

次级电流 I_2 流过负载时,使负载获得了电能。同时 I_2 流经次级线圈也会产生磁动势 $I_2 N_2$ 。 $I_2 N_2$ 产生的磁通 Φ_2 方向与 Φ_0 相反,使铁芯中的主磁通减少。根据式(6.14)可知,当 U_1 不变时,主磁通 Φ 也不变。为了维持主磁通 Φ_0 的恒定,必然要增加初级的磁动势,使初级电流

从 I_0 增加到 I_1 。可见,次级输出的电能是通过磁场由初级供给的。此时的电磁关系是

$$U_1 \rightarrow I_1 \rightarrow I_1 N_1 \rightarrow \phi_1 \rightarrow \ominus \rightarrow \phi_0 \begin{cases} E_1 \\ E_2 \rightarrow U_2 \rightarrow I_2 \rightarrow I_2 N_2 \rightarrow \phi_2 \end{cases}$$

图中 $\ominus$ 表示相减关系,即 $\phi_0 = \phi_1 - \phi_2$ (图 6-11 中 $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ 的实际方向与正方向相反)

6.2.2.2 负载运行时的磁动势平衡式

负载运行时的主磁通是由初、次级磁动势共同作用产生的。由于主磁通 ϕ_0 不变,因此,初、次级的合成磁动势 ($N_1 \dot{I}_1 + N_2 \dot{I}_2$) 应该与空载时产生主磁通的磁动势 ($N_1 \dot{I}_0$) 相等,即

$$N_1 \dot{I}_1 + N_2 \dot{I}_2 = N_1 \dot{I}_0 \quad (6.17)$$

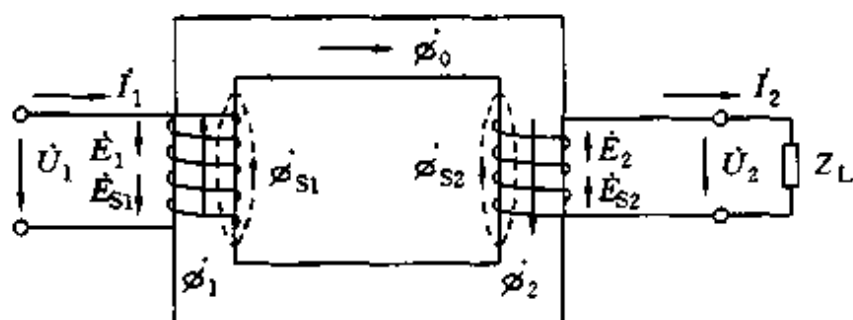


图 6-11 负载运行

式(6.17)称为磁动势平衡式。它是分析变压器工作原理的一个十分重要的基本方程式。它表明了变压器初、次级之间是通过磁动势的平衡实现电能传输的本质。磁动势平衡式可以改写成

$$\begin{aligned} N_1 \dot{I}_1 &= N_1 \dot{I}_0 + (-N_2 \dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_0 + \left(-\frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2 \right) = \dot{I}_0 + \dot{I}_2' \end{aligned} \quad (6.18)$$

上式表明,在负载运行时,初级电流由两部分组成,一部分是用来产生主磁通 ϕ_0 的励磁电流分量 I_0 ,另一部分是用来补偿次级电流 I_2 对主磁通产生影响的负载电流分量 $\dot{I}_2'$ 。如果忽略励磁电流分量,则 $\dot{I}_1 \approx \frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2$ 。初、次级电流有效值之比为

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{n} \quad (6.19)$$

该式说明,变压器具有电流变换功能,初、次级电流比等于变比的倒数。当 $n > 1$ (降压变压器)时,初级电流 I_1 小于次级电流 I_2 。所以电源变压器初级线圈使用的导线比次级细得多。变压器次级电流取决于负载阻抗 Z_L 的大小。当次级电流增大时,输出功率变大,初级电流 I_1 也随之增大,这表明变压器初级从电源吸取的功率也增大。由 $\frac{U_1}{U_2} = n$ 及 $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{n}$ 可以得到

$$U_1 I_1 = U_2 \cdot I_2 \quad \text{即} \quad P_1 = P_2 \quad (6.20)$$

上式说明,当忽略变压器损耗时,初级的能量可以全部传给次级,实现等功率的传输。利用这一特性可以实现交流电能的高压远距离输送。

6.2.3 变压器的阻抗变换

变压器有变换电压和变换电流的作用,根据式(6.16)、(6.19),可以找出变压器初级输入

阻抗和次级负载阻抗的关系。设初级输入阻抗为 Z_1 , 次级负载阻抗为 Z_L , 则

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$$

其中

$$\dot{U}_1 = -n\dot{U}_2$$

$$\dot{I}_1 = -\frac{1}{n}\dot{I}_2$$

代入上式得

$$Z_1 = \frac{-n\dot{U}_2}{-\frac{1}{n}\dot{I}_2} = n^2 Z_L \quad (6.21)$$

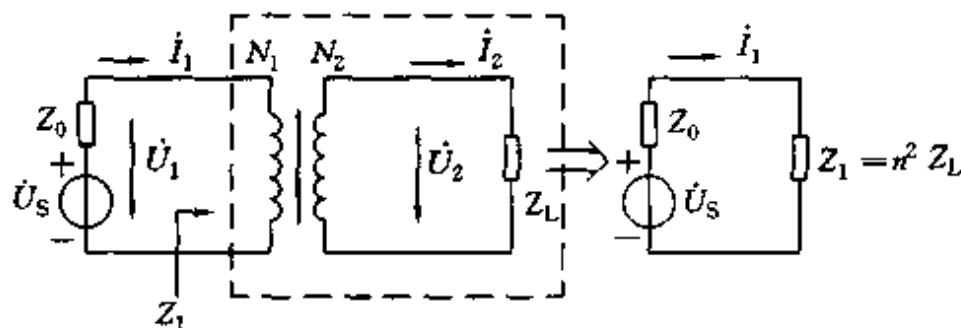


图 6-12 变压器的阻抗变换

式中 $Z_L = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$ 是负载阻抗。式(6.21)表明,在变压器次级接负载阻抗 Z_L 时,就相当于电源

直接接上一个阻抗 $Z_1 = n^2 Z_L$ 一样, Z_1 称为次级负载 Z_L 的折合阻抗。可见变压器具有阻抗变换功能,如图 6-12 所示。在电子电路中,信号源的内阻一般都比较小,而负载阻抗都比较大。常常利用变压器阻抗变换的功能,使次级负载的折合阻抗等于信号源的内阻,实现最大功率的传输。

例 6.1 建筑火灾消防系统需配备紧急广播疏散子系统。根据规定,人行通道每间隔 5~8m 需要安装一只 2W, 8Ω 的扬声器。某实验楼 11 层,每层楼道长 70m。如何设计该系统?

解:广播系统原理图如图 6-13 所示。

(1) 扬声器的数量计算:按 8m 配一只扬声器,则每层需要 $N' = \frac{70}{8} - 1 = 7.75$ 只,取整数 8 只,全楼共需 $N = 11 \times N' = 88$ 只

(2) 扩音机的选择:每只扬声器的功率 $P_L = 2\text{W}$,扩音机功率 P_0 应大于负载功率 NP_L ,可选 200W,输出电压 100V 的功放机。

(3) 线间变压器的选取:2W, 8Ω 的扬声器不能直接挂在 100V 的广播线上,必须经线间变压器进行阻抗变换,以满足每只扬声器有最大功率传输。当外接一只扬声器时,功放机输出功率 $P_{01} = P_L = 2\text{W}$, $P_{01} = \frac{U^2}{R_{01}} = P_L$,功放机的内阻 R_{01} 为:

$$R_{01} = \frac{U^2}{P_L} = \frac{100^2}{2} = 5000\Omega$$

由式(6.21)可得

$$n = \sqrt{\frac{R_{01}}{R_L}} = \sqrt{\frac{5000}{8}} = 25$$

即,在不考虑损耗的情况下,选变比为 25, 100V, 2W 的线间变压器。

(4) 若变压器初级 2000 匝, 求次级匝数及初、次级电压、电流

$$\text{次级匝数: } N_2 = \frac{N_1}{n} = \frac{2000}{25} = 80 (\text{匝})$$

$$\text{次级电流: } I_2 = \sqrt{\frac{P_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = 0.5 (\text{A})$$

$$\text{初级电流: } I_1 = \frac{I_2}{n} = \frac{0.5}{25} = 0.02 (\text{A})$$

$$\text{初级电压: } U_1 = \frac{P_1}{I_1} = \frac{2}{0.02} = 100 (\text{V})$$

$$\text{次级电压: } U_2 = \frac{U_1}{n} = I_2 \cdot R_L = 0.5 \times 8 = 4 (\text{V})$$

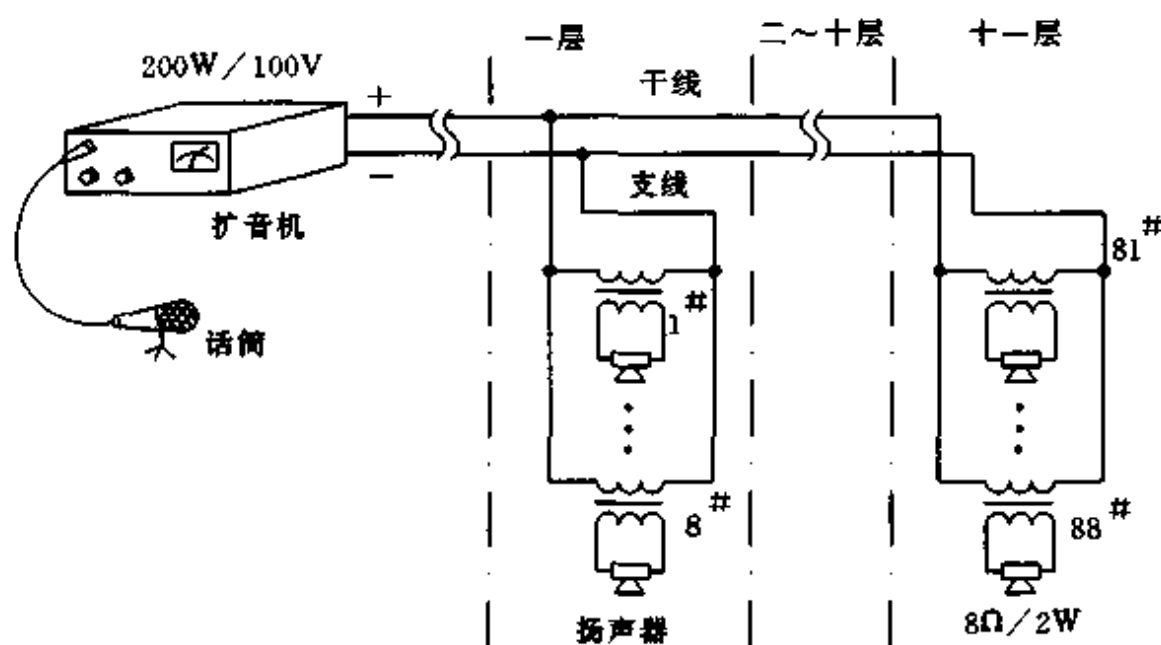


图 6-13 广播系统原理图

6.3 变压器在力能电路中的应用

6.3.1 电源变压器

电源变压器是电子设备中直流电源的重要部件。电子线路所需要的直流电一般为 5V、8V、12V, 比照明电 (交流 220V) 低得多。使用电源变压器有两个目的: 其一, 利用变压器能量传输效率高的特性, 将 220V 交流电压降低到合适的电压等级后, 再进行直流变换, 可以有效地利用电能; 其二, 实现电子线路与交流电网的隔离, 保证安全。电源变压器又称整流变压器, 如图 6-14 所示。电源变压器的功率较小, 通常从几瓦到几百瓦, 属于单相小功率的电力变压器。次级有单绕组, 双绕组和多绕组。市场上可以采购到的只有单绕组和双绕组两种规格, 多绕组变压器需要订做。

6.3.1.1 电源变压器的输出功率 P_2

对于次级为多绕组的变压器, 输出功率是各绕组功率之和, 即

$$P_2 = P_{21} + P_{22} + \cdots + P_{2n} = \sum_{i=1}^n P_{2i} \quad (6.21)$$

其中 P_{2i} 是第 i 个绕组输出的 50Hz 交流功率, $P_{2i} = U_{2i} \cdot I_{2i}$, U_{2i} 、 I_{2i} 分别是输出交流电压、电流的有效值。

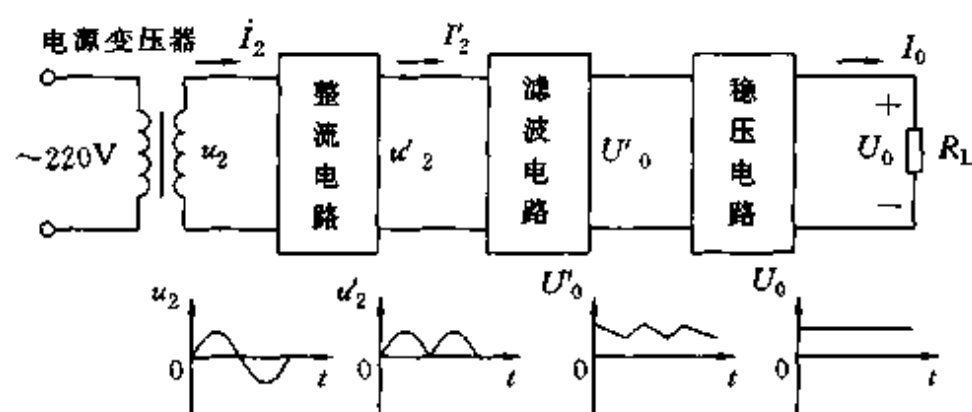


图 6-14 电源变压器在直流电源中的作用

6.3.1.2 变压器的效率 η

变压器的效率是输出功率 P_2 与输入功率 P_1 之比,记作 η

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% \quad (6.22)$$

变压器的损耗越小,效率就越高。其损耗包括铜损 P_{Cu} 和铁损 P_{Fe} 。电源变压器的功率很小,又受到体积和成本的制约,因此其效率一般仅为 70~85%。

6.3.1.3 电源变压器的标称功率 P

电源变压器的负载多为纯电阻,其标称功率 P 通常用 W(瓦)表示。标称功率 P 是初、次级功率的平均值,即

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\eta} \right) P_2 \quad (6.23)$$

$$P_2 = 2P\eta / (1 + \eta) \quad (6.24)$$

其中 $P_1 = \frac{P_2}{\eta}$ 是初级绕组的功率。

6.3.1.4 电源变压器输出功率与负载直流功率的关系

通常是根据电子线路所需要的直流功率来选择变压器。需要指出的是,负载上需要的直流功率并不等于变压器次级输出的交流功率。整流方式不同,需要的变压器功率也不同。在电子线路中经常使用的整流电路有半波整流和桥式整流两种,如图 6-15 所示。

图中 D 为整流二极管, U_1, I_1, U_2, I_2 分别是初、次级 50Hz 正弦交流电压、电流的有效值, U_0, I_0 是负载的直流电压、电流值(平均值)。变压器次级输出的交流功率 $P_2 = U_2 \cdot I_2$, 负载的直流功率为 $P_L = U_0 \cdot I_0$ 。

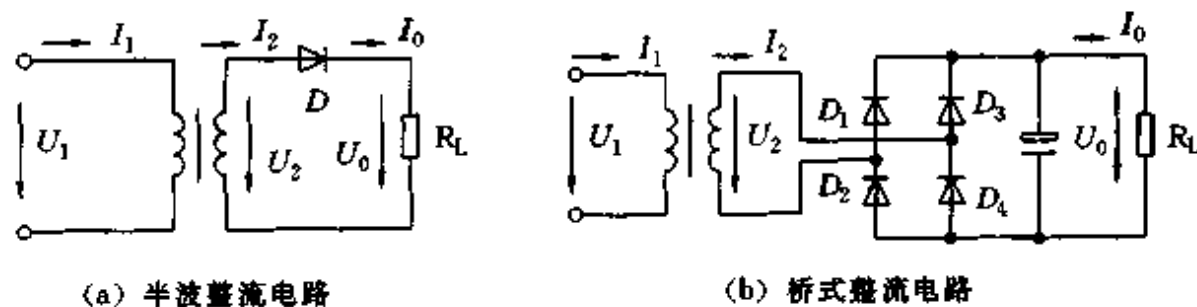


图 6-15 整流电路原理图

采用半波整流电路时, $U_2 \approx 2.22U_0, I_2 \approx 1.57I_0$ 。次级交流功率与负载直流功率的关系是

$$P_2 = U_2 I_2 \approx 3.5 P_L \quad (6.25)$$

采用桥式整流电路时, $U_2 \approx 1.11U_0$, $I_2 \approx 1.11I_0$, 次级交流功率与负载直流功率的关系是

$$P_2 = U_2 I_2 \approx 1.23 P_L \quad (6.26)$$

例 6.2 某电子线路需要 8V 直流电压和 1A 的直流电流。现有一只 10W, 9V 的电源变压器。试问此变压器能否用于该线路的电源? 若不能, 请提供购买时的参数。

解: 由式(6.26)知, 采用桥式整流电路所需的功率要小。故一般优选桥式整流电路。根据条件可得

$$P_2 = 1.23 P_L = 1.23 \times 8 \times 1 = 9.84 \text{W}$$

变压器的效率取 $\eta = 0.75$, 由式(6.23)得

$$P = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\eta} \right) P_2 = 0.5 \left(1 + \frac{1}{0.75} \right) \times 9.84 \approx 11.5 \text{W}$$

$$U_2 = 1.11 U_0 = 1.11 \times 8 \approx 8.88 \text{V}$$

以上结果表明, 该变压器的功率不满足要求, 应另购标称功率为 12W, 9V 的电源变压器。

6.3.1.5 输出电压与电压调整率

电源变压器的输出电压是指初级接 220V 交流电压, 次级为额定功率输出时的端电压。多绕组变压器中, 由于主磁通 Φ_{0m} 为一常数, 各绕组的输出电压仍满足式(6.15)的关系, 即

$$U_{2i} \approx E_{2i} = 4.44 f N_{2i} \cdot \phi_{0m}$$

其中 N_{2i} 是第 i 个线圈的匝数, U_{2i} 是第 i 个线圈的输出电压, Φ_{0m} 是初级产生的主磁通。因此, 有

$$\frac{U_1}{U_{2i}} \approx \frac{E_1}{E_{2i}} = \frac{N_1}{N_{2i}} = n_i$$

多绕组变压器中有多个变比, n_i 是第 i 组线圈的变比。

电源变压器的电压调整率是指从空载到满载, 次级电压的变化值 ($U_{20} \sim U_2$) 与空载电压 U_{20} 之比, 即

$$\Delta U \% = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100 \% \quad (6.27)$$

电压调整率应小于 10%。 ΔU 越小, 表明电源变压器的过载能力越强。在某些电子线路中, 经常要控制继电器的吸合, 会出现短时过载 (I_0 加大)。电压调整率过大, 会使输出电压下降过多而引起电源的干扰。

6.3.2 电源变压器的选购与测试

6.3.2.1 电源变压器的选购

1. 指标的确定: 根据直流功率和整流电路的形式, 确定变压器的功率; 根据直流负载电压, 确定变压器的次级绕组的组数及各组的输出电压, 参看[例 6.2]。

2. 铁芯形式的确定: 电源变压器有 E 型、C 型、R 型几种铁芯结构, 都是采用 0.35~0.5mm 硅钢片制成。E 型铁芯采用芯片叠装, C 型、R 型采用带状硅钢片绕制成型。E 型体积大, 漏磁大, 但价格便宜, C、R 型体积小, 性能好但价格高。可根据机箱尺寸和成本综合考虑, 一般多选择 E 型。

3. 铁芯质量判别: 硅钢片分冷轧、热轧两种, 冷轧硅钢片的质量比热轧硅钢片好得多。可

以从铁芯颜色区分是冷轧硅钢片还是热轧硅钢片。冷轧板呈银灰色,外表镀一层氧化膜,因此有光泽。而热轧板多呈黑褐色,且无光泽。

4. 工艺结构:芯片边缘不能看出冲片的飞刺,铁芯叠片四周应平整,叠装要密实。为防止漏磁对电路的干扰,可选带铁壳全封闭式的电源变压器。

6.3.2.2 电源变压器的测试

外购变压器的质量参差不齐,使用前必须进行质量与指标的测试,这对于保证安全和电路性能是极为重要的。

1. 绝缘电阻测试:使用 500V 摇表,分别测量次级与初级,次级、初级与铁芯,次级与次级(多绕组)之间的绝缘电阻,其阻值应不小于 $10\text{M}\Omega$ 。使用摇表不仅可以准确测出绝缘电阻,还可以检测绝缘材料的电气强度。若没有摇表,可用高阻数字万用表简单测试。

2. 空载电流测试:次级开路,将数字表(交流电流挡)串入初级线圈后接通电源。空载电流应不超过满载初级电流的 15%。

3. 输出电压与空载电压测试:初级接 220V 交流电(若电压不符合要求,用调压器调节),用万用表电压挡测次级开路电压 U_{20} 。 U_{20} 应不超过输出电压值的 10%。然后次级接负载,调到额定输出功率,测量输出电压 U_2 , U_2 应不低于输出电压的 5%。

4. 温升测试:利用线圈的电阻值随温度升高而加大的特性进行测量。在室温 t_0 时,测量线圈的电阻值 R_0 ,然后使变压器满载运行 8 个小时(工厂温升试验时间)可认为达到热稳定状态,再次测量线圈的电阻值 R_t ,变压器的温升可用下式计算:

$$\Delta t = 250 \times \frac{R_t - R_0}{R_0} \quad (6.28)$$

变压器的温升(Δt =实际温度-室温)一般不超过 55°C 。

6.3.3 自耦变压器

在实验室中为了能平滑地变换交流电压,经常采用自耦变压器。它的特点是变压器只有一组线圈,次级是初级的一部分。初、次级之间不仅有磁的耦合,而且还有电的直接联系。自耦变压器分可调式和固定抽头式两种。固定抽头式自耦变压器常用于全自动交流稳压电源,高压试验台,电扇调速绕组等。可调式自耦变压器是实验室中广泛使用的调压器,如图 6-16 所示。图中 N_1 是初级线圈(1~3 端)的匝数, N_2 是次级线圈(2~4 端)的匝数。

自耦变压器与普通双绕组变压器的工作原理相同。主磁通 Φ_{0m} 在初、次级产生的感应电动势分别是

$$E_1 = 4.44fN_1\Phi_{0m}; E_2 = 4.44fN_2\Phi_{0m}$$

$$\text{初、次级电压比为} \quad \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

由图 6.16(b)可列出磁动势平衡式为

$$\dot{I}_1(N_1 - N_2) + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2)N_2 \approx 0$$

$$\dot{I}_1 N_1 + \dot{I}_2 N_2 \approx 0$$

$$\dot{I}_1 = -\frac{N_2}{N_1}\dot{I}_2 = -\frac{1}{n}\dot{I}_2 \quad (6.29)$$

式(6.29)与(6.19)完全相同,说明自耦变压器的工作原理与普通变压器完全相同。由图中

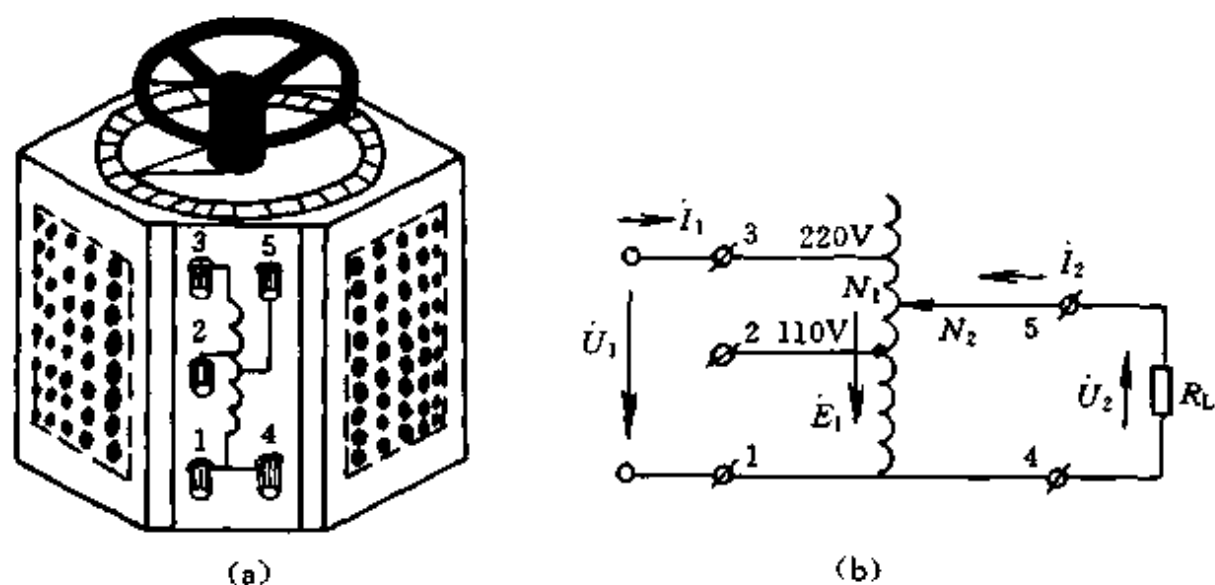


图 6-16 自耦变压器

可知,次级线圈中的电流 $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ 。将式(6.29)代入此式,可得

$$\dot{I} = \dot{I}_2 - (1/n)\dot{I}_2 = \frac{n-1}{n}\dot{I}_2 \quad (6.30)$$

上式说明,次级线圈中的电流比负载电流要小,变比 n 越接近于 1,次级线圈中的电流越接近 0。因此,这部分线圈可以用较细的导线,节省用铜。一般自耦变压器变比不易超过 2,否则上述优点将不复存在。

为了能平滑地调节输出电压,将自耦变压器的次级抽头做成可以沿线圈任意滑动的电刷触头,转动电刷可以改变次级的匝数,获得所需的电压。这种自耦变压器称为调压器,其外形如图 6-16(a)所示。由于调压器初、次级有电的直接联系,使用中要特别注意安全!

调压器使用注意事项:

- ①初、次级不能反接,即不能将 4,5 端接交流 220V 电源,防止电源短路。
- ②电源火线接 3 端,零线接 1 端,不能接反,否则输出端将带高电压,如图 6-17(a)所示。
- ③次级线圈不能断线,否则也会使输出带高电压,如图 6-17(b)所示。

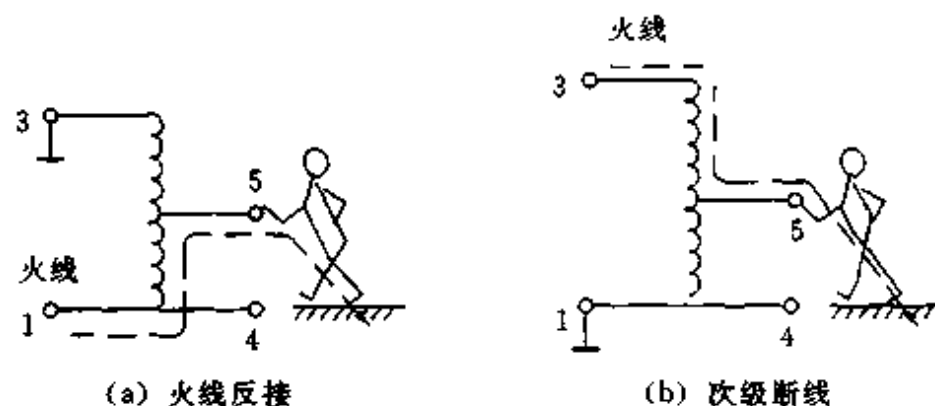


图 6-17 调压器可能发生的触电事故

6.4 变压器在信号电路中的应用

6.4.1 电信变压器的工作特点

在信号电路中,电信变压器主要用来不失真地传输弱小的电信号,并实现功率的最大传输(阻抗匹配)。电信号与正弦交流电最大的区别就在于正弦交流电是单一频率,固定幅度的正弦

电压,而任何一个电信号却是由许许多多不同频率,不同幅度,不同相位的正弦电压的组合。要保证信号不失真,电信变压器必须将组成信号的各个正弦电压分量“一视同仁”地传输。这就意味着电信变压器需要在一个很宽的频率范围内工作。此外,电信信号的幅度和功率比正弦交流电小得多。为了保证幅度极小的信号能建立有效的主磁通,电信变压器铁芯的磁导率 μ 必须要高,磁化曲线的初始段线性要好,铁损要低。由于以上特点,电信变压器的铁芯不能使用电力变压器所用的硅钢片。

电信号的频率可以分成低频信号和高频信号。低频信号一般是指音频,即从几十 Hz 到几十 kHz 的范围。高频信号是从几百 kHz 到几百 MHz 的范围。低频变压器一般采用坡莫合金铁芯,而高频变压器必须采用磁滞损耗和涡流损耗更小的铁氧体磁芯。

电信变压器的铜损和铁损不能忽视,这是由于信号频率高,信号功率小的特点所决定的。理论证明,变压器的铁损 P_{Fe} 与磁感应强度 B 的平方成正比,铜损 P_{Cu} 与线圈电流密度 J 的平方成正比,即

$$P_{Fe} \propto B^2 G_{Fe}; P_{Cu} \propto J^2 G_{Cu}$$

式中 G_{Fe} 是铁芯的重量, G_{Cu} 是线圈的重量。减小磁通密度,降低线圈中的电流密度是减小损耗的有效途径。为此,高频变压器的 B 一般不超过 100G(高斯)。高频线圈多采用较粗的导线绕制,为减小高频电流因集肤效应造成电阻的加大,导线多采用优质铜线或多股绞合线。某些高频线圈甚至采用镀银的方法以减小电阻。由于在工艺上采取了多种措施,使高频变压器的铜损和铁损大为减小。特别是铁损,通常可以忽略。

铁磁材料具有磁饱和性,当输入信号幅度过大时会使磁化曲线进入磁饱和区,引起主磁通的失真,使输出电信号随之失真。因此,输入信号的幅度需要加以限制。

6.4.2 音频变压器

音频变压器是用来传输音频电信号的电信变压器。其工作频率一般从 20Hz~20kHz,属于低频信号范围。变压器在传输不同频率的信号时,性能会产生很大的差异。因此需要用一个能够反映变压器实际工作过程的电路来代替变压器,以简化分析计算。这个电路就是变压器的等效电路。

6.4.2.1 变压器的等效电路

忽略变压器的铁损,根据变压器初、次级电压平衡式可以得到如图 6-18 所示的等效电路。图中各符号的含意如下:

C_{01} ——初级线圈的分布电容

r_1 ——初级线圈的电阻

L_{S1} ——初级线圈的漏感

L_0 ——初级线圈的激磁电感

$r'_2 = n^2 r_2$ ——折合到初级的次级电阻

$L'_{S2} = n^2 L_{S2}$ ——折合到初级的次级漏感

$R'_L = n^2 R_L$ ——折合到初级的负载电阻

$n = N_1/N_2$ ——变压器的变比

$C'_{02} = C_{02}/n^2$ ——折合到初级的次级分布电容

其中初、次级的分布电容 C_{01}, C_{02} 是线圈绕制时,导线平行排列产生的电容效应。 C_{01}, C_{02} 数

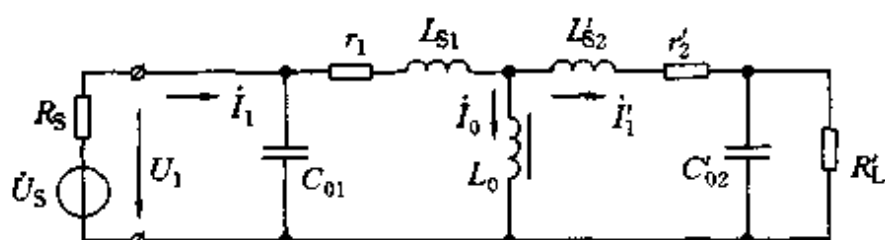


图 6-18 音频变压器的等效电路

值不大,但当信号频率较高时,其影响将不可忽略。在电力变压器中,因频率很低,分布电容一般不考虑。由图中可以看出,变压器次级参数的折合满足 $\frac{Z_1}{Z_2} = n^2$ 的关系。

例 6.3 已知变压器次级线圈的电阻为 r_2 、漏电感为 L_{s2} 、分布电容为 C_{02} 。次级等效阻抗 $Z_2 = r_2 + j\omega L_{s2} + \frac{1}{j\omega C_{02}}$,次级折合到初级的等效阻抗 Z'_2 满足式(6.21)的关系。若变压器的变比 $n = \frac{N_1}{N_2}$ 如图 6-19 所示。试求折合到初级的阻抗 Z'_2 及各元件数值。

解:折合到初级的阻抗 Z'_2 为

$$\begin{aligned} Z'_2 &= n^2 Z_2 = n^2 \left(r_2 + j\omega L_{s2} + \frac{1}{j\omega C_{02}} \right) \\ &= n^2 r_2 + j\omega (n^2 L_{s2}) + \frac{1}{j\omega \left(\frac{C_{02}}{n^2} \right)} \\ &= r'_2 + j\omega L'_{s2} + \frac{1}{j\omega C'_2} \end{aligned}$$

比较式中各项系数可得

$$r'_2 = n^2 r_2, L'_{s2} = n^2 L_{s2}, C'_2 = \frac{C_{02}}{n^2}$$

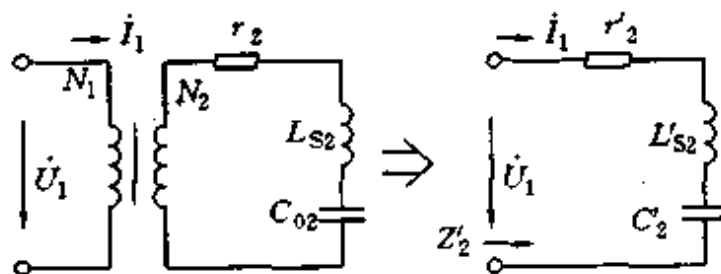


图 6-19 例 6.3 的图

6.4.2.2 考虑变压器效率时变比的确定

音频信号包括很宽的频率范围,但音频信号的能量主要集中在中间段的频率上。因此变压器的变比应该保证信号的中频段有最大功率传输。在中频段, C_{01} 和 C_{02} 所呈现的容抗以及 L_0 所呈现的感抗远远大于折合负载电阻 R'_L ,而 L_{s1} 和 L'_{s2} 所呈现的感抗远远小于折合电阻 R'_L ,因此可以认为 C_{01} 、 C_{02} 及 L_0 开路,而 L_{s1} 和 L'_{s2} 视作短路。于是可以得到图 6-20 所示的简化后的中频等效电路。

由图 6-20 可得,变压器初级端的等效电阻为

$$R = r_1 + r'_2 + R'_L \quad (6.31)$$

变压器获得的功率为 $P_1 = I_1^2 R$,负载获得的功率为 $P_2 = I_1^2 R'_L$ 。因此变压器的效率为

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_1^2 R'_L}{I_1^2 R} = \frac{n^2 R'_L}{R} \quad (6.32)$$

当 $R=R_s$ 时, 信号有最大功率传输, 代入上式对 n 求解得

$$n = \sqrt{\frac{\eta R_s}{R_L}} \quad (6.33)$$

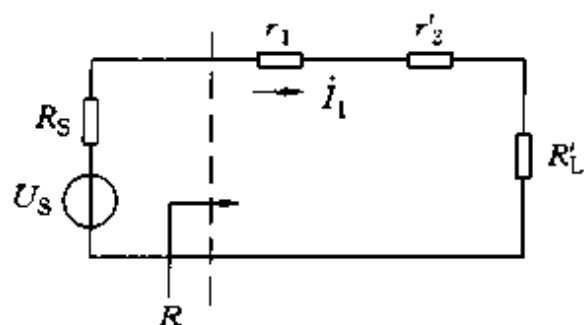


图 6-20 音频变压器中频等效电路

图 6-20 中的 r_1, r_2' 并不是变压器初、次级线圈的直流电阻。当信号频率升高后, 高频电流在导线上出现趋肤效应, 即电流集中在导线的外表面, 使导线电阻比直流电阻大。信号频率越高, 趋肤效应越严重, 因此实际电阻值很难准确计算。通常的方法是估算变压器的效率。一般 1W 以下的变压器, η 约为 0.7~0.8; 10W 以上的变压器, η 可达 0.9, 当 R_L 和 R_s 已知时, 可根据式 (6.33) 确定变压器的变比。

例 6.4 在 [例 6.1] 中, 若线间变压器的效率 $\eta=0.8$, 初级 2000 匝, 试求变比及次级匝数。

解: 由例 6.1 可知, $R_s=5000\Omega, R_L=8\Omega$, 代入式 (6.42) 可得变比

$$n = \sqrt{\frac{\eta R_s}{R_L}} = \sqrt{\frac{0.8 \times 5000}{8}} = 22.36$$

*

$$N_2 = \frac{N_1}{n} = \frac{2000}{22.36} = 89.5 \approx 90 \text{ 匝}$$

6.4.2.3 低频特性

在低频段, 分布电容 C_{01} 和 C_{02} 所呈现的容抗比 R_L 更大, 仍然可以视为开路, L_{s1} 和 L_{s2}' 所呈现的感抗比 R_L 更小, 仍然可视为短路。但是 L_0 所呈现的激磁感抗将随信号频率的降低而减小。它不再是远远大于 R_L , 而是可以和 R_L 相比拟的数值。激磁电抗的降低, 加大了激磁电流对初级电流的分流作用, 从而影响了低频信号能量的传输。 L_0 是影响低频特性的主要参数, 因此不能忽略, 于是可以得到图 6.21 所示的等效电路。

由图 6-21 可以求出负载电流 I_2 随频率变化的规律为

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Z_0 // Z_2}{Z_2} = \dot{I}_1 \frac{Z_0}{Z_0 + Z_2}$$

其中 $Z_0=j\omega L_0$ 是变压器激磁电抗, $Z_2=r_2'+R_L$ 是变压器次级的折合阻抗。代入上式可得

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{j\omega L_0}{r_2' + R_L + j\omega L_0}$$

整理后为

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{1}{1 + (r_2' + R_L)/j\omega L_0} \quad (6.34)$$

有效值为

$$\left| \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + [(r_2' + R_L)/\omega L_0]^2}} \quad (6.35)$$

由式 (6.35) 可以看出, 随着频率降低 $\left(\frac{r_2' + R_L}{\omega L_0} \right)^2$ 的数值会急剧变大, 造成负载电流的减小。

根据截止频率的定义, 当 $\left| \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时所对应的频率为变压器的下限截止频率, 记作 f_L 。

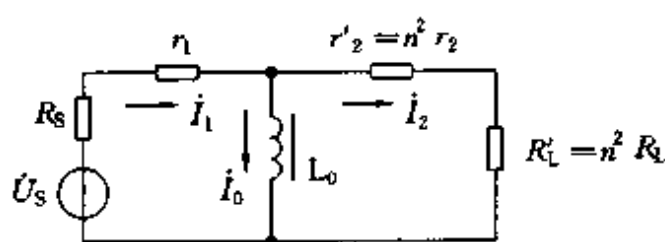


图 6-21 音频变压器的低频等效电路

此时有 $\left(\frac{r'_2 + R'_L}{2\pi f_L L_0}\right)^2 = 1$, 即

$$f_L = \frac{r'_2 + R'_L}{2\pi L_0}; \quad L_0 = \frac{r'_2 + R'_L}{2\pi f_L}$$

若 $r'_2 \ll R'_L$ 时, 上式可以化简为

$$f_L \approx \frac{R'_L}{2\pi L_0} = \frac{n^2 R_L}{2\pi L_0}; \quad L_0 \approx \frac{n^2 R_L}{2\pi f_L} \quad (6.36)$$

当负载 R_L , 变比 n 及下限截止频率已确定时, 可由式(6.36)确定变压器的激磁电感量。可以看出, 音频变压器的音质要好(即 f_L 越低, 低音越丰富), 其激磁电感 L_0 就必须足够大, 这也就是高品质的音频变压器体积比较大的原因。

6.4.2.4 高频特性

在高频段, 电感 L_0 呈现的感抗变得更大, 可视作开路。但分布电容 C_{01}, C_{02} 的容抗随着频率的升高而减小, 漏感 L_{S1}, L_{S2} 的电抗随着频率的升高而加大。它们都影响了负载 R'_L 上的电流。信号频率越高, 分布电容的分流作用越大, 漏感的压降也越大, 使负载上获得的信号能量越小。 $C_{01}, C_{02}, L_{S1}, L_{S2}$ 是影响高频特性的参数, 因此它们不能忽略。于是可以得到图 6-22 所示的等效电路。图中 $r = r_1 + r'_2, L_S = L_{S1} + L_{S2}$

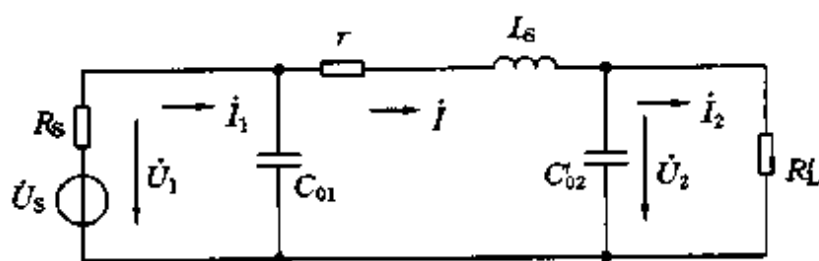


图 6-22 音频变压器的高频等效电路

利用第 4 章交流电路的计算方法, 可以求出 i_2/i_1 的表示式。由于公式繁杂, 这里略去了推导, 有兴趣的同学可自行分析。但是利用感抗、容抗的性质, 可以定性地看出高频信号传输的规律, 即

$$\begin{array}{c} f \uparrow \rightarrow C_{01} \text{ 容抗 } \downarrow \rightarrow I \downarrow \rightarrow U_2 \downarrow \rightarrow I_2 \downarrow \\ \left[\begin{array}{l} L_S \text{ 感抗 } \uparrow \\ C_{02} \text{ 容抗 } \downarrow \end{array} \right. \end{array}$$

不难看出, 分布电容 C_{01}, C_{02} 及漏感 L_{S1}, L_{S2} 是影响高频特性的主要因素。变压器线圈采用特殊的绕制方法可以减小分布电容, 但会导致工艺的复杂与成本的提高。适当减少线圈匝数可以减小漏感, 但会降低激磁电感 L_0 , 使低频特性恶化。因此, 变压器不可能有很宽的频带, 高频、低频特性需要兼顾。

6.4.3 传输线变压器

高频变压器由于激磁线圈的分布电容与漏电抗的不可避免,其最高工作频率只能达到几十 MHz。更高频率的电信号需要依靠一种称为传输线的传输方式实现信号的传输。例如电视天线使用的扁平馈线,CATV 有线电视使用的同轴电缆及智能化楼宇的综合布线等。传输线的工作频率可达 1000MHz,它是超高频宽带信号的主要传输手段。

传输线变压器是用传输线绕制的高频变压器。在信号频率较低时,传输线变压器主要通过变压器的方式(即磁耦合方式)将能量传输给负载,而在信号频率较高时,传输线变压器自动变为传输线方式将能量传输到负载。由于它具有两种不同的传输方式,因此传输线变压器具有很宽的频率范围。

6.4.3.1 工作原理

为了说明传输线变压器的工作原理,图 6-23(a)是 1:1 传输线变压器的结构示意图。它是用两根等长的导线并绕在磁环上,一条用虚线 1、2 表示,另一条用实线 3、4 表示。其中 2、3 端接地,1、4 端接信号源和负载。原理电路可以画成图 6-23(b)的变压器形式,也可以画成图 6-23(c)的传输线形式。

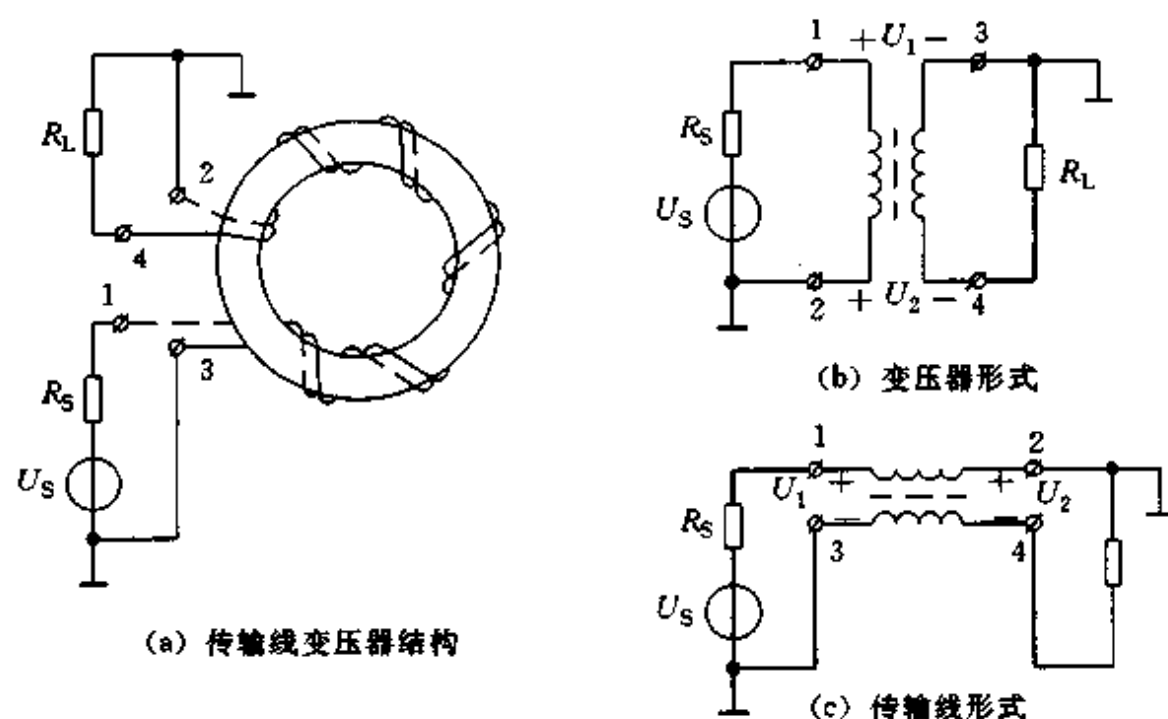


图 6-23 1:1 传输线变压器示意图

两根导线并绕,导线单位长度的线间分布电容比较大,且均匀分布在整条导线上。两条导线又绕制在高导磁率的磁环上,导线单位长度的电感也比较大,同样均匀分布在整条导线上。这种电路称为分布参数电路,如图 6-24 所示。在高频时,传输线可以看作由许多小电感、小电容组成的耦合链。

当高频信号从 1、3 端输入时,首先向电容 C 充电,信号以电场能的形式储存在 C 中;然后 C 向相邻的电感 L 放电,变成磁场能储存在 L 中;再往后, L 又向与其相邻的 C 放电,磁场能再次

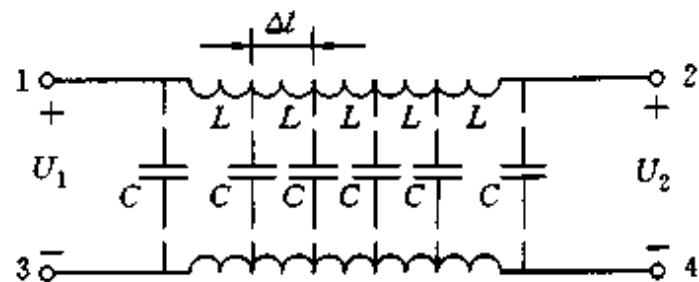


图 6-24 传输线变压器的高频等效电路

转换成电场能。信号每经过一次电磁能量的转换就向前传输了一段距离,如此往复,高频信号就以电磁波的形式从 1、3 端传到了 2、4 端。如果忽略导线的损耗和导线介质的损耗,负载可以获得信号源提供的全部能量。

由此可见,在传输线变压器中,线间分布电容不仅不会影响高频信号的传输,反而是电磁波赖以传输的条件。由于电磁波是在导线间的介质中传播,因此尽管电信号的频率极高,但铁损对信号传输的影响却大为减小。传输线变压器的最高工作频率得到极大的提高。

当信号频率较低时,传输线上分布电感的感抗很小,而分布电容的容抗很大。这意味着分布电容和分布电感对低频信号的储能作用很差,难于利用电磁能量交换的方式进行传输。但低频信号加在 1 端和地之间,将有电流流过初级绕组并在高磁导率的磁芯中产生主磁通。像普通变压器一样,主磁通会在次级线圈中产生感应电势,将信号传给负载。严格地讲,传输线变压器在高频频段和低频频段上,传输能量的方式是不同的。高频时,主要通过电磁能交替变换的传输线方式传送;低频时,将同时通过传输线方式和磁耦合方式传送。频率越低,传输线方式传送能量的效率就越低,更多地依靠磁耦合方式传输。

6.4.3.2 传输线变压器的匹配条件

图 6-25 是用传输线变压器实现的宽带匹配电路。其中 R_S 为信号源内阻, R_L 为负载, Z_0 为传输线的等效阻抗,又称为特性阻抗,若忽略传输线的损耗, Z_0 近似为

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6.37)$$

式中 L 为单位线长的分布电感, C 为单位线长的分布电容。传输线的特性阻抗仅由导线的结构和导线间的介质所决定(例如导线线径,两线之间距离,两线间的绝缘材料等),而与信号无关。传输线变压器接在信号源与负载之间,完成阻抗变换作用,即负载 R_L 经传输线变压器的变换后,使其在初级端的等效电阻等于信号源内阻 R_S ,或信号源内阻 R_S 经传输线变压器变换到次级端的等效电阻等于负载 R_L ,使系统达到匹配。满足最大功率传输条件的传输线特性阻抗为

$$Z_0 = \sqrt{R_S \cdot R_L} \quad (6.38)$$

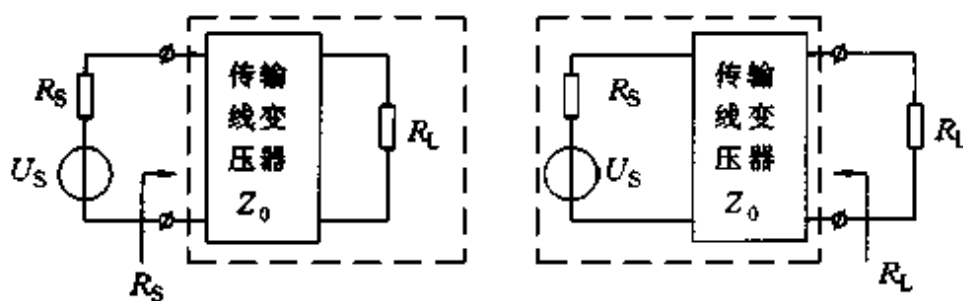


图 6-25 传输线变压器匹配原理

6.4.3.3 300Ω/75Ω 电视天线阻抗匹配器

电视天线的馈线常用扁平馈线,其特性阻抗为 300Ω 平衡传输方式。电视机 RF 端口为 75Ω 非平衡输入方式。所谓平衡传输方式是指两条传输线均不是零电位,平衡传输的参考零电位在其中点,如图 6-26 所示。对电视机而言,扁平馈线可以等效成 $R_{S1} = R_{S2} = 150\Omega$ 的两个信号源。不平衡传输的一端接地。因此平衡传输的天线馈线不能直接与不平衡传输的天线端口连接,否则将破坏馈线的平衡状态,这不仅会损失一半的信号功率,使馈线容易受到外部的干

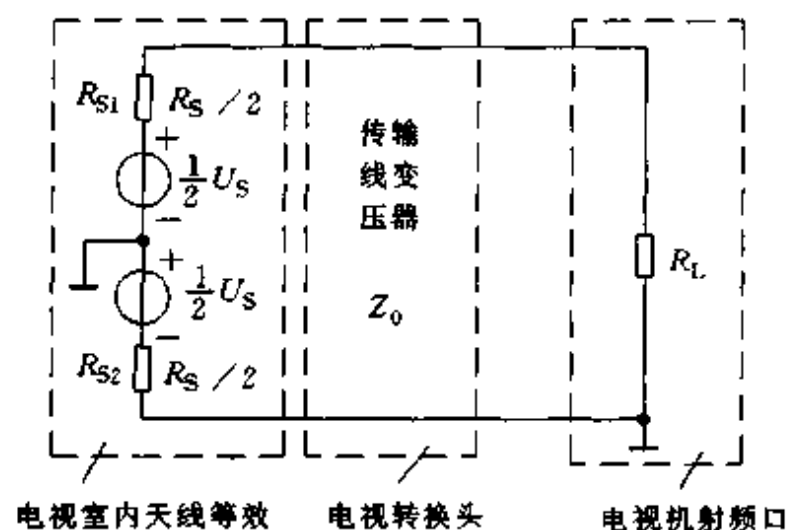


图 6-26 平衡传输与非平衡传输

扰,还会因为阻抗不匹配造成高频信号的多次反射,其结果使图像出现重影及清晰度严重降低。因此,天线的转换头需要完成阻抗匹配及平衡—不平衡方式的转换两个功能。

(1) 变比 n 的确定: 忽略传输线变压器的损耗,由式(6.33)可得变比为

$$n = \sqrt{\frac{R_S}{R_L}} = \sqrt{\frac{300}{75}} = 2$$

(2) 传输线变压器的特性阻抗 Z_0 : 由式(6.38)可得

$$Z_0 = \sqrt{R_S \cdot R_L} = \sqrt{300 \times 75} = 150\Omega$$

即选用特性阻抗为 150Ω 的传输线变压器。实际使用的 $300\Omega/75\Omega$ 阻抗变换器是在双孔磁芯上绕制两个 $1:1$ 的传输线变压器,如图 6-3(c)所示。双孔磁芯为两个变压器提供了各自独立的闭合磁路,可以避免磁场的寄生耦合,其等效电路及连接如图 6-27 所示。由图可见,1-3' 的输入阻抗是两个传输线变压器特性阻抗的串联,即

$$2Z_0 = 300\Omega = R_S$$

且 1-3' 端均不接地,满足平衡条件和阻抗匹配条件。2-4' 端的等效阻抗是两个传输线变压器次级的并联,等效输出阻抗是 $\frac{1}{2}Z_0$,即

$$Z_0 // Z_0 = \frac{1}{2}Z_0 = 75\Omega = R_L$$

满足负载最大的功率传输条件。由于 4' 端可以接地,又满足了不平衡的连接方式,从而实现了 $300\Omega/75\Omega$ 的阻抗变换及平衡—不平衡传输方式的转换。

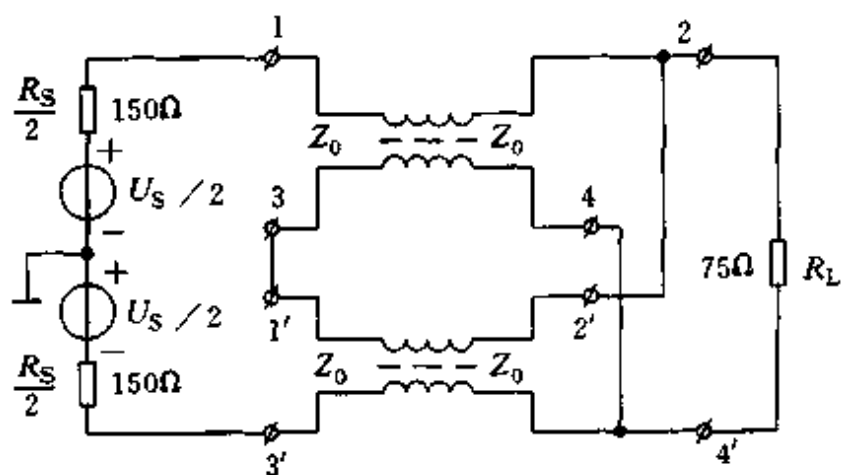


图 6-27 $300\Omega/75\Omega$ 平衡—不平衡转换

传输线变压器还常用来作高频信号的功率分配器和功率合成器。例如有线电视 CATV 系统,若需要供两台或三台电视机使用,就需要购买相应的二分配器或三分配器。而不能直接将

多台电视机并联到 CATV 的同轴电缆上。分配器是用传输线变压器制成的,可以将一个高频信号功率均匀地,互不影响地分配给几个电视机,不会由于一台电视机的故障而影响其他电视机的接收。电视天线公用系统的结构如图 6-28 所示。

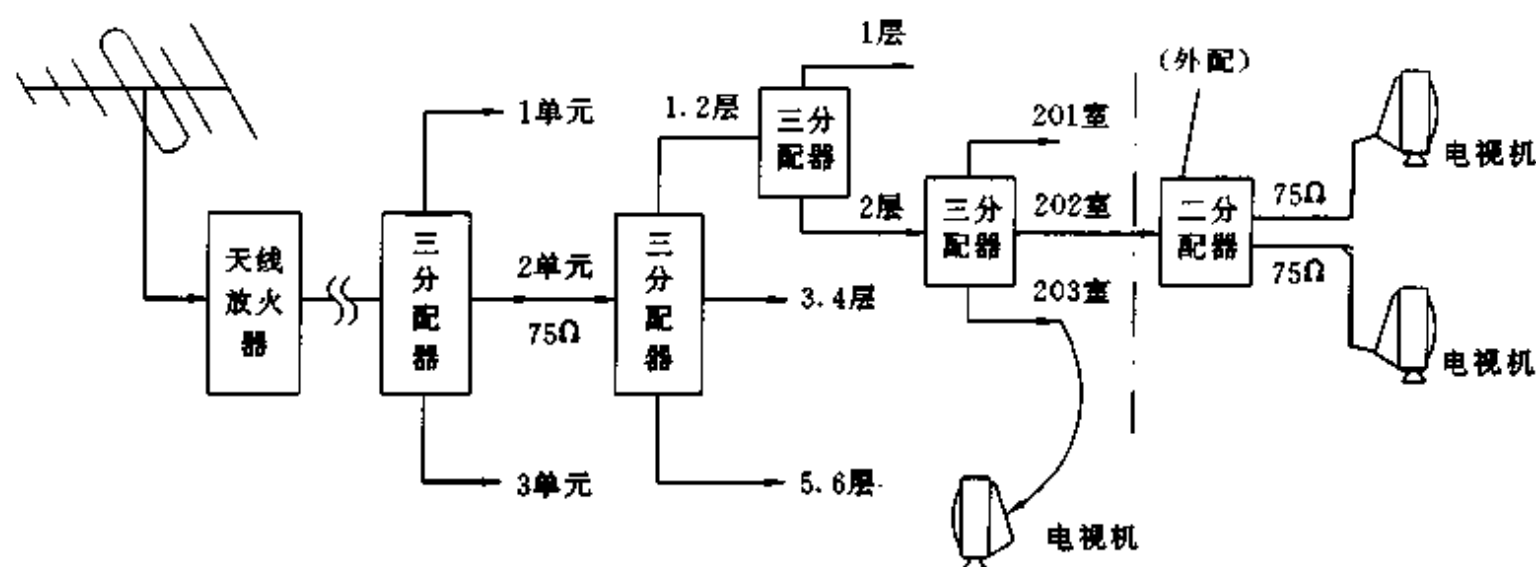


图 6-28 电视天线公用系统结构

6.5 变压器的指标与使用注意事项

6.5.1 电力变压器的额定值

由于电力变压器在高电压大电流下长期连续运行,其安全性,可靠性不能忽视。为此,制造商将变压器可以长期安全运行的技术数据以额定值的形式标示在铭牌上。用户需严格按额定值规定的數據使用。电力变压器的额定值有

6.5.1.1 额定电压 U_{1N} 和 U_{2N}

U_{1N} 是初级应施加的外部电压值(有效值)。 U_{2N} 是指当初级加 U_{1N} 时,次级的开路电压。考虑到满载运行时线路及变压器上的压降, U_{2N} 应比负载所需电压高 5%。对小功率电源变压器, U_{2N} 一般是指满载时次级的输出电压,注意此处的差别。因此,电源变压器空载时的次级电压要比标称的 U_{2N} 高出 10%左右。

6.5.1.2 额定电流 I_{1N} 和 I_{2N}

初、次级额定电流 I_{1N} 和 I_{2N} 是指变压器正常运行时,允许长期通过的最大电流。额定电流是由变压器允许的温升所决定。变压器绝缘材料的耐热等级越高,允许的温升也越高。在相同体积和线径下,其额定电流也越大。使用中长期超过额定电流将使导线温度过高,造成绝缘材料的迅速老化,缩短变压器的寿命。

6.5.1.3 额定容量 S_N

在额定条件下,变压器输出最大功率的能力。它是视在功率即 $S_N = U_{2N} \cdot I_{2N}$ 。电力变压器的实际输出功率 P_2 与负载功率因数有关,即

$$P_2 = U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos\varphi = S_N \cdot \cos\varphi \quad (6.39)$$

$\cos\varphi$ 越大, P_2 越接近 S_N , 变压器的利用率就越高。对于小功率电源变压器,可以近似认为

$\cos\varphi=1$ 。因此用输出功率来表示。

6.5.1.4 额定频率 f_N

f_N 是指初级外加电压的频率。额定频率不同的变压器一般不能互换。我国的电力标准为 $f_N=50\text{Hz}$ ，欧美及日本的标准为 60Hz 。

6.5.1.5 变压器的效率 η

变压器的效率是输出功率 P_2 与输入功率 P_1 之比，记作 η

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% \quad (6.40)$$

P_1 与 P_2 之差是变压器的铜损和铁损。变压器容量越大， η 越高。大型电力变压器的效率在 $96\sim 98\%$ ，而小功率电源变压器只有 $70\sim 80\%$ 。

变压器的额定值还有许多，这里不再赘述。

6.5.2 变压器线圈的极性

电源变压器在使用中，可能会出现需要将多个次级线圈串联以获得新的输出电压，或将两个相同的次级并联以获得更大的输出电流；在信号电路中，由变压器组成的正弦波振荡电路，对从变压器上引出的信号瞬时极性有严格、确定的要求。因此，需要对变压器线圈之间的极性加以确认和标注。

变压器线圈的极性是指各线圈之间的相对极性。如果一个线圈的某一端瞬时极性为正，它所建立的磁场会在另一个线圈中感应出电动势，其中必有一端瞬时电位为正，这两个瞬时极性相同的端叫做同极性端或同名端。同名端在电路图中常以“*”或“·”作标记，以表示线圈的联接方法，在实际使用中必须在线头上做标记。同名端如何识别呢？

6.5.2.1 根据线圈的绕向识别同名端

有两个绕向已知的线圈如图 6-29 所示。图(a)为两个绕向相同的线圈。假设线圈 A 瞬时 1 端为正，从 1 端流入的电流 i_1 将增大。根据右手螺旋定则，产生的磁通 Φ_1 也增大，如图所示。 Φ_1 在线圈 B 中产生的感应电流(假想外接负载) i_2 所形成的磁通 Φ_2 ，必然与 Φ_1 相反。因此， i_2 是从 4 端流入，3 端流出。对负载 R_L 而言，3 端瞬时电位为正。故 1, 3 端为同名端。

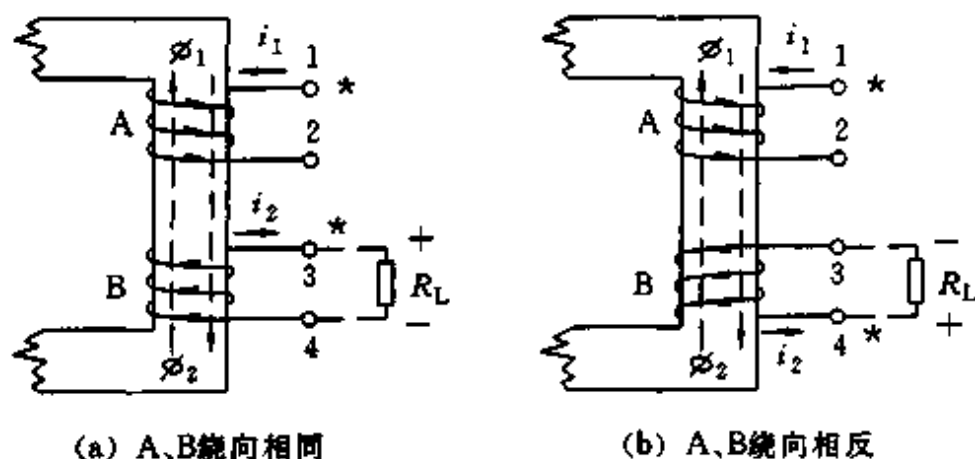


图 6-29 同名端的判别

图(b)是两个绕向相反的线圈。仍然设线圈 A 瞬时 1 端极性为正， i_1 、 Φ_1 与图(a)相同，由于线圈 B 的绕向相反，所以 i_2 将从线圈 B 的 3 端流入，4 端流出。对负载 R_L 而言，4 端电位为正。

故 1,4 端为同名端。

在实际应用中,常用两个线圈主磁通的方向来判别,即 A、B 线圈同时通入电流,若产生的磁通方向一致,则电流的入端为同名端,否则为异名端。

例 6.5 有一个电源变压器是 220V/双 10V,额定电流分别为 1A 和 0.5A,如图 6-30 所示。现需要输出电压 20V,试问:

(1) 两个线圈如何连接。

(2) 输出 20V 时,变压器的输出功率 P_2 是多少?

解:(1) 若要使输出电压升高,次级应异名端相接;即 2,4 端(或 1,3 端)相接

$$U_{13} = U_{12} + U_{43} = 10 + 10 = 20\text{V}$$

(2) 由于两线圈串联,因此输出最大电流为线圈 3,4 的允许电流 0.5A,此时的输出功率为

$$P'_2 = U_{13} \times 0.5 = 20 \times 0.5 = 10\text{W}$$

$$\text{原输出功率 } P_2 = 10 \times 1 + 10 \times 0.5 = 15\text{W}$$

6.5.2.2 电源变压器同名端的测量

变压器的同名端一般都不给出,如果需要,应在使用前测量出同名端。电源变压器同名端的测量可采用以下两种方法。

1. 交流电压法

交流电压法如图 6-31 所示。将两个次级线圈任意两端连接(如图所示 2、3 端相连),初级加 220V 交流电压,用万用表交流电压挡分别测量第一个线圈的电压 U_1 和两个串联线圈的电压 U_2 ,若 $U_2 > U_1$ 则是异名端相连,即 1、3 端为同名端。若 $U_2 < U_1$,则 1、4 为同名端。

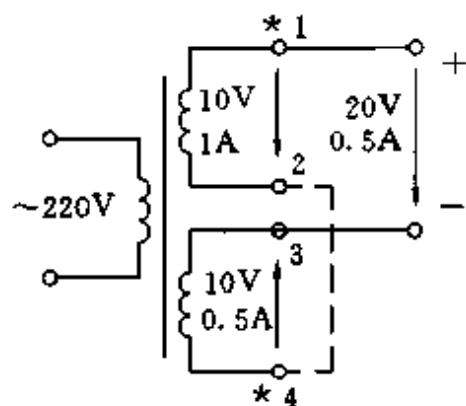


图 6-30 例 6.5 图

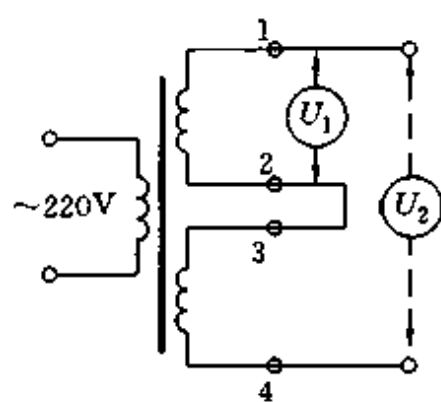


图 6-31 交流电压法

2. 直流电流法

用直流电流法测初、次级线圈的同名端较为安全。直流电流法如图 6-32 所示。将初级通过开关接在直流稳压电源上,另一线圈接入指针式万用表(直流挡)。迅速闭合一下开关,观看电流表指示,若电流指示为正,则 1,3 端为同名端,否则 1,4 端为同名端。

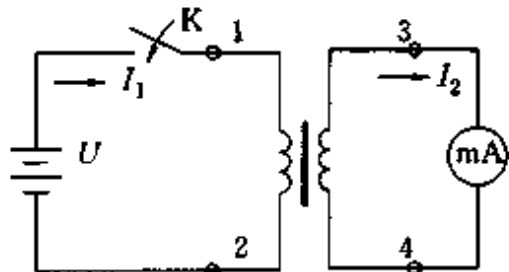


图 6-32 直流电流法

6.5.2.3 电信变压器同名端的识别与测量

电信变压器如中频变压器、收音机的天线线圈等所用导线极细,不能用上述方法测量。如果是带中心抽头的变压

器(如图 6-33 所示),由于绕向相同,故 1、2 端为同名端,而 4、5 线圈的同名端可以用信号发生器和双踪示波器来测量。即将 10kHz 的正弦信号加在 1、3 端,用双踪示波器观看 1、3 端和 4、5 端的信号波形,若 1 端波形的相位与 4 端相同,则 1、4 端为同名端,若相反,则 1、5 端为同名端。

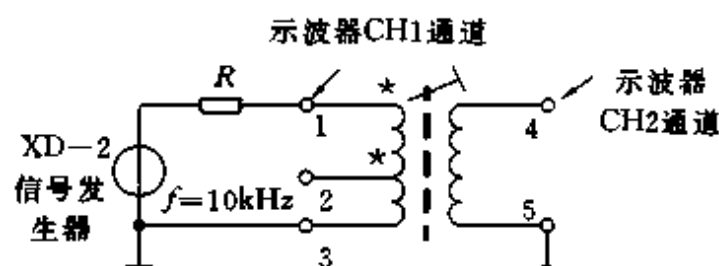


图 6-33 中频变压器同名端测量

〈操作与应用〉 电源变压器的测试

[目的]

1. 了解常用电源变压器的结构特点。
2. 掌握电源变压器的简单测试方法。

内容

1. 变压器外观检测:①冲片;②叠装工艺;③外壳骨架工艺。
2. 指标测试

(1) 绝缘电阻:用 500V 摇表,依次测试:①所有线圈对铁芯;②初级对所有次级;③次级各组之间,分别记录测试结果。

(2) 空载电流:用实验板,将 K_2 、 K_3 打开。接电源后,用万用表交流电流挡测 L_3 、 L_4 端。

(3) 输出电压:用实验板,①接通电源,闭合开关 K_1 ,打开 K_2 、 K_3 ,用万用表交流电压挡检测 L_5 、 L_6 ,记录空载电压值 U ;②万用表交流电流挡接在 L_5 、 L_6 上,调整电炉丝长度到额定输出电流;③闭合开关 K_1 用万用表交流电压挡测 L_7 、 L_8 ,记录输出电压 U_2 。

(4) 电压调整率:用上述结果计算。

(5) 温升测试。

3. 变压器极性测试:将 L_8 、 L_9 用导线连接, K_1 、 K_2 、 K_3 闭合,接通电源用交流电压挡测量 L_7 、 L_{12} ,并记录数值。

4. 整理并分析结果。

[说明]

所需器材及工具如下:①25W、220V/双 10V 电源变压器,C 型,E 型铁芯各一只;②500V 摇表一块;③数字万用表一块;④500W 电炉丝一条;⑤电工工具一套;⑥实验板一块,如图 6-34 所示;⑦单刀开关 250V/1A 三只,1mm² 多股导线若干。

习 题 六

6.1 一台变压器的初级电压 $U=3300V$,50Hz,变比 $n=15$,求次级电压 U_2 ,并写出次级电压的瞬时表达式 u_2 。若次级电流 $I_2=100A$,初级电流是多少?(设 u_2 的相位 $\psi_2=0$)

6.2 变压器使用 220V、50Hz 单相交流电,铁芯中的磁通 $\Phi_m=0.5 \times 10^{-3}Wb$,试求:

(1)初级线圈的匝数 N_1 , (2)若次级开路电压 $U_{20}=15V$,求次级匝数 N_2 , (3)变压器的变比 n 。

6.3 一只 220V、50Hz 的电源变压器,已知初级线圈 $N_1=2000$ 匝,变压器的效率 $\eta=0.8$,输出额定电流

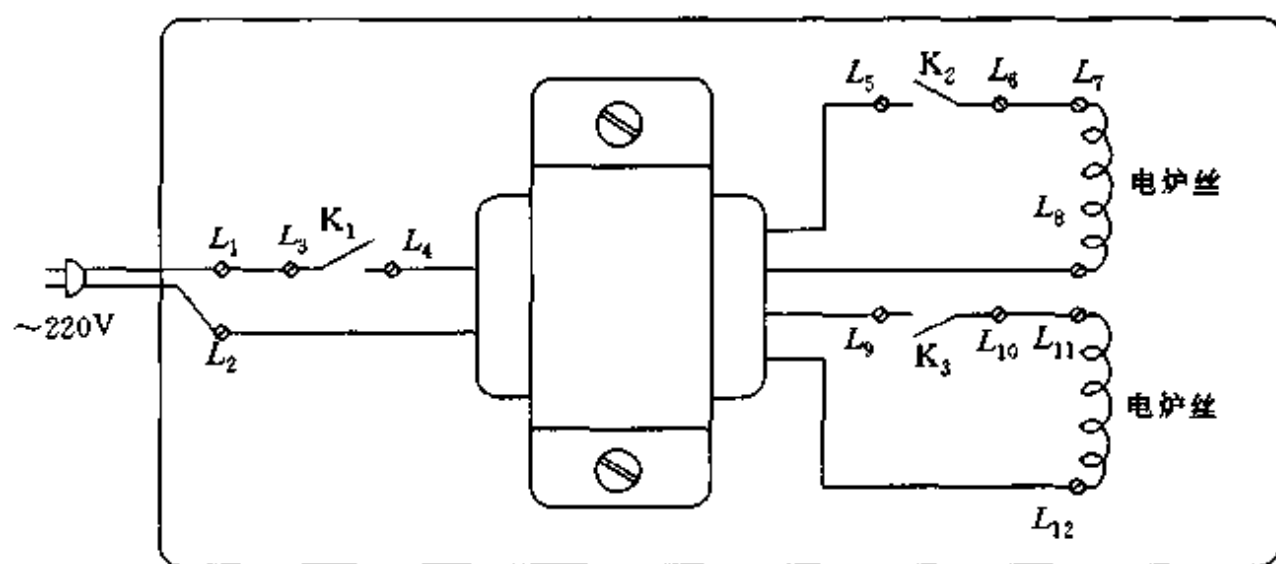


图 6-34 变压器实验板

为 1A, 求: (1) 若要求在额定输出时 $U_2=15V$, 电压调整率 $\Delta U=10\%$, 试求次级线圈匝数 N_2 及变比 n 。

(2) 变压器的输出功率 P_2 ;

(3) 在额定输出时, 初级电流 I_1 。

(4) 变压器的标称功率 P 。

6.4 一台单相变压器, 额定容量 $S_N=100kVA$, 额定电压 $3300/230V$, 试求:

(1) 变压器的变比 n 。(2) 初、次级线圈的额定电流 I_{1N} 和 I_{2N} 。(3) 若满载时 $U_2=220V$, 向额定功率 $40W$, 额定电压 $220V$, 功率因数为 0.89 的日光灯供电时, 它可以接多少盏这样的日光灯? (4) 若向 $40W$ 白炽灯供电, 可以接多少盏?

6.5 一台使用 $220V, 60Hz$ 单相交流电的变压器, 若接在 $220V, 50Hz$ 的单相交流电源上, 问可能出现的现象, 试分析其原因。若反过来, 情况又如何?

6.6 带中心抽头的线间变压器如图 T6-1 所示。两个线圈分别可接 8Ω 或 4Ω 的扬声器, 并都可实现阻抗匹配, 试求次级线圈之比。

6.7 晶体管功放级的输出电阻 $R_s=5k\Omega$, 经输出变压器接 8Ω 的扬声器。若变压器的效率 $\eta=0.85$, 试求:

(1) 变压器的变比。

(2) 若要求下限截止频率 $f_L=100Hz$, (忽略次级电阻) 求变压器所需的激磁电感 L_0 。

(3) 若次级线圈电阻 $r_2=0.2\Omega$, 求此时的 f_L 。

6.8 有一个输出变压器的铁芯, 经测试, 每匝线圈的电感量 $L'=2\times 10^{-5}H$, 变压器的激磁电感量可按 $L_0=L'\cdot N_1^2$ 计算。若变压器所需的激磁电感 L_0 同 6.7 题(2), 试求:

(1) 变压器初级线圈 N_1 应为多少匝?

(2) 次级线圈 N_2 的匝数。

6.9 如图 T6-2 所示的变压器电路, 信号源电压 $U_s=10V$ 。计算当变压器的变比为何值时负载电阻上可以获得最大功率? 该最大功率是多少?

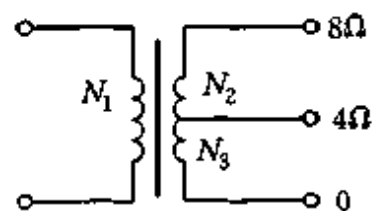


图 T6-1 题 6.6

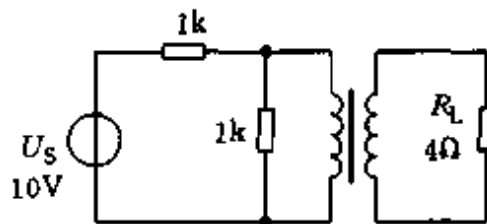


图 T6-2 题 6.9 图

6.10 电源变压器如图 T6-3 所示

(1) 标出线圈的同名端。

(2) 改变次级线圈的连接, 次级可以获得几种不同的输出电压? 请画出接线图。

(3) 各种输出电压时的输出功率各是多少?

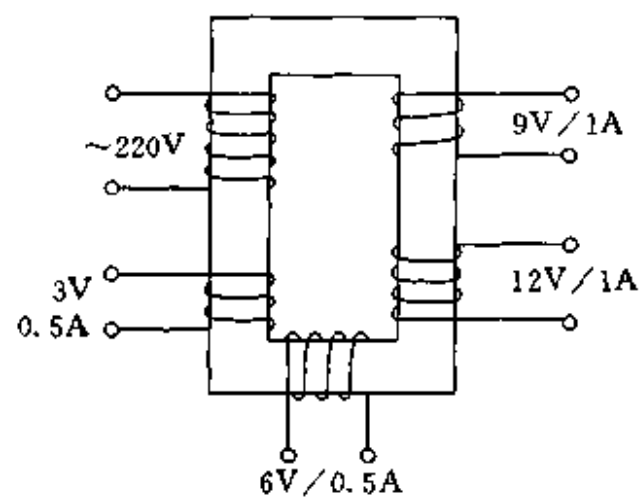


图 T6-3 题 6.10 图

第7章 电动机

电动机是一种将电能转换成机械能的装置。电动机具有性能良好、运行可靠、维护方便、控制灵活等一系列优点,所以在国民经济的各个领域都得到了广泛的应用。

电动机的种类很多,传统的分类方法是按照使用电流种类的不同,分为交流电动机和直流电动机两大类。交流电动机按转速又可分为同步电动机和异步电动机;直流电动机按励磁方式又可分为他励和自励电动机。按电动机的功能可以分为用于动力的普通电动机和用于自动控制及检测系统的控制电动机。其中异步电动机,特别是三相异步电动机以其构造简单,价格便宜,使用维护方便等优点,在工农业生产中作为动力广泛应用。例如工业生产中的各种机床,起重机,传送带,自动流水线,功率不大的水泵,通风机,农用排灌机械等。但是异步电动机的起动性能和调速性能较差。直流电动机具有较大的起动转矩及优良的调速性能。但其设备成本高,使用维护费用大,只有在某些特殊的场合如轧钢机,龙门刨,电力牵引机车等需要大起动转矩和均匀调速的设备中,才使用直流电动机。

随着自动控制系统和计算机设备的不断发展,在普通电机的基础上发展了多种具有特殊性能的小功率电动机。它们在卫星定位,自动跟踪,打印描扫,数据存储与读出设备中分别作为信号的传递、执行、转换与控制部件,这类电动机称为控制电动机。普通电动机着眼于起动和运行状态的力能指标,而控制电动机则偏重于特性的高精度和快速响应,如伺服电动机,步进电动机等。

科学技术的不断发展,为电机行业注入了新的活力。新型的电动机不断出现,如目前正在研制的用于磁悬浮列车驱动的直线电动机,用于磁盘读写的音圈式电动机,以及单片机控制技术、功率电子技术与异步电动机结合构成的变频式电动机等。电动机的种类很多,但不论是哪种类型的电动机,其工作原理都是建立在电磁感应定律和电磁力相互作用定律的基础上。

7.1 三相异步电动机

7.1.1 三相异步电动机的构造

三相异步电动机的构造如图 7-1 所示,它主要由定子和转子两部分组成。

7.1.1.1 定子

定子是电动机的静止部分,由机座、定子铁芯、定子绕组及端盖等组成。机座通常用铸铁制成,内装用 0.5mm 硅钢片叠装成的圆筒状铁芯。铁芯内圆上均匀冲出线槽孔,用来放置对称的三相绕组 AX、BY、CZ。绕组的六个端头都引到机座的出线盒内,可以作 Y 形或 Δ 形连接,如图 7-2 所示。

7.1.1.2 转子

转子是电动机的旋转部分,是由硅钢片叠装而成的圆柱铁芯,其外圆上也均匀冲有槽孔,

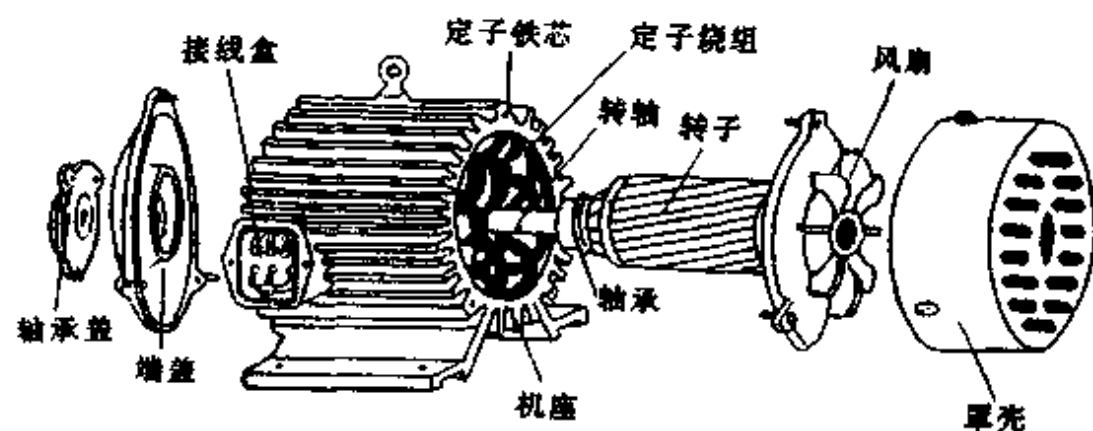


图 7-1 三相异步电动机的构造

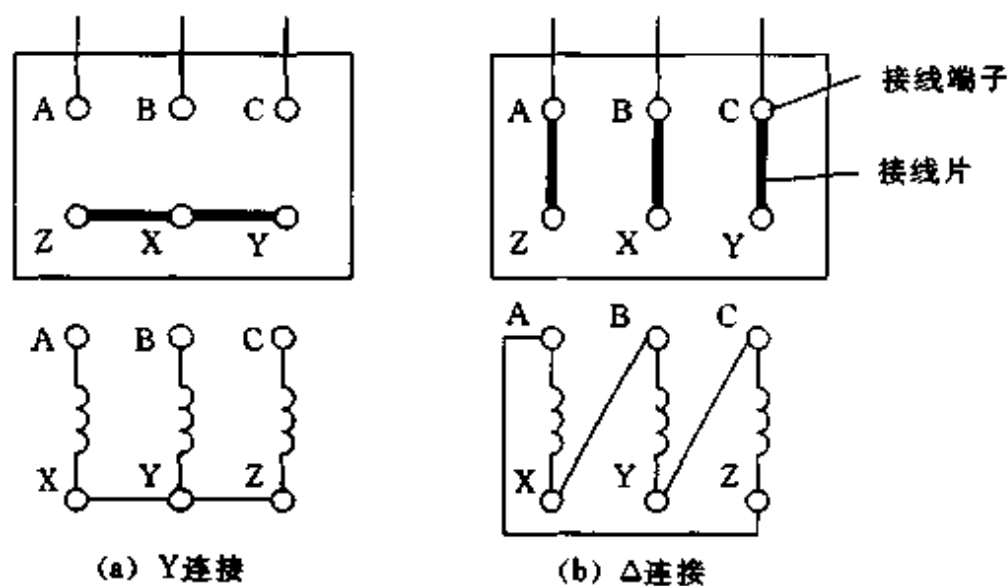


图 7-2 三相绕组的连接

槽内放置转子绕组。转子绕组分为笼型和绕线型两种。笼型转子是在转子槽孔内放置铜条或铝条，两端用端环连接起来，所有导条连接的形状如同一个松鼠笼，故又称鼠笼转子。小功率异步电动机的转子绕组通常采用铸铝工艺，将导条、端环、风叶一同压铸而成，如图 7-3 所示。

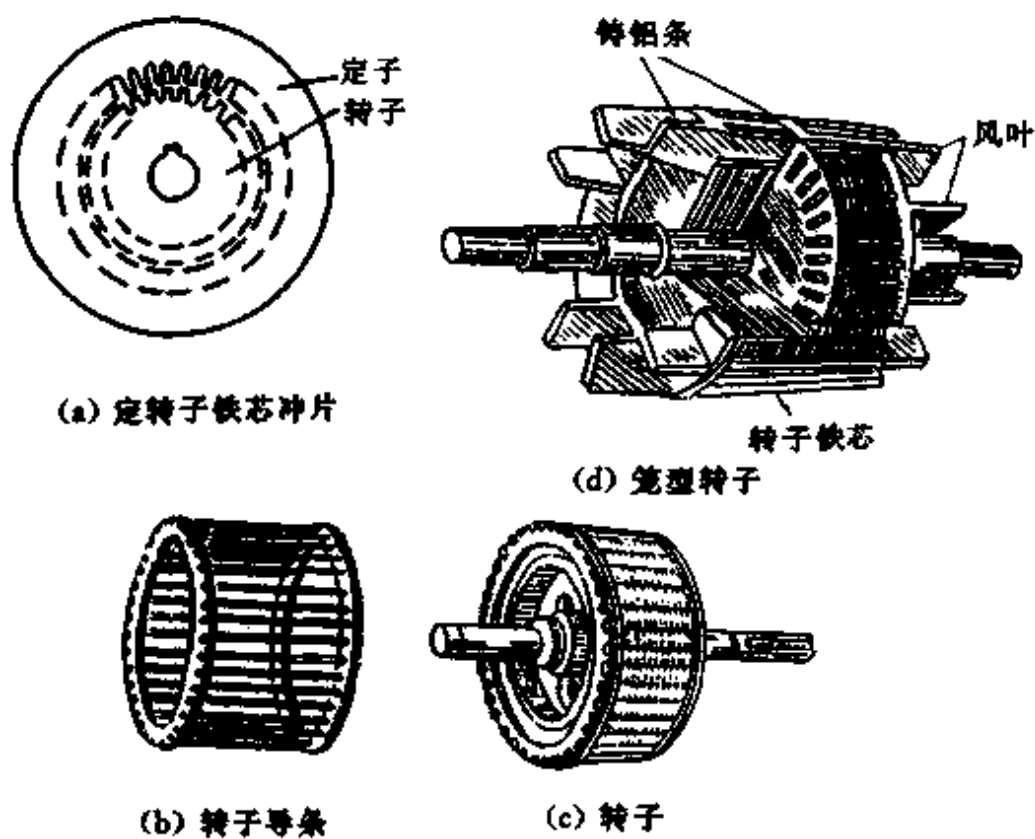


图 7-3 笼型转子及冲片

7.1.2 三相异步电动机的工作原理

定子绕组通入三相交流电流以后,转子为什么会旋转呢?这是因为三相交流电流在三个定子绕组中会产生一个沿定子内圆转动的磁场——称为旋转磁场。旋转的磁场会在转子导条中感应出电流,使导条受到电磁转矩的作用,因此转子能旋转起来。可见,获得旋转磁场是使三相异步电动机旋转的必备条件。

7.1.2.1 旋转磁场的产生

三相异步电动机的三个定子绕组按空间位置相隔 120° 电角度依次放置,三个绕组接成星形连接,如图 7-4 所示。当定子接通对称三相电源后,绕组中会有对称三相电流,瞬时值表示式为

$$i_A = I_m \sin \omega t$$

$$i_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_C = I_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

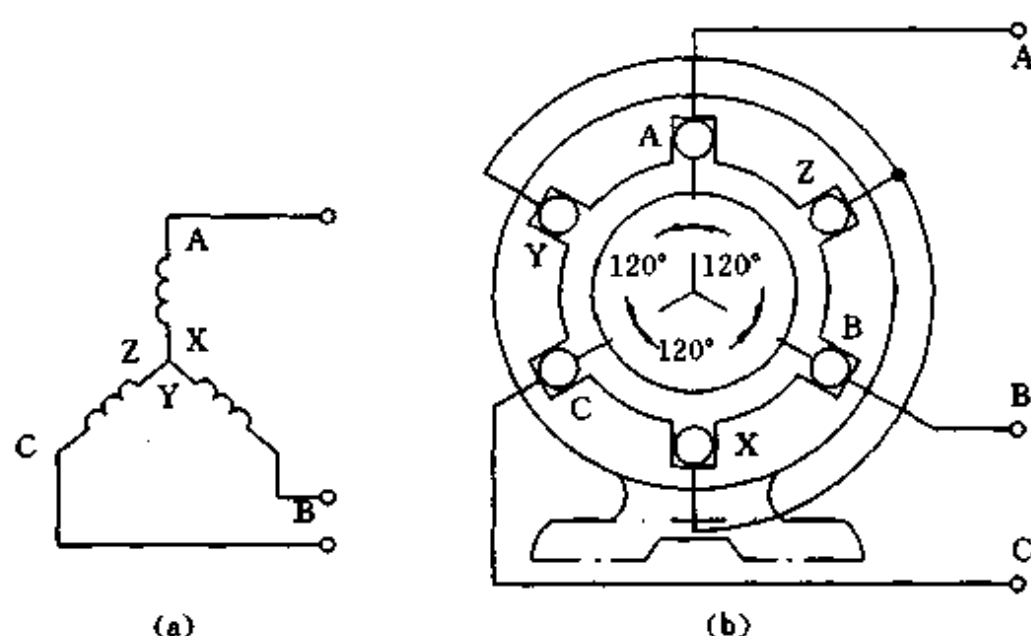


图 7-4 定子三相绕组的排列和连接

假设电流正方向是从绕组的首端指向尾端。电流正半周时其值为正,表示电流的实际方向是从首端流入,尾端流出;电流负半周时,电流的方向是从尾端流入,首端流出。流入导线的电流用符号 $\otimes$ 表示,流出的电流用符号 $\odot$ 表示。则三相电流各时刻在绕组中的电流方向与合成的磁场如图 7-5 所示。在 $\omega t = 0$ 时, $i_A = 0$, $i_B < 0$, 电流从 Y 端流入,从 B 端流出; $i_C > 0$, 电流从 C 端流入,从 Z 端流出。用右手螺旋定则判定, B 相、C 相绕组合成的磁场方向为 $A \rightarrow B$, 如图 7-5(a) 所示。在 $\omega t = 60^\circ$ 时, $i_A > 0$, 电从 A 端流入,从 X 端流出; $i_B < 0$, 电流从 Y 端流入,从 B 端流出; $i_C = 0$ 。合成磁场的方向为 $Z \rightarrow C$, 如图 7-5(b) 所示, 即合成磁场在空间沿顺时针方向转过了 60° 。

同理可得,在 $\omega t = 120^\circ$ 时,三相电流的合成磁场变为 $B \rightarrow Y$, 比 $\omega t = 60^\circ$ 时的磁场方向又转过 60° , 如图 7-5(c) 所示。可见,三相交流电流在定子绕组中产生的合成磁场是一个随时间在空间不断转动的旋转磁场。

7.1.2.2 磁极对数与同步转速

图 7-5 所示的定子绕组每相只有一个线圈,三个线圈彼此相隔 120° , 均匀分布并占满定子

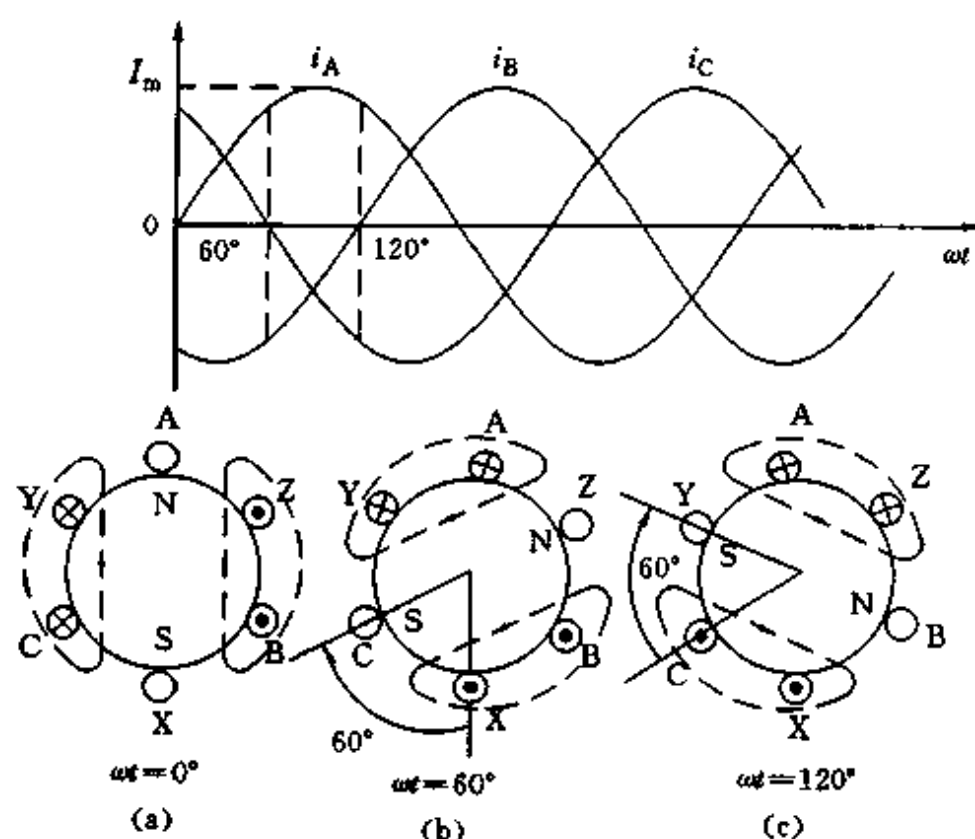


图 7-5 旋转磁场的形成

360°的空间角。从产生的磁极看,合成磁场只有一对磁极(1个N极,1个S极),即磁极对数 $p=1$ 。如果每相绕组由两个线圈串联组成,并按图 7-6(a)所示连接,则六个线圈彼此相隔 60°空间角。这样的三相绕组通入三相电流后,可得到两对磁极($p=2$)的旋转磁场,如图 7-6(b)(c)所示。

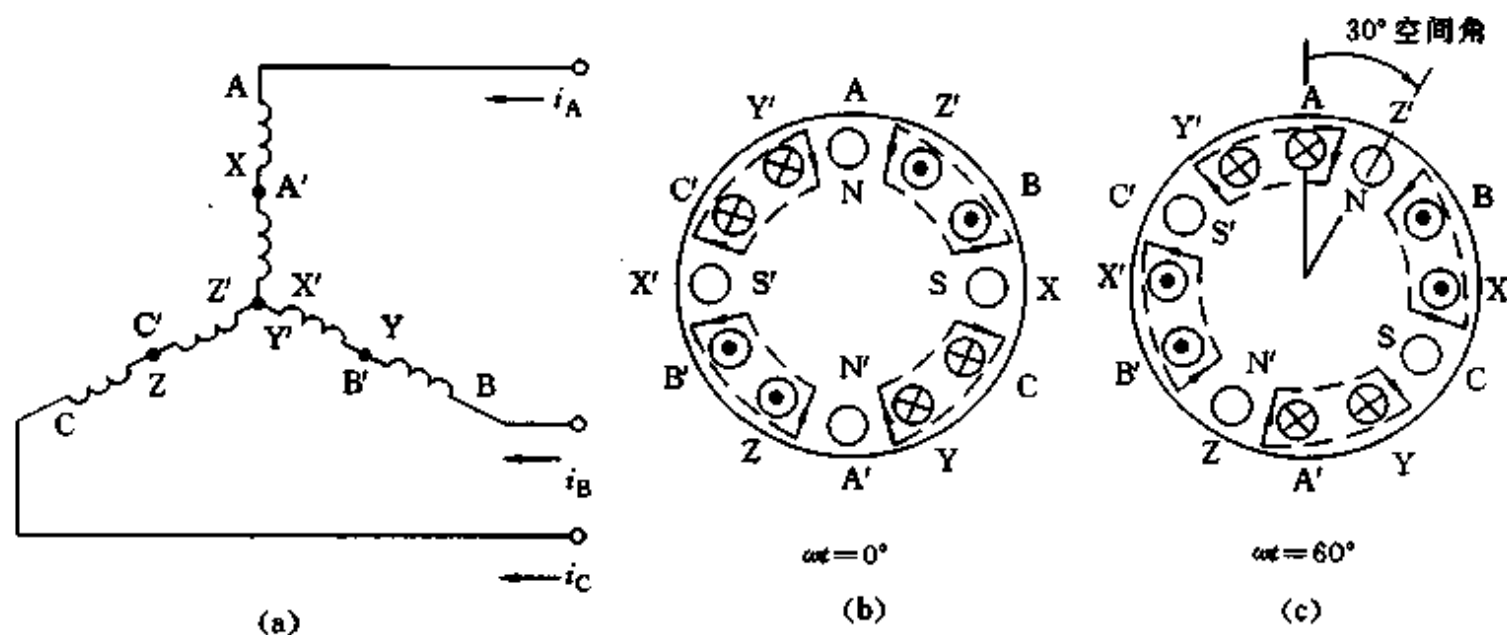


图 7-6 两对磁极的旋转磁场与绕组的连接

比较图 7-5 和图 7-6 可以看出:旋转磁场的转速与磁极的对数有关。在经过相同的电角度 $\omega t=60^\circ$ 后,旋转磁场转动的空间角度却不同。 $p=1$ 时,旋转的空间角度与电角度相同,即电流变化一个周期(360°电角度),磁场恰好在空间也转动一周(360°空间角)。若电流的频率为 f_1 (Hz)或每分钟变化 $60f_1$ 次,则旋转磁场的转速 $n_0=60f_1$ r/min(转/分)。旋转磁场的转速称为同步转速,记作 n_0 。而 $p=2$ 时,磁场在空间旋转的角度是 30°,是电角度的 1/2。当电流变化一周时,旋转磁场只在空间转过半周,即 $n_0=60f_1/2$ 。依此类推,具有 p 对磁极的旋转磁场,其同步转速仅为一对磁极时的 $1/p$,即

$$n_0 = 60f_1/p \quad (7.1)$$

从图 7-5 和图 7-6 中还可看出,旋转磁场是沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向顺时针转动。如果将三

相绕组中任意两相(如 A、B 相)对调后接入三相电源,则产生的磁场将沿逆时针方向转动,同学可以自行验证。可见旋转磁场的转向是由三相电的相序决定的。因此在电动机接线时一定要注意电源的相序。同时也说明,若要实现电动机正反转的控制,只要改变其中任意两相绕组的接线即可。

7.1.2.3 三相异步电动机的工作原理

图 7-7 是三相异步电动机工作原理的示意图。当定子绕组通入三相电流时,定子内部产生一个沿顺时针方向、同步转速为 n_0 的旋转磁场。这时转子导条与旋转磁场之间存在着相对运动,因而在转子导条中会产生感应电流。用右手定则(相当于磁场不动,导条逆时针移动)可以确定导条中感应电流的方向如图所示。

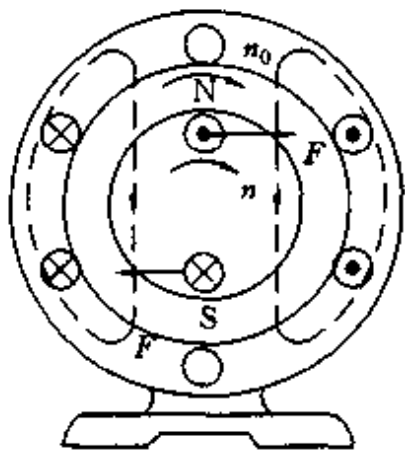


图 7-7 三相异步电动机工作原理

转子导条中的感应电流在旋转磁场中受到电磁力 F 的作用,其方向用左手定则确定。电磁力 F 作用在转子上形成电磁转矩 M ,使转子沿着旋转磁场的方向转动。但是,转子的转速 n 必须小于同步转速 n_0 ,否则转子导条与旋转磁场之间就不存在相对运动,即转子导条不切割磁力线,因此就不会产生感应电流和驱动转子转动的电磁力矩。正是由于转子的转速 n 低于同步转速 n_0 ,所以称这种电动机为异步电动机,又因为转子电流是依靠电磁感应产生的,也称为感应电动机。

显然,同步转速与转子实际转速的差值($n_0 - n$)会影响转子中感应电流的频率和大小,因此会影响转子上的电磁力矩。转速的差值与同步转速之比称为转差率,记作 S

$$S = (n_0 - n) / n_0 \quad (7.2)$$

转差率是决定异步电动机运行情况的重要参数。当电动机起动的瞬间,转子转速 $n=0$, $S=1$,转子中的感应电流的频率最高(50Hz),电流也最大(是额定电流的 5~7 倍);随着转速的上升, S 不断下降。在额定状态下 $S_N=0.03\sim0.06$,转速 n 与同步转速 n_0 十分接近。所以异步电动机的工作范围是 $0 < S < 1$ 。

例 7.1 一台三相异步电动机,额定转速 $n_N=1450\text{r/min}$,使用 50Hz 三相交流电。问:这台电动机的同步转速 n_0 ,磁极数及额定转差率 S_N 各是多少?

解:由于额定转速近似等于同步转速,可知 $n_0=1500\text{r/min}$

由式(7.1)可得

$$p = 60f_1 / n_0 = (60 \times 50) / 1500 = 2$$

该电机为四极电动机(极对数 $p=2$),额定转差率为

$$S_N = n_0 - n_N / n_0 = (1500 - 1450) / 1500 = 0.033$$

7.1.3 三相异步电动机的机械特性

电动机的机械特性,是描述电动机的转速 n 与转矩 M 之间关系的曲线,即 $n=f(M)$ 。该曲线是用户了解电动机性能,正确选择和使用电动机的重要依据。三相异步电动机的 $n=f(M)$ 曲线如图 7-8 所示。图中 M_q 是起动转矩, M_N 是额定转矩, M_m 是最大转矩。曲线可以分成 A—B 和 B—C 两个区。其中 A—B 区是电动机正常工作的区域,称为稳定运行区,而 B—C 区是不稳定区。

7.1.3.1 稳定运行区与非稳定运行区

电动机在稳定运行时,电动机的转矩 M 等于负载转矩 M_L ,即 $M=M_L$;当负载转矩变化时,电动机的转矩也必须随之变化,并始终保持 $M=M_L$ 。从图 7-8 中可以看到,在 Q 点运行时负载转矩 $M_L=M_N$,电动机转速为 n_N 。当负载转矩升高为 M'_L 时,由于电动机的转矩小于负载转矩,使电动机的转速降低。Q 点沿 A—B 下移,同时电动机的转矩增大。当移到 Q' 点时达到新的平衡,此时 $n<n_N$ 。当负载转矩超过最大转矩 M_m 时,Q 点一旦越过 B 点进入非稳定区后,转矩反而随转速的下降而减小。于是电动机将迅速停止,出现堵转(俗称闷车)。在 $n=f(M)$ 曲线的 A—B 段,电动机具有自动调节转速以满足负载转矩变化的能力,因此是稳定运行区。而 B—C 段为非稳定运行区,使用中绝不允许出现负载转矩超过最大转矩的现象。

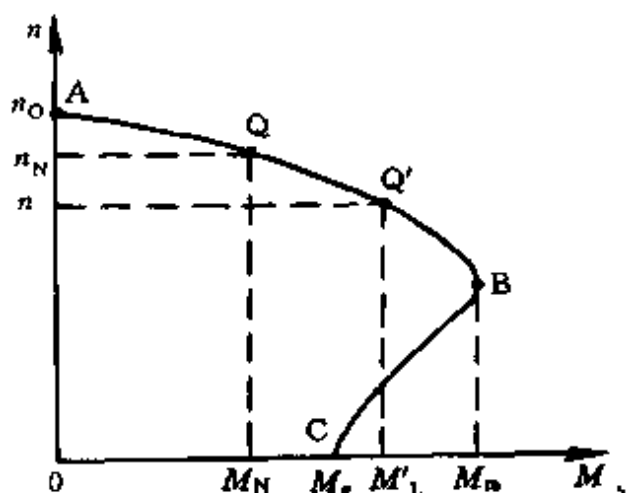


图 7-8 三相异步电动机的机械特性曲线

7.1.3.2 额定转矩 M_N

电动机在额定状态下稳定运行时的输出转矩称为额定转矩,记作 M_N 。额定转矩与额定功率、额定转速的关系为

$$M_N = 9550 P_N / n_N \quad (7.3)$$

式中 P_N 是额定功率,单位为 kW(千瓦); n_N 是额定转速,单位为 r/min(转/分); M_N 是额定转矩,单位为 N·m(牛顿·米)。 P_N 、 n_N 都是电动机的额定数据,可以从电动机的铭牌上查到。

7.1.3.3 最大转矩 M_m 与过载能力 λ_m

电动机转矩的最大值称为最大转矩,记作 M_m 。由于电动机在运行时常会遇到冲击负载(如冲床在冲压的瞬间),而冲击负载往往要比额定负载大得多。只要不超过最大转矩,电动机仍可继续工作。可见最大转矩 M_m 是描述电动机短时承受过载能力的重要指标。最大转矩 M_m 与额定转矩 M_N 的比值称为电动机的过载能力或过载系数,记作 λ_m 。

$$\text{过载能力} \quad \lambda_m = M_m / M_N \quad (7.4)$$

最大转矩 M_m 不是电动机的额定数据,一般手册上都以过载能力给出。国产 Y 系列异步电动机的过载能力 $\lambda_m = 1.8 \sim 2.5$,具体数值可查阅《电工手册》或《三相异步电动机技术手册》。

电动机的最大转矩与电源电压、电源频率、转子阻抗有如下的关系:

$$M_m = k \frac{U_1^2}{f_1} |Z_2(S_c)| \quad (7.5)$$

式中 K 是与电动机结构有关的常数, U_1 为电源电压, f_1 为电源的频率, S_c 为最大转矩时的转差率,称为临界转差率, $Z_2(S_c)$ 为临界转差率时的转子阻抗。由式(7.5)可知,最大转矩与 U_1^2 成正比,与 f_1 成反比。因此,电源电压的波动会引起转矩的很大变化。

7.1.3.4 起动转矩 M_q

当电动机的转速 $n=0$ ($S=1$) 时, 电动机的转矩称为起动转矩, 记作 M_q 。起动转矩 M_q 与额定转矩 M_N 的比值称为起动能力或起动转矩系数, 记作 λ

$$\lambda = M_q / M_N \quad (7.6)$$

Y 系列异步电动机的 $\lambda=1.5\sim 2.2$ 。电动机的起动转矩是通过 λ 和 M_N 求出的, 即 $M_q = \lambda M_N$ 。只有起动转矩大于负载转矩, 电动机才能起动。起动转矩越大, 起动越快。反之, 不能起动。

7.2 三相异步电动机的使用方法

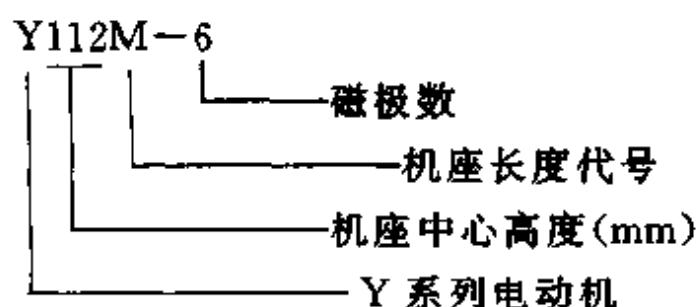
电动机在使用前先要了解它的型号, 额定值和有关的技术数据。电动机的型号和额定值一般都标记在电动机的铭牌上, 学会阅读铭牌对正确使用电动机是十分必要的。

7.2.1 异步电动机的技术数据

7.2.1.1 如何阅读铭牌

图 7-9 是一台 Y 系列异步电动机的铭牌, 以此为例说明各项的含意。

1. 型号: 型号是由汉语拼音字母和数字组成的一组数, 用来表示电动机的产品系列、结构特点。其含意为



三相异步电动机		
型号 Y112M-6	功率 2.2kW	NO
电压 220/380V	接法 Δ/Y	电流 9.6/5.6A
频率 50Hz	转速 950r/min	温升 B级
功率因数 0.74	工作条件 SI	
上海电机厂制造		

图 7-9 铭牌

电动机的型号决定了它的技术数据、性能指标、工艺要点和使用范围。因此是电动机身份的重要标识。Y 系列异步电动机是我国 80 年代推出的性能优良的新系列产品, 是目前国内应用最广泛的一种中小型异步电动机。

2. 额定功率: 指电动机在额定状态下运行, 转子轴上输出的机械功率, 单位为 kW。额定状态是按照铭牌规定的运行条件和额定值运行的状态。本例电动机的额定功率为 2.2kW。

3. 额定电压和接法: 指电动机在额定状态下运行时, 定子绕组外接电源的线电压, 单位

为 V。本例铭牌上给出两个电压值 220/380V,它与 Δ/Y 的接法相对应,当电源线电压为 220V 时接成三角形,380V 时接成星形。

4. 额定电流:指电动机在额定状态下运行时,定子绕组的线电流,单位为 A。本例电动机接成三角形时额定电流为 9.6A,接成星形时为 5.6A。

5. 额定频率:指交流电源的频率,本例电动机额定频率为 50Hz。

6. 额定转速:指电动机的电压、电流、频率均为额定值时,电动机的转速,单位为 r/min。本例电动机的转速为 950r/min。

7. 功率因数:指电动机在额定状态下运行时,定子绕组相电压与相电流夹角的余弦。Y 系列电动机的功率因数在 0.8 左右,但空载时仅为 0.2~0.3。因此,异步电动机应尽量避免轻载或空载运行。

8. 工作方式:根据运行状态对电动机温升的影响,工作方式分为 8 种,用 S1~S8 表示。S1 为恒定负载连续工作方式。

9. 温升:指电动机在运行中允许升高的温度,它与电动机使用的绝缘材料的耐热等级有关。本例中,B 级绝缘的最高允许温度为 130℃,环境温度均按 40℃计算,所以 B 级允许的温升为 90℃。有关绝缘材料的分类请查阅各种电工手册。

7.2.1.2 如何进一步了解电动机的性能与技术数据

在实际使用中往往需要了解电动机的外形尺寸、安装方法、使用范围、起动性能、过载能力、检测标准等有关的技术数据。这些数据一般需要查阅〈电工手册〉或〈三相异步电动机技术手册〉中的有关内容,这里不再赘述。

7.2.2 异步电动机的起动方法

电动机接通电源后,从静止到稳定运转的过程称为起动过程。异步电动机的起动过程有以下两个特点:一是电动机总是与生产机械联在一起构成电力拖动系统,即电动机大多要带载起动。因此起动转矩应足够大,以确保系统起动;其次是起动瞬间,由于转子静止,旋转磁场在转子中产生的感应电动势最高,转子电流最大。这将导致定子绕组中的起动电流比额定电流大 5~7 倍,查阅电工手册可知,本例 Y112M-6 型异步电动机的“堵转电流/额定电流”为 6.0;“堵转转矩/额定转矩”为 2.0。这里的“堵转”即为起动瞬间转速为 0 的状态。可见起动性能差(起动电流大,起动转矩小)是异步电动机的一大弱点。

中小型异步电动机的起动通常有直接起动和 Y— Δ 降压起动。

7.2.2.1 直接起动

直接起动是指电动机在额定电压下的起动,又称全压起动。直接起动是最简单的起动方法。电动机是否可以采用直接起动,取决于电源的容量及起动的频繁程度。不经常起动的异步电动机,其容量又不超过电源容量的 30%;或频繁起动,其容量不超过电源容量的 20%时,可以采用直接起动的方法。

7.2.2.2 Y— Δ 降压起动

当电源容量不允许电动机直接起动时,可以采用降压起动。降压起动的方法有多种,其中 Y— Δ 降压起动是中小型异步电动机常用的方法。它只适用于定子绕组正常工作为三角形连

接的电动机。Y—△降压起动线路如图 7-10 所示。其中 K_1 为三刀单掷开关, K_2 为三刀双掷开关。起动时, K_2 先投向“起动”位置, 然后接通电源 K_1 。这时电动机定子绕组为星形连接, 每相绕组电压只有额定线电压的 $1/3$ 。待转速升到接近额定转速时, 再将 K_2 投向“运行”位置, 使绕组变为三角形连接, 每相绕组的电压升到额定电压值。

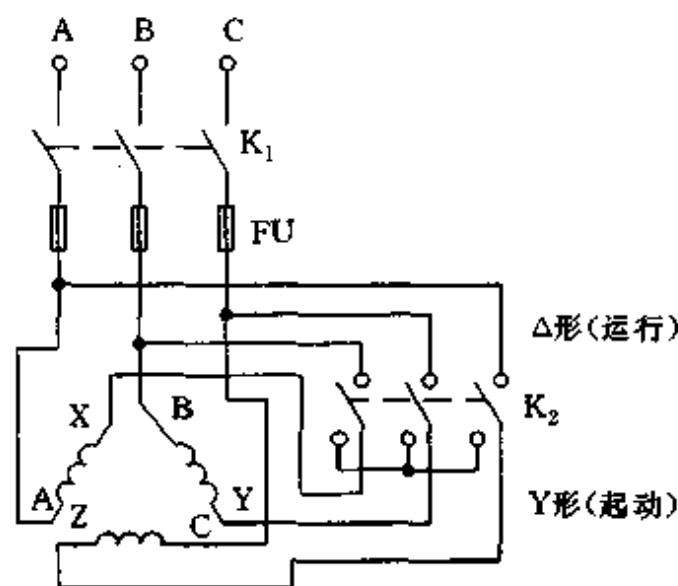


图 7-10 Y—△降压起动

Y—△降压起动电流与额定电流的关系如何? 设起动时每相定子绕组的等效阻抗模为 $|Z|$, 星形连接时的线电流为 I_{ly} 、相电流为 I_{py} , 三角形连接时的线电流为 $I_{l\Delta}$ 、相电流为 $I_{p\Delta}$, 线电压为 U_1 。当定子绕组作 Y 连接即降压起动时, 相电流和线电流相等

$$I_{ly} = I_{py} = U_1 / \sqrt{3} |Z|$$

当定子绕组作 △ 连接即直接起动时, 线电流是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍, 即 $I_{l\Delta} = \sqrt{3} I_{p\Delta} = \sqrt{3} U_1 / |Z|$ 。 I_{ly} 与 $I_{l\Delta}$ 之比为

$$I_{ly} / I_{l\Delta} = 1/3 \quad (7.7)$$

即采用 Y—△ 降压起动时, 起动电流仅为直接起动的 $1/3$ 。需要指出, 降压起动时由于每相绕组的电压变为 $\frac{U_1}{\sqrt{3}}$, 因此降压起动转矩与直接起动转矩之比也是 $1/3$ 。在采用 Y—△ 降压起动时必须考虑起动转矩是否满足要求。

例 7.2 一台型号为 Y112M-6 的三相异步电动机, 额定功率 $P_{2N} = 2.2\text{kW}$, 额定转速 $n_N = 950\text{r/min}$, 额定电压 $220/380\text{V}$, 额定电流 $9.6/5.6\text{A}$, 功率因数 $\cos\varphi = 0.74$, 堵转电流/额定电流 $= 6.0$, 堵转转矩/额定转矩 $= 2.2$ 。试计算:

- (1) 若电源为三相 380V , 该电动机定子绕组应该如何连接, 其额定电流是多少?
- (2) 直接起动时, 起动电流、起动转矩各是多少?
- (3) 额定转差率及电动机的效率各是多少?

解: (1) 由铭牌上的接法可知, 当电源为 380V 时应该接成星形。额定电流 $I_N = 5.6\text{A}$ 。

(2) 起动电流即为堵转电流, 从给定条件可知, 起动电流 I_q 为额定电流 I_N 的 6 倍, 故

$$I_q = 6 \times I_N = 6 \times 5.6 = 33.6\text{A}$$

额定转矩 M_N 可用式 (7.3) 计算 $M_N = 9550 \frac{P_{2N}}{n_N} = 9550 \frac{2.2}{950} = 22.12\text{N} \cdot \text{m}$

起动转矩 M_q $M_q = \lambda \cdot M_N = 2.2 \times 22.12 = 48.66\text{N} \cdot \text{m}$

(3) 由电动机的型号可知, 该电动机为 6 极, 即 $p = 3$, 同步转速 $n_0 = 1000\text{r/min}$

故额定转差率 $S = \frac{n_0 - n_N}{n_0} = \frac{1000 - 950}{1000} = \frac{50}{1000} = 0.05$

电动机的输入功率 $P_{1N} = \sqrt{3} U_N I_N \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 5.6 \times 0.74 = 2.73\text{kW}$

电动机的效率 $\eta = \frac{P_{2N}}{P_{1N}} = \frac{2.2}{2.73} = 0.81$

例 7.3 三相异步电动机 Y160M1-2 的铭牌额定数据如下: $P_N = 11\text{kW}$, $U_N = 380\text{V}$, $I_N = 21.8\text{A}$, $n_n = 2930\text{r/min}$, $\eta = 0.872$, $\cos\varphi = 0.88$, $I_g / I_N = 7.0$, $M_g / M_N = 2.0$, $M_m / M_N = 2.2$ 。

试求: (1) 电源电压为 380V , 采用 Y—△ 法起动时的起动电流和直接起动电流各是多少?

(2) 若负载起动转矩是 $50\text{N} \cdot \text{m}$, 问可否采用 Y—△ 法起动?

解: (1) Y 系列三相异步电动机额定电压均为 380V , 功率大于 4kW 时均采用 △ 连接, 因

此可以采用 Y—△法起动。

$$\text{直接起动电流} \quad I_q = 7 \times I_N = 7 \times 21.8 = 152.6 \text{ A}$$

$$\text{Y—△法起动电流} \quad I_q' = \frac{1}{3} I_q = \frac{1}{3} \times 152.6 = 50.87 \text{ A}$$

$$(2) \text{ 额定转矩} \quad M_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = 9550 \frac{11}{2930} = 35.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{起动转矩} \quad M_q = 2 \times M_N = 2 \times 35.8 = 71.7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{Y—△起动时的起动转矩} \quad M_q' = \frac{1}{3} M_q = \frac{1}{3} \times 71.7 = 23.9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{由于} \quad M_q' < 50 \text{ N} \cdot \text{m}$$

故不可以采用 Y—△降压起动。

7.2.3 三相异步电动机的反转与制动

在生产设备和自动控制系统中,常常需要改变设备的运转方向或是紧急停车。例如吊装用的天车,不仅需要前后移动而且定位要准确。这就需要改变异步电动机的旋转方向和紧急制动。

7.2.3.1 三相异步电动机的反转

前边已介绍过,异步电动机的转动方向与旋转磁场的方向一致。因此,改变旋转磁场的方向可以实现电动机的反转。旋转磁场的方向是由定子绕组电流的相序决定的,只要任意改变其中两相绕组的接线即可实现反转。三相异步电动机正反转控制电路如图 7-11 所示。其中 K 是三刀双掷开关。将 K 投向上方位置,电动机正转,K 断开时电动机停转。K 投向下方位置,A、B 相互换了位置,改变了定子绕组三相电流的相序,实现了电动机的反转。

7.2.3.2 三相笼型异步电动机的制动

电动机切断电源后,由于惯性的缘故总要经过一段时间才能停止。这种惯性会影响生产设备的定位精度和生产效率。所以,有时需要采取制动措施,使其迅速停止转动。三相笼型异步电动机通常采用以下两种制动方法。

1. 反接制动:反接制动的工作原理与反转控制相同。控制电路如图 7-11 所示。当需要制动时,将开关 K 从“运行”位置投向“反转”位置。此时旋转磁场改变转向,而转子在惯性作用下仍按原方向转动,如图 7-12 所示。制动的瞬间,旋转磁场以接近 2 倍的同步转速切割转子导条,并在其中感应出非常大的转子电流。感应电流与旋转磁场的作用力与转子转向相反,形成很大的制动力矩,使转子迅速停止。当转速为 0 时应立即断开 K,切断电源,防止电动机反转。

反接制动时定子绕组电流很大,因此要求电源的容量要大。一般用于中小型电动机和起动不太频繁的场所。为了防止电动机出现反转,实际应用中多采用控制电路完成。

2. 能耗制动:为了减小反接制动对电网的冲击,可以采用能耗制动,如图 7-13 所示。在制动时,将开关 K 投向下方的“能耗制动”位置。制动时是将电动机的两相定子绕组通入直流电流,产生一个空间静止的恒定磁场。转子作惯性运动时,导条切割静止磁场同样会产生感应电流,并形成一个与转子转向相反的制动力矩。这种方法是将转子的转动能量变成转子电流并消耗在转子电阻上,故称能耗制动。制动力矩的大小与直流电流的大小有关,可以通过线路中的电阻 R 来调节这个电流。

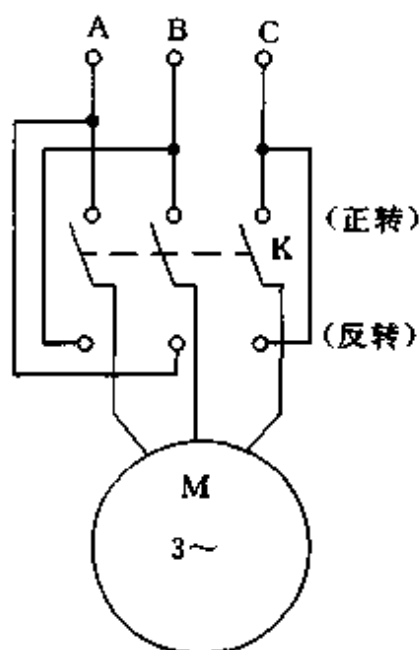


图 7-11 异步电动机的正反转控制

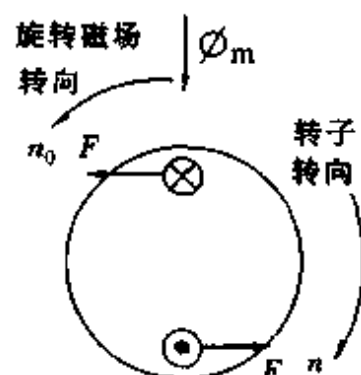


图 7-12 反接制动原理

7.2.4 异步电动机的选用

在选配电动机时,要从技术性能和经济指标两方面综合考虑。电动机的技术指标必须满足负载的功率、起动转矩、调速等性能的要求,其结构形式应满足工作环境的需求,在经济方面要考虑设备投资、运行费用和节约电能。

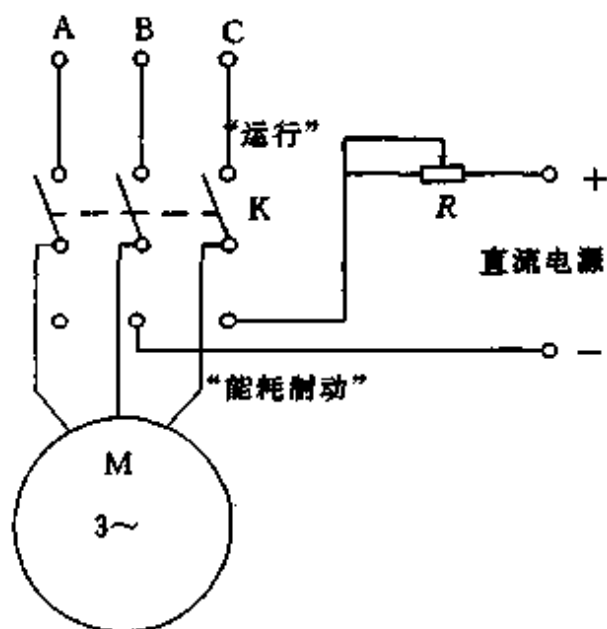


图 7-13 能耗制动

1. 电机容量的选择: 容量过大,不但投资加大而且电动机经常在轻载状态下运行,使电动机的效率和功率因数都很低,既加大了运行费用,又不符合节能要求;容量选择过小,电动机将长期过载运行,会减少电机寿命。对于一般连续工作,恒定负载的机械设备,电动机的功率可按下式计算

$$P_{2N} = P_0 / \eta' \quad (7.8)$$

式中, P_{2N} 为电动机额定功率; P_0 为机械设备的输出功率; η' 为电动机与设备之间的传输效率。

2. 电动机种类的选择: 三相异步电动机分鼠笼式和绕线式两类。①在无特殊调速要求的情况下,应尽可能选用鼠笼式电动机。②要求启动性能好或调速范围不大的场合,可采用绕线式电动机,如 YR 系列产品。

3. 电动机转速的选择: 相同功率的电动机,转速越低尺寸越大,价格也越贵。若无安装尺寸的特殊要求,可选用高速电动机,另配减速器更经济。

4. 电动机结构形式的选择是根据工作环境的需要: ①灰尘少,无腐蚀性气体的场合选用防护式; ②灰尘多,潮湿或含有腐蚀性气体的场合选用封闭式; ③在有爆炸性气体的场合选用防爆式。

7.3 异步电动机的基本控制电路

上节我们已经介绍了异步电动机的起动、停止、反转及制动的控制原理。它们是电动机实际使用中最基本的,经常性的操作。如何将这些原理性的控制电路变为实际应用的控制电路

呢？这就是本节将要介绍的内容。在实际应用中，许多复杂的控制是难于用手工操作完成的，同时还要考虑到对设备、电网及电动机进行各种必要的保护以提高设备的安全性能。因此，需要根据电动机运行中的复杂程度，采用各种形式的自动控制设备。其中用继电器、接触器等低压电器组成的控制电路称为继电接触控制，这是一种应用广泛的基本控制方法。

随着技术的不断发展，出现了许多新型控制电器，如无触点开关、控制电机、电子控制电路，可编程控制器等。本节主要介绍异步电动机继电接触控制的基本电路，它是复杂控制电路的基本环节。

7.3.1 直接起动控制电路

直接起动控制电路如图 7-14 所示，这种由文字和图形符号构成的图称为电器原理图。只有了解它们的含意才能分析电路的功能及操作。

7.3.1.1 如何阅读电器原理图

1. 电器原理图必须用国家标准的图形符号和文字绘制。掌握基本的图形符号和文字的含意是阅读电器原理图的必要条件。表 7-1 和表 7-2 中列出部分常用的图形符号和文字的含意，其详细的标准请查阅“建筑电器安装工程图集”。

2. 一个电器元件的不同部分，可以根据需要分别画在不同的电路中，但必须用同一文字符号标注，以表示它们是同一个低压电器。如图 7-14 中标注为 KM 的几种图形表示同一个接触器的几个不同部件。

3. 原理图中各图形的触点均为未通电或未受外力作用时的状态。

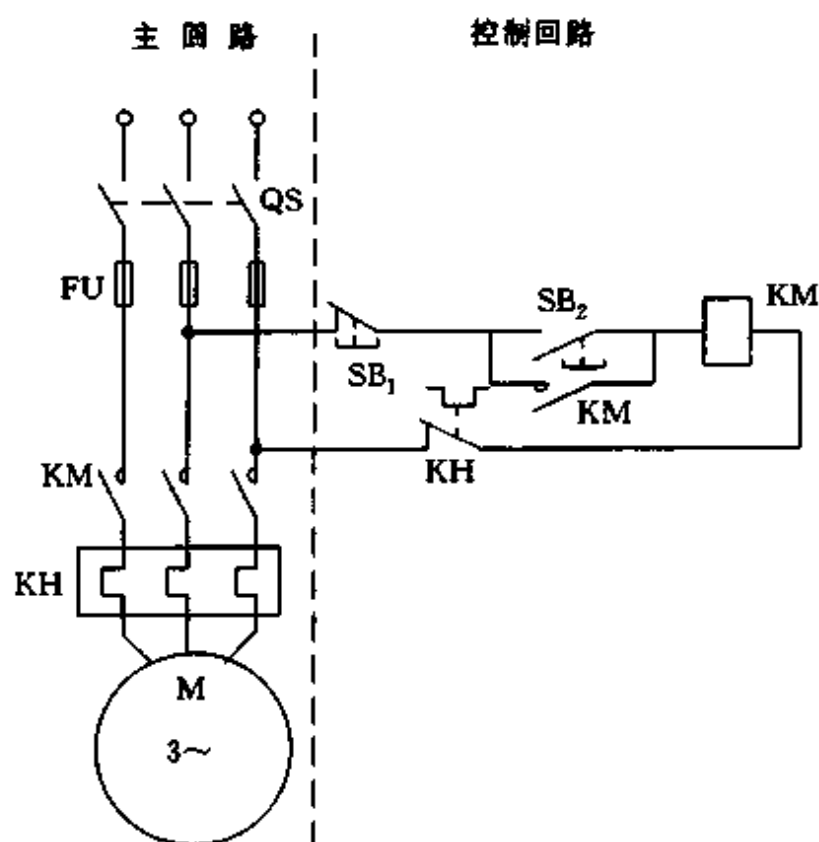


图 7-14 直接起动控制电器原理图

4. 电路分为两部分，直接控制电动机的电路称为主回路。主回路的电流大，用粗实线表示，而控制回路的电流小，一般用细实线加以区别。

表 7-1 部分常用电动机、电器图形符号

名称	图形符号	名称	图形符号
三相笼型异步电动机		接触器触头	常开
			常闭
单相笼型异步电动机		按钮开关触头	常开
			常闭
永磁式直流电动机		行程开关触头	常开
			常闭
单相变压器		通电延时继电器	常开延时闭合
			常闭延时断开
三极开关		断电延时继电器	常开延时断开
熔断器			常闭延时闭合
接触器、继电器线圈		热继电器	热元件
信号灯			常闭触头

表 7-2 部分常用电动机、电器文字符号

名 称	文 字 符 号	名 称	文 字 符 号
电动机	M	时间继电器	KT
动力变压器	TM	热继电器	KH
刀闸开关	Q	熔断器	FU
按钮开关	SB	行程开关	ST
接触器	KM	指示灯	HL

7.3.1.2 图形符号所表示的低压电器

1. 刀闸开关 QS

图 7-15 所示为手工操作的刀闸开关,它是由刀闸(动触头)、刀座(静触头)、出线端、胶木盖等组成,有双刀、三刀等形式。其胶木盖可以防止带电拉闸时产生的电弧伤人,具有一定的保护作用。因此刀闸胶盖未盖时不允许使用。HK 系列的刀闸开关适用于额定电压 500V 以下,额定电流 60A 以下电器设备的电路中。

刀闸开关在安装时要求:①必须垂直安装使用。②电源线应接上方进线端(与静触头相

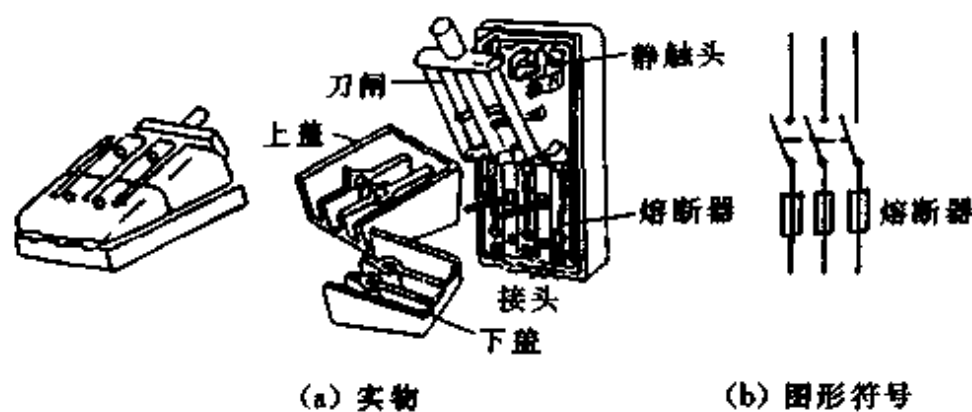


图 7-15 刀闸开关 QS

连),负载线应接在刀闸下方出线端。保证拉闸后,刀闸及出线端不带电,同时还可以防止刀闸自由下落造成的触电事故。刀闸开关的刀数要与电源一致,额定电流应大于或等于负载的额定电流。

2. 熔断器 FU

熔断器是一种结构简单,应用广泛的短路保护电器。它的主要部件是熔体。根据电流的大小,熔体被作成片状或丝状,称为熔片或熔丝(保险丝)。熔体用易熔合金制成,在正常工作时熔体不应熔断。一旦发生短路或严重过载时,熔体会因温度升高而迅速熔断,切断电源。图 7-16 是几种常用的熔断器的结构。熔断器额定电流的选择与负载的类型有关。

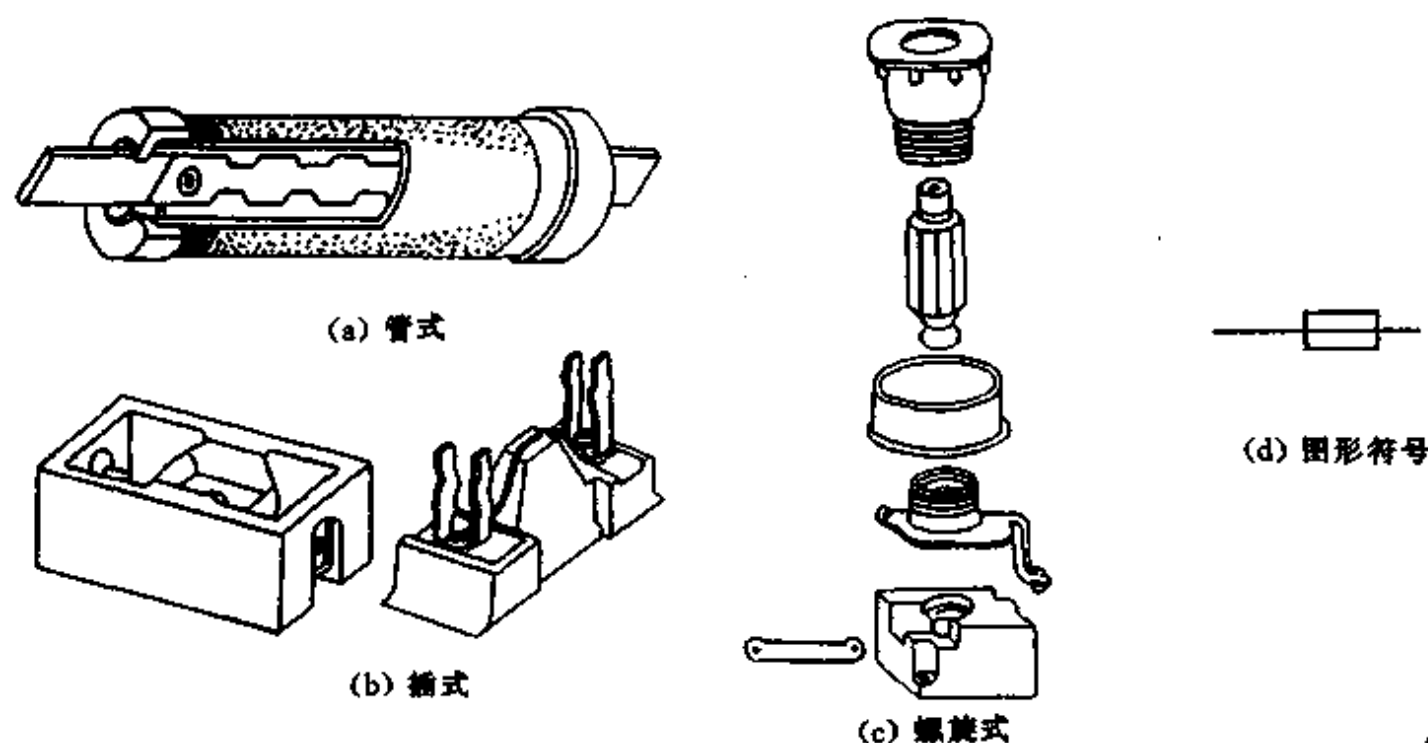


图 7-16 熔断器

对于一般照明线路,熔体的额定电流 I_N 应略大于或等于负载额定电流 I ,即

$$I_N \geq I \quad (7.9)$$

对于异步电动机线路,考虑到起动电流较大,起动时间较短的特点,应按下式计算:

$$I_N \geq I_q / 2.5 \quad (7.10)$$

式中 I_q 为电动机起动电流。熔丝规格有 4、6、10、15、20、25、35、60A 等多种规格。

3. 按钮开关 SB

按钮开关是由人工操作,用来发出接通或断开电路的指令信号,所以又称为主令电器。主令电器还有转换开关,行程开关等。按钮开关的结构如图 7-17 所示。它有两对静触头和一对动触头,动触头的两个触点是连通的。正常状态下,上面一对静触头被动的触头接通,称为常闭触头,下面一对触头是断开的,称为常开触头。按下按钮,常开触头闭合,常闭触头断开,松手后恢

复原来的状态。

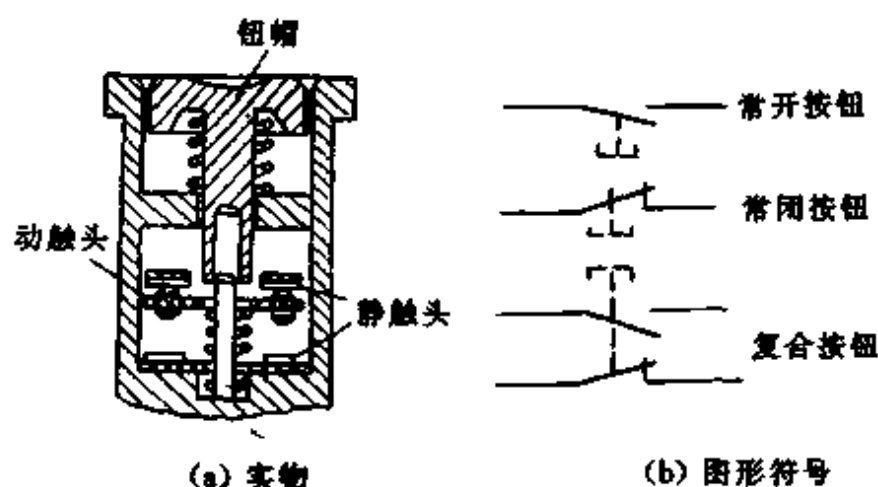


图 7-17 按钮开关

在图 7-14 中, SB_1 是常闭触头, 按下 SB_1 将切断控制回路的电源, 它是“停止”按钮; SB_2 是常开触头, 按下 SB_2 可以使控制回路通电, 电动机起动, 它是“起动”按钮。

4. 交流接触器 KM

交流接触器是利用交流电磁铁的吸合作用, 控制触头接通或断开的电器。它是继电控制电路中的主要元件之一。其结构原理如图 7-18 所示。当励磁线圈通电时, 动铁被吸合, 带动动触头向下移动, 使常闭触头断开, 常开触头闭合。当励磁线圈中电流消失后, 电磁力消失, 动铁芯在恢复弹簧作用下复位, 各触头恢复原位。

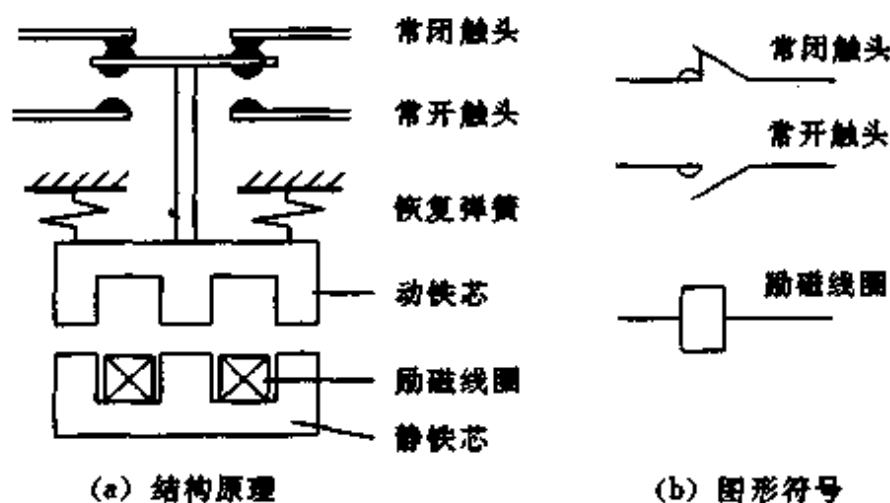


图 7-18 交流接触器

交流接触器的触头可以分为主触头和辅助触头。主触头允许通过的电流大, 用于主回路。为避免断开时产生电弧, 主触头一般都有灭弧罩。辅助触头允许通过的电流小(一般为 5A), 用于控制回路。交流接触器有三对常开主触头和若干对常开或常闭的辅助触头。在图 7-14 的电路中, 标注 KM 的交流接触器在主回路中有三对主触头, 控制回路中有一对常开的辅助触头。

在选用交流接触器时, 要注意触头的数量、类型、额定电流、励磁线圈的电压, 使其满足电路需求。目前应用较多的是 CJ0, CJ10 系列, 详细情况可查阅产品目录或《电工手册》。

5. 热继电器 KH

热继电器是利用电流的热效应对电动机进行过载保护的一种电器。它是由发热元件、双金属片、脱扣机构和常闭触头等组成。图 7-19 为热继电器的原理示意图。当电动机过载后, 电阻丝 1 发热, 使双金属片 2 受热并向上弯曲, 脱扣机构动作。扣板 3 在弹簧 4 的作用下使常闭触头 5 断开, 控制回路断电。在图 7-14 中, 主回路中标注 KH 的是电阻丝, 在控制回路中的 KH 是常闭触头 5。当常闭触头 5 断开后, 交流继电器励磁线圈断电, 使 KM 主触头断开, 切断了电

电动机源。

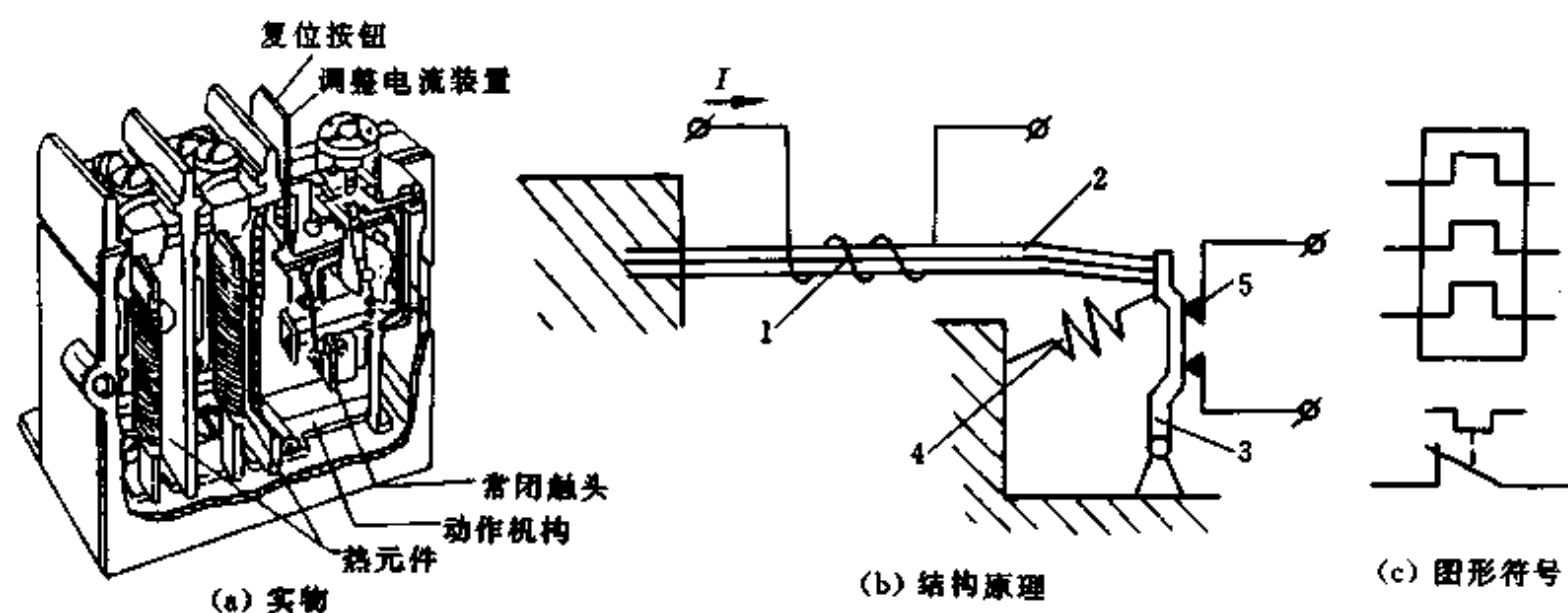


图 7-19 热继电器

双金属片升温需要一段时间,因此它不能作短路保护。但对长期过载的保护是适宜的。电动机启动和短时过载,热继电器都不会动作,不会造成不必要的停车。

热继电器的技术指标主要是整定电流值,其含义是当通过热元件的电流达到或超过该值的 1.2 倍时,热继电器将在 20min 内动作。热继电器的整定电流值在一定范围内可以调节,使用前应先调整整定电流等于电动机的额定电流。热继电器动作后,需要等待片刻。待双金属片冷却并恢复到原来状态后,再按下复位按钮才能重新工作。

7.3.1.3 直接启动控制电路原理

图 7-14 所示的直接启动控制电路的工作过程如下:运行前先闭合刀闸开关 QS,接通电源。启动时按下启动按钮 SB_2 ,控制回路接通电源。电流流过交流接触器线圈 KM,使接触器动作将所有触头的工作状态改变(常开触头闭合,常闭触头断开),主回路中的三对主触头 KM 闭合,电动机通电开始运转。同时控制回路中的辅助常开触头 KM 也闭合,当松开 SB_2 后仍可自动维持控制回路的导通,保持运转状态。控制电路的这种功能称为自锁。

当需要停止运行时,只有按下停止按钮 SB_1 才能使控制回路断电。交流接触器在恢复弹簧的作用下,所有触头复位。此时即使 SB_1 又回复到常闭状态,由于辅助触头 KM 和 SB_2 均恢复为常开状态,所以电动机不会启动。

当电动机长期过载时,热继电器会动作,将控制回路中常闭触头 KH 断开,同样会使控制回路失电,其过程如同按下停止按钮。交流接触器还具有欠压保护功能。当出现严重欠压时,接触器的线圈会因电流减小而吸力不足,导致动铁释放而切断电路。

7.3.2 异步电动机正反转控制电路

图 7-20 所示是异步电动机的正反转控制电路。电路使用了两个交流接触器 KM_1 、 KM_2 ,分别作为正、反转控制。一个热继电器 KH 及三个按钮开关,其中 SB_1 为停止钮, SB_2 为启动钮, SB_3 为反转钮。 KM_2 的主触头将电源的 A、C 两相位置互换,当 KM_2 动作时即可实现反转。其工作原理如下:

1. 正转运行:先闭合刀闸开关 QS(此时电路并未接通)。当按下启动钮 SB_2 时, KM_1 线圈吸合, KM_1 的常开主触头闭合接通主回路,同时 KM_1 的辅助常开触头也闭合,将 SB_2 短接,电

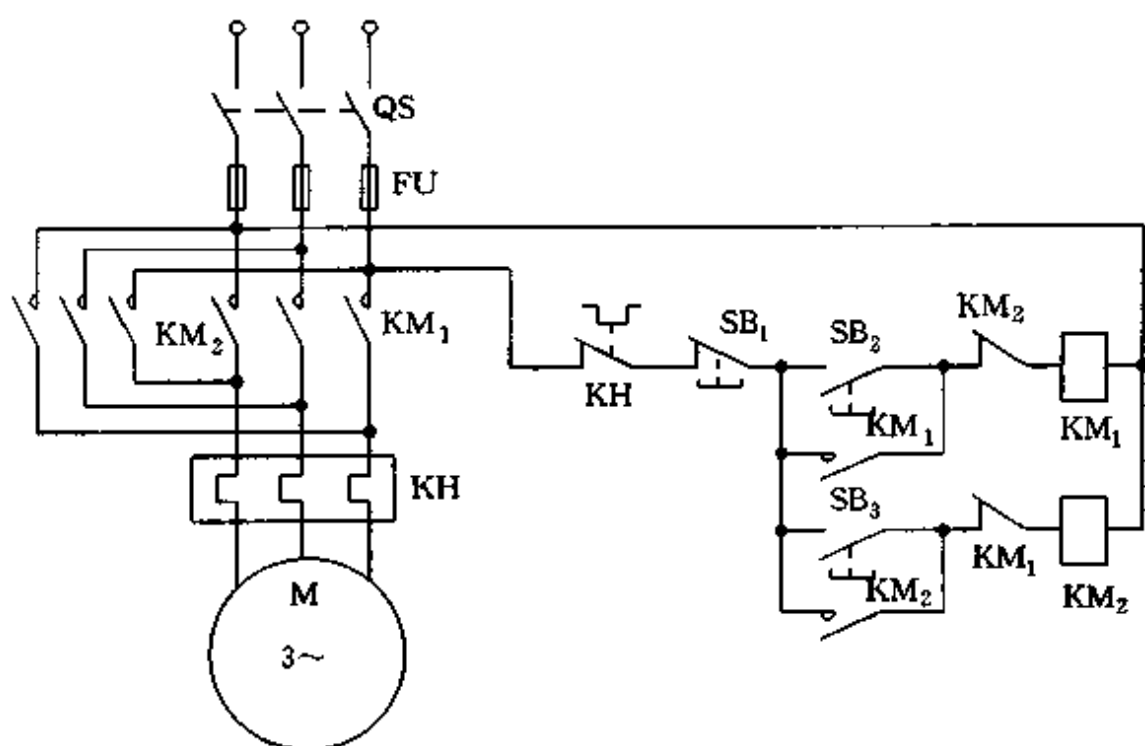


图 7-20 正反转控制电路

动机正转运行。而 KM_1 辅助常闭触头断开, 由于它串接于 KM_2 线圈回路中, 就确保了当 KM_1 吸合时 KM_2 不能吸合, 否则会导致电源短路, 这种功能称为互锁。

2. 反转运行: 当需要反转运行时, 必须先按停止按钮 SB_1 , 使 KM_1 线圈断电, KM_1 触头释放才能解除对 KM_2 线圈回路的互锁, 然后再按下反转按钮 SB_3 , 使 KM_2 线圈吸合。 KM_2 常开, 主触头闭合, KM_2 辅助触头完成对 SB_3 的自锁和对 KM_1 线圈回路的互锁, 电动机反转运行。 KM_1 , KM_2 的两个辅助常闭触头又称为联锁触头。

7.3.3 Y— Δ 降压起动控制电路

图 7-21 所示为异步电动机 Y— Δ 降压起动控制电路。电路采用了时间继电器 KT , 利用其延时特性控制定子绕组连接方式从 Y 形到 Δ 形的转换时间。利用时间继电器来协调和控制各机械部件之间的动作是自动控制电路中经常采用的方法。时间继电器的种类很多, 其中空气式时间继电器价格便宜, 动作可靠, 在延时精度要求不高的场合应用较多。

7.3.3.1 空气式时间继电器 KT

空气式时间继电器是利用空气的阻尼作用, 使触头延时动作。根据触头延时动作的特点, 又可分为通电延时与断电延时两种。图 7-22 所示是空气式通电延时继电器的原理图。它由电磁机构, 触头, 气室及传动机构组成。

当线圈 1 通电后将动铁芯 2 吸下, 带动托板 3 下移, 使触头 11 立即动作。同时, 活塞杆 4 与托板之间有了空隙, 活塞杆在弹簧 5 的作用下也向下移动, 并带动伞形活塞 6 下移。活塞 6 的外缘有橡皮膜, 将气室分成上下两部分。当活塞下移时, 上部气室空间变大, 外部空气来不及补充, 使上部气室形成负压, 阻碍了活塞的下移。活塞下移的速度与进气孔的大小有关。经过一段时间后活塞杆才能全部移出, 并触动杠杆 10, 使触头 12 动作。触头 12a 称为通电延时闭合常开触头。调节进气孔螺钉 9, 可以调整延时时间。

当线圈 1 断电后, 动铁芯 2 在弹簧 14 作用下恢复原位, 上部气室的空气经排气孔 7 迅速排出, 各触头也恢复原状态。时间继电器的图形符号如图 7-22(b) 所示。

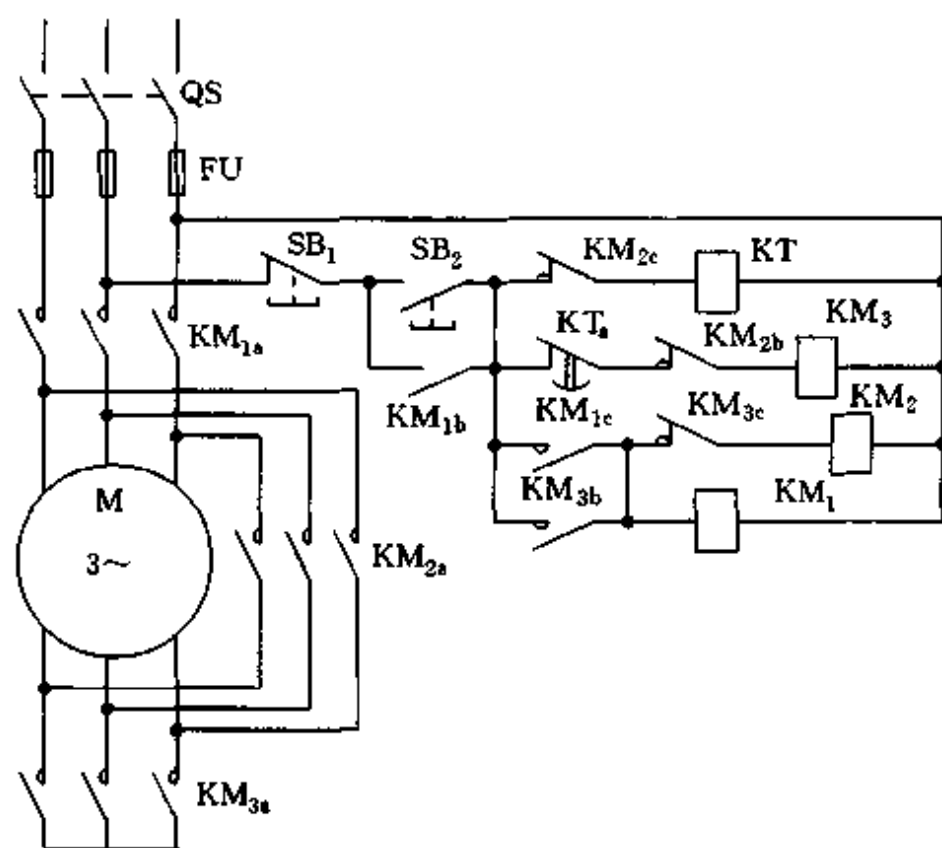


图 7-21 Y—Δ降压起动控制电路

7.3.3.2 Y—Δ起动控制原理

电路由三只交流接触器 KM_1 、 KM_2 、 KM_3 ，时间继电器 KT ，按钮开关 SB_1 、 SB_2 等组成，如图 7-21 所示。为了便于说明，将接触器的各部分加上脚标。起动过程各部件的工作顺序是：

闭合 QS →按下 SB_2 （起动）→ KM_3 通电→ KM_{3a} 闭合→电动机 Y 连接， KM_{1a} 闭合→Y 起动。

KM_{3b} 闭合 KM_1 通电→ KM_{1b} 闭合→ SB_2 自锁

KM_{1c} 闭合→ KM_{3b} 自锁

KM_{3c} 断开→ KM_2 通路→与 KM_3 互锁

KT 线圈通电→ KT 通电延时断开→ KM_3 断电→Y 连接释放， KM_2 通电→电机 Δ 连接，且与 KM_3 互锁。 KM_1 维持通电不变电机 Δ 运行。

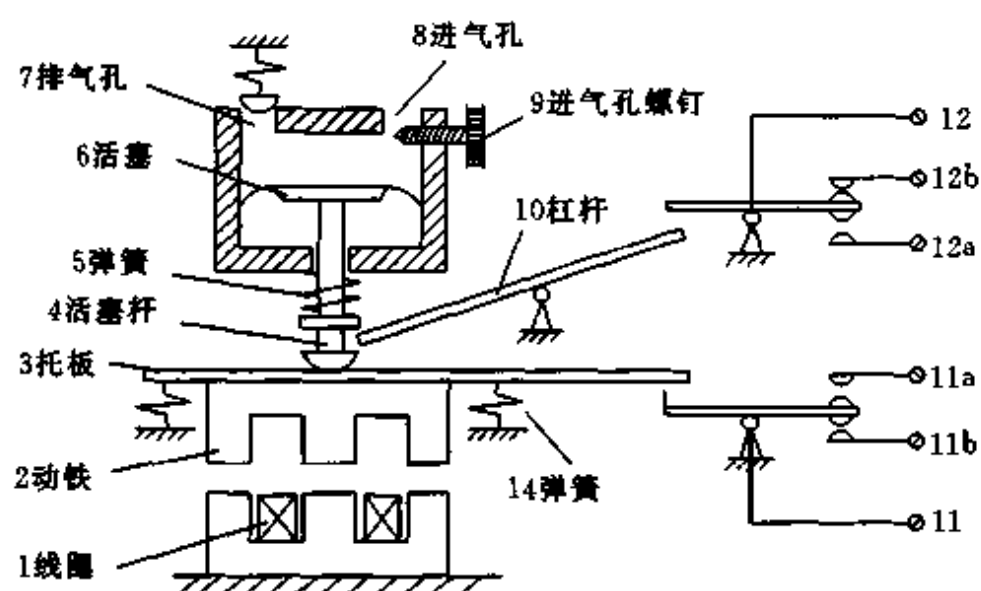
时间继电器的延时时间可根据实际起动情况调整。

7.4 单相异步电动机

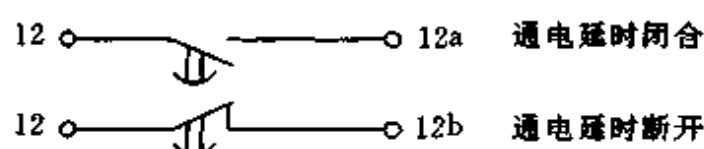
由于室内照明都是单相交流电源，因此家用电器和办公自动化设备采用单相异步电动机作动力，如电冰箱、洗衣机、空调、电扇、复印机、碎纸机等。单相异步电动机的定子只有一个主绕组，转子是笼型结构，如图 7-23 所示。那么单相绕组是如何建立起旋转磁场呢？

7.4.1 单相异步电动机的工作原理

当单相定子绕组通入交流电后，会产生一个在空间按正弦规律分布的脉动磁场，它的方向是定子绕组的轴线方向，幅度随时间按正弦规律变化，如图 7-23 所示。虽然脉动磁场并不旋转，但它可以分解为两个大小相等，转速相同，旋转方向相反的磁场。两个磁场的大小 $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_m / 2$ ， Φ_m 是脉动磁场的最大值。两个旋转磁场的同步转速分别为 $n_0 = 60f_1 / p$ ，其中 f_1 为电源的频率， p 为单相异步电动机的极对数。从脉动磁场的分解可以看出，两个旋转磁场各自旋

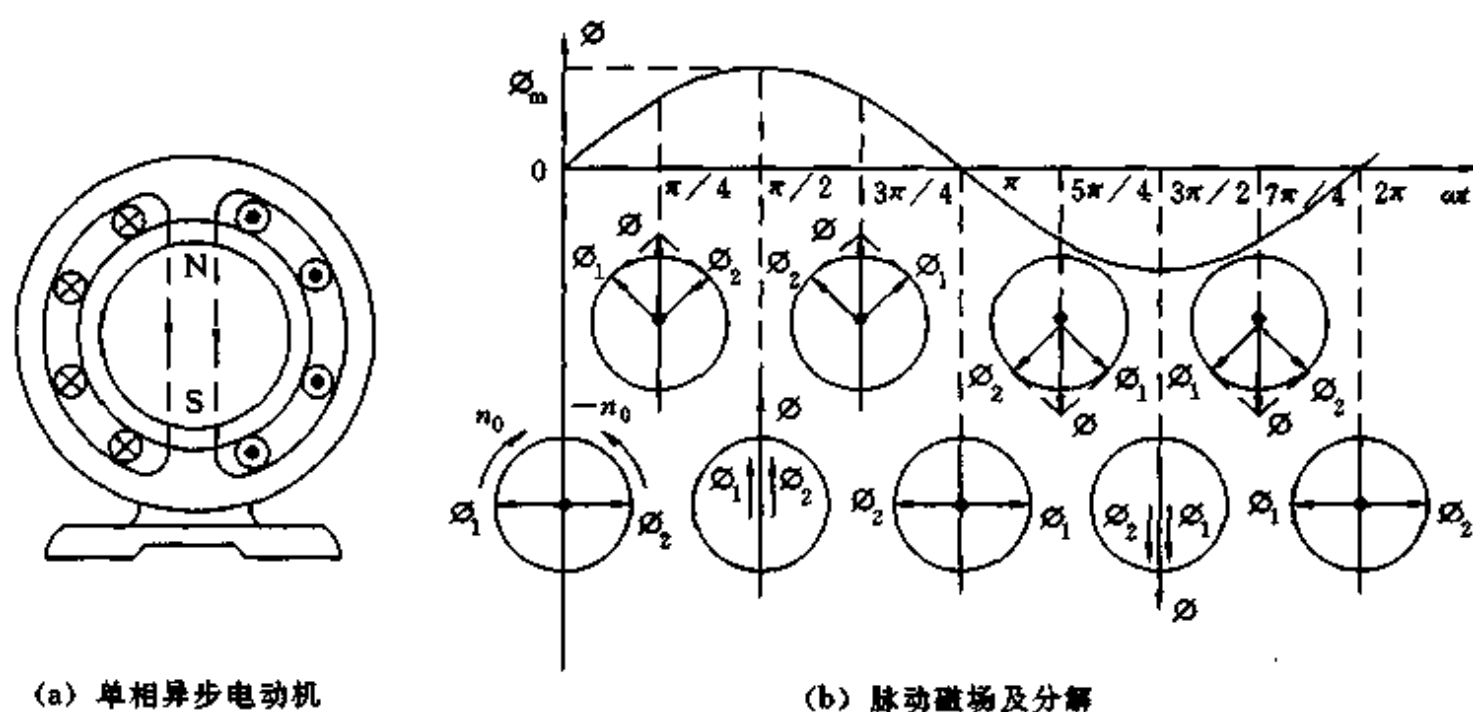


(a) 结构示意图



(b) 通电延时继电器图形符号

图 7-22 空气式时间继电器



(a) 单相异步电动机

(b) 脉动磁场及分解

图 7-23 单相异步电动机的磁场

转一周,合成脉动磁场恰好交变一次。

如果转子以转速 n 沿某一方向在转动,那么与转子转动方向相同的磁场就称为正向旋转磁场,而另一个称为反向旋转磁场。对正向旋转磁场而言,其转差率为

$$S_1 = \frac{n_0 - n}{n_0} < 1$$

而对于反向旋转磁场而言,其转差率为

$$S_2 = \frac{-n_0 - n}{-n_0} = \frac{-2n_0 + n_0 - n}{-n_0} = (2 - S_1) > 1$$

由于转差率的不同,正向和反向旋转磁场在笼型转子中感应出的电流频率和电流大小不同,它们与转子作用产生的电磁转矩 M_+ 和 M_- 也不同。理论证明,电磁转矩随转差率 S 的减小而增大, $M=f(S)$ 的曲线如图 7-24 所示。因此,正向电磁转矩 M_+ 大于反向转矩(制动转

矩) M —, 转子上的合成转矩 M 的方向与转子转向相同, 所以电动机能维持正向转动。

如果转子静止, 则两个旋转磁场对转子产生的转矩大小相等, 方向相反, 合成转矩 $M=0$ ($S=1$)。所以单相电动机无法自行起动, 这是单相电动机的一个缺点。在静止时只要沿某个方向拨动一下转子, 电动机就会按该方向继续旋转下去, 并迅速进入稳定区。所以单相电动机的转向由起动转矩的方向决定。为了使单相电动机获得起动转矩, 通常采用电容分相式和罩极式两种结构的电动机。

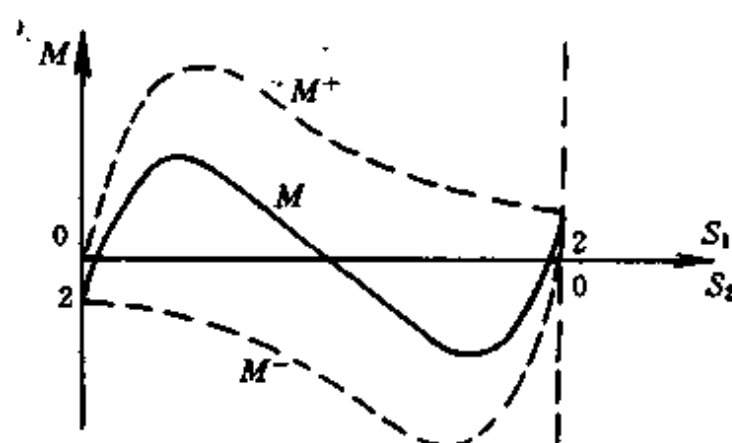


图 7-24 单相异步电动机的 $M \sim S$ 曲线

7.4.2 几种常用的单相异步电动机

7.4.2.1 电容分相式

电容分相式电动机在定子绕组中装有两个绕组, 一个是工作绕组, 另一个是与工作绕组在空间相差 90° 的起动绕组, 如图 7-25(a) 所示。使用时, 需要将一个合适的电容串入起动绕组中。串接电容的目的是使起动绕组的阻抗呈电容性, 而工作绕组呈电感性, 使两个绕组中的电流在相位上会产生接近 90° 的相位差。由于两个绕组在空间相差 90° , 再通入相位差 90° 的两相电流, 同样会产生旋转磁场, 如图 7-25(b) 所示。

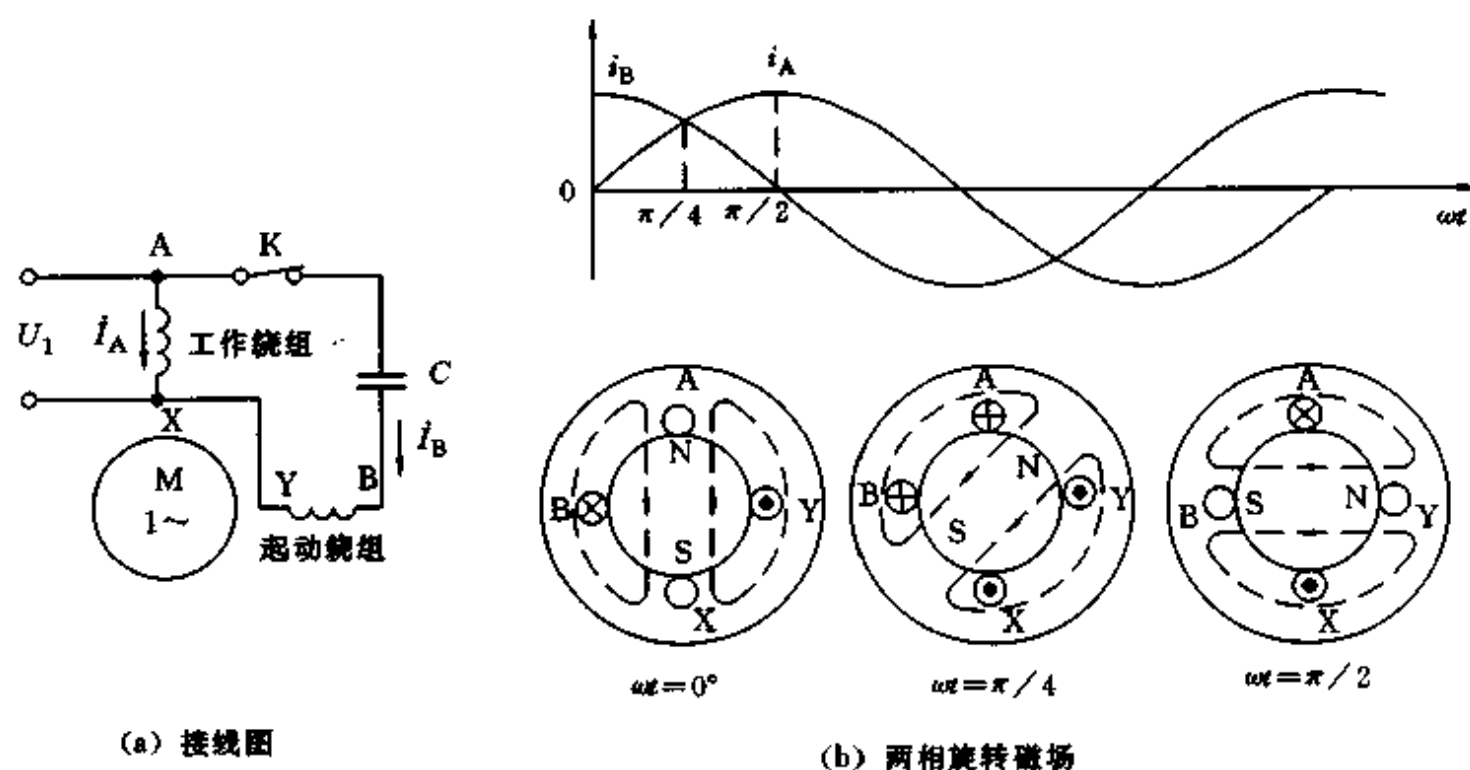


图 7-25 电容分相式异步电动机

在旋转磁场的作用下, 转子开始转动并逐渐达到额定转速。起动绕组串接的电容有两种使

用方法：一种是仅供起动使用，称为起动电容；另一种是既供起动使用又供运行使用，称为工作电容。理论分析表明，若要获得较大的起动转矩，则需要较大容量的起动电容；若要获得较好的运行性能，则要求较小容量的工作电容。因此，电容分相式单相电动机根据设备的不同需要和负载的特点有几种不同的类型。

(1) 电容起动式单相异步电动机：如图 7-26 所示，起动电容只在起动过程中短时工作，当转速达到额定转速的 70~80% 时，可以利用离心开关 K 将起动绕组和起动电容与电源断开，只保留工作绕组单独工作，如图 7-26(a) 所示，也可以将起动继电器的线圈串入工作绕组回路，利用起动电流较大将继电器常开触头 QS 吸合，使起动绕组与电源接通。随着转速的升高，工作电流的减小，继电器因吸合电流减小而复位，使 QS 断开，如图 7-26(b) 所示。由于起动电容工作时间很短，电容量又较大，所以通常使用价格较低的电解电容，其容量在 50~220 μ F/400V。特别要指出，电解电容带极性，绝不允许长期用于交流电源上！

国产 CO 系列单相电动机属于这种类型，其过载能力 $\lambda_m=1.8$ ；起动能力 $\lambda=2.5\sim3.0$ ；起动电流为额定电流的 5 倍。CO 系列电动机具有较高的起动转矩，适用于带负载起动的场合，如电冰箱的压缩机，小型的空气压缩机等。

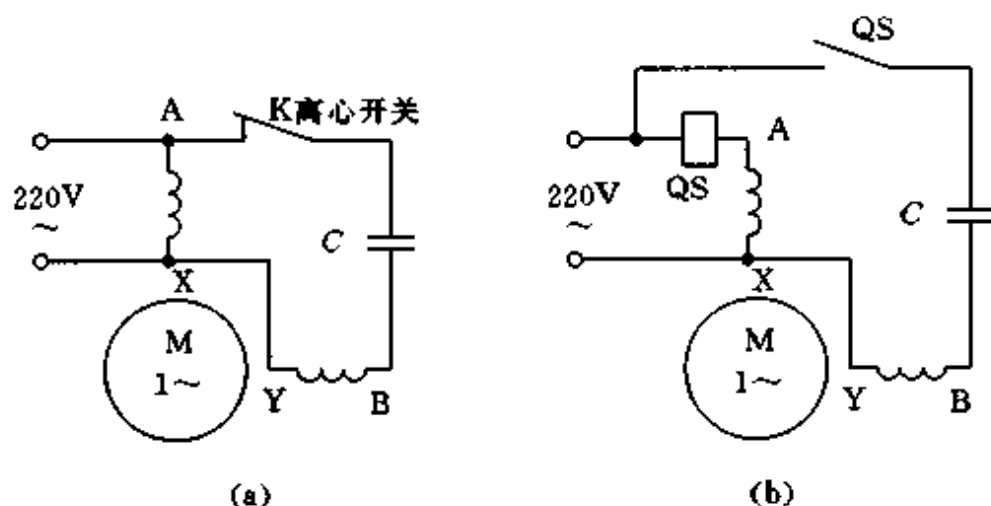


图 7-26 电容起动式

(2) 电容运行式单相异步电动机：如图 7-27 所示，电容 C 始终要接在电源中。由于它要兼顾起动特性和运行特性，其容量一般在 2~6 μ F，同时必须选用耐压 400V 的无极性电容。该电容价格较贵，体积也较大。国产 DO 系列电动机属于此种类型。它主要用于起动转矩不大，运行平稳，噪声小的场合，如电风扇、洗衣机、排风扇等产品中。单相异步电动机还有其他类型，这里不再赘述。详情及有关技术资料请查阅《电工手册》。

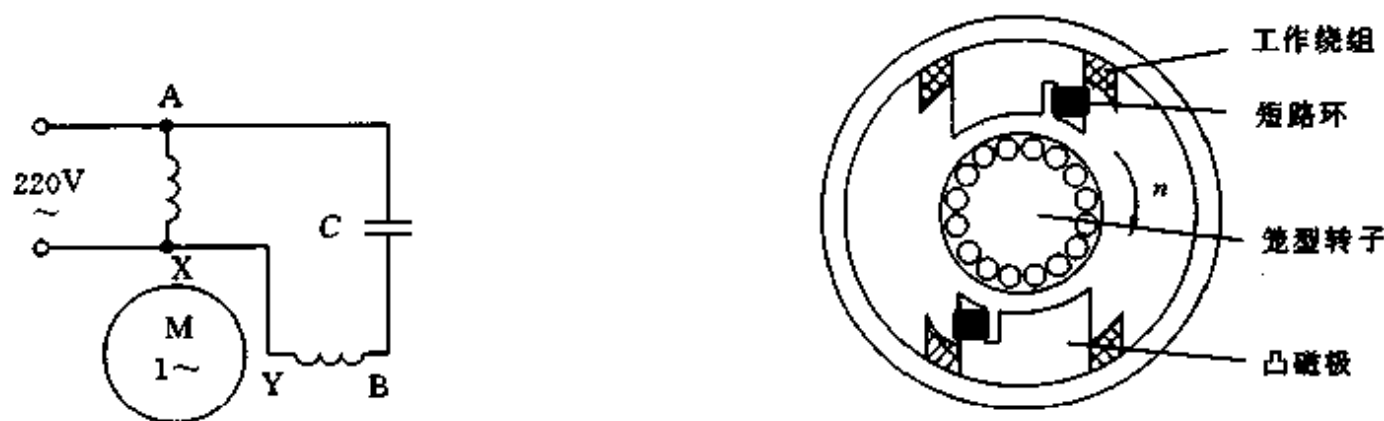


图 7-27 电容运行式

图 7-28 罩极式单相电动机

7.4.2.2 罩极式单相异步电动机

这种电动机的定子做成凸极式，工作绕组套装在凸极上。在凸极上开有一个凹槽，装上一

组短路线圈或一个短路铜环(如同一个罩子一样故称罩极),转子仍为笼式结构,如图 7-28 所示。当工作绕组通入单相交流电流时,凸极中产生的脉动磁通在罩极短路环内产生感应电流,该感应电流形成的磁通与脉动磁通共同作用,导致了罩极内的磁通在时间上滞后于未罩部分的磁通。这两部分磁通的大小不等,相位不同,空间位置也不同,其合成后仍可获得一个旋转磁场,使转子自行起动。不过罩式电动机的起动转矩很小,但其结构简单,价格便宜,故多用于民用电风扇。

7.4.3 单相异步电动机的反转与调速

7.4.3.1 单相异步电动机的反转

与三相异步电动机的反转原理相同,若要单相异步电动机反转,必须改变旋转磁场的方向。单相电动机实现旋转磁场反转的方法是:将起动绕组与工作绕组互换,即 BY 绕组接电源,而将起动电容 C 串接在 AX 绕组中即可。洗衣机正反转控制电路如图 7-29 所示,开关 K 在位置“1”时,工作绕组为 AX,起动绕组为 BY,电动机正转;当 K 在位置“2”时,工作绕组为 BY,起动绕组为 AX,两相电流互换,旋转磁场反转,故电机反转。

7.4.3.2 单相异步电动机的调速

单相异步电动机的调速主要用在家用电风扇中。调速的方法最常见的有电抗器调速、调速绕组调速、自耦变压器调速和可控硅调速四种。四种调速的本质都是降压调速。异步电动机的转矩、转速与电源电压的关系可以用图 7-30 所示的机械特性曲线来描述。图中给出三个不同电压时的机械特性曲线,其中 $U_1 > U_1' > U_1''$,图中的虚线是扇叶转速与所需要的转矩之间的关系曲线(即负载线)。三条曲线与负载线的交点 A、B、C 分别代表绕组电压为 U_1 、 U_1' 、 U_1'' 时的转矩平衡点,即电压 U_1 时,转速为 n_A ,转矩为 M_A ;电压为 U_1' 时,转速为 n_B ,转矩为 M_B ;电压为 U_1'' 时,转速为 n_C ,转矩为 M_C 。通过降低绕组上的电压,可以得到不同的转速,实现调速目的。

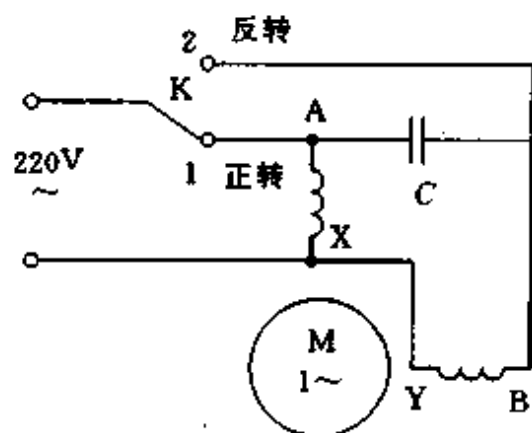


图 7-29 单相电动机正、反转控制电路

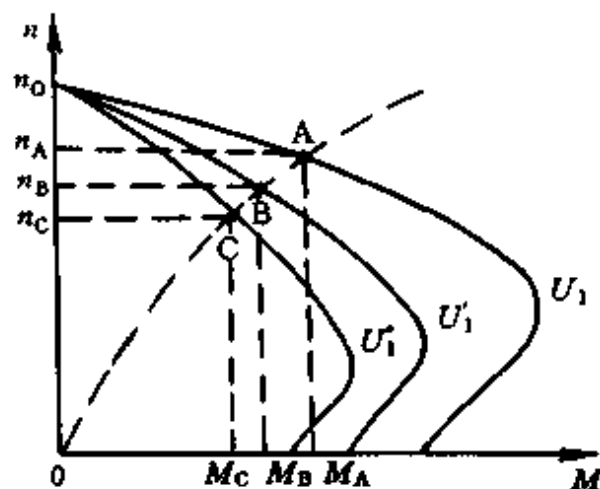
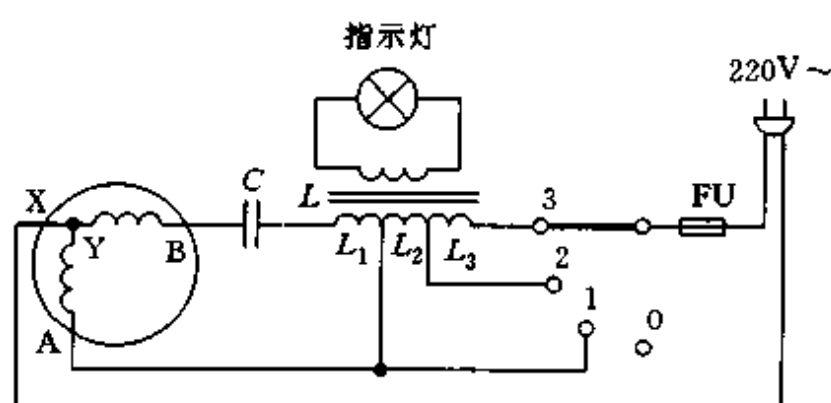
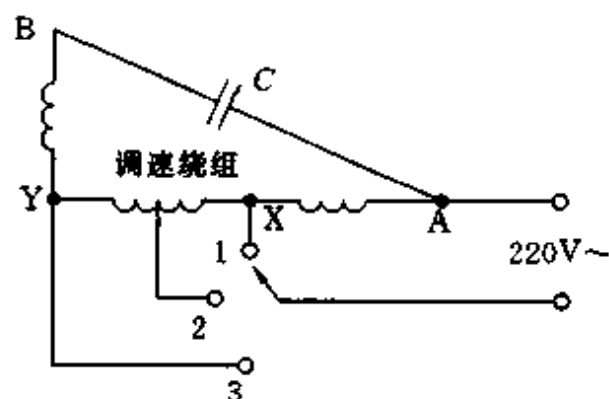


图 7-30 单相异步电动机机械特性曲线

(1) 电抗器调速：这种电路需要外接一个带抽头的电抗器并串在电动机的绕组中,如图 7-31(a)所示。K 是调速转换开关或是琴键开关。当 K 在位置①时,全部电源电压加在工作绕组上,而起动绕组中仅串入一小部分电抗 L_1 。此时电机转速最高,指示灯也最亮;当 K 在位置②时,工作绕组和起动绕组都串入电抗 L_2 ,使两绕组的电压都有所下降,电机的转速降低,指示灯也有所变暗;当 K 放在位置③时,两个绕组串入的电抗最大,绕组电压最低,电机转速最慢,当然指示灯也最暗。通过指示灯明亮的程度可以知道此时风扇大致在哪个挡位。



(a) 电抗器调速电路



(b) L-1型调速原理

图 7-31 单相异步电动机的调速电路

(2) 调速绕组调速：用一个附加的定子绕组来替代电抗器的作用，它与工作绕组或起动绕组串联，以达到降压调速的目的，这个绕组称为调速绕组。调速绕组与工作绕组或起动绕组同槽安置，并放在槽的上层。其工作原理与电抗器调速相同，只不过它是利用了单相电动机定子铁芯，将电抗器做在电机内。其结构简单，是台式电风扇主要使用的调速方法。图 7-31(b)是称为 L-1 型的调速线路，根据接线的不同还有 L-2 型及 T 型调速线路。可控硅调速线路因涉及可控硅器件的特性，而且应用较少，故这里不再介绍。

7.5 伺服电动机

伺服电动机在自控系统中，按照控制信号来驱动控制对象，故又称为执行电动机。伺服电动机的输出转矩、转速和转向是受输入电压的大小、极性的控制，也称作控制电动机。输入电压称为控制信号或控制电压。伺服电动机按电源的性质分为直流伺服电动机和交流伺服电动机两大类。伺服电动机的功率都比较小，一般从数百毫瓦到数百瓦。随着自动化水平的不断提高和电子技术的飞速发展，各种新型低惯量、响应速度快、超小型的伺服电动机不断出现，如无铁芯、无电刷直流电动机及新型的直线电动机等。伺服电动机的种类虽然很多，用途也很广泛，但自动控制系统对它们的基本要求是相同的，即

(1) 良好的可控性：伺服电动机的转速，转向完全由控制电压的大小和极性决定。转速具有线性可调的特性。

(2) 运行稳定性：在较宽的速度范围内，特别是在低速时，电动机应稳定地运行。

(3) 快速响应：电动机在接到控制信号时能快速起动；失去控制信号时能迅速停止，并且不自转。

在电子信息产业中直流伺服电动机特别是永磁直流伺服电动机应用较广。

7.5.1 永磁直流伺服电动机

传统的直流伺服电动机,其结构与一般直流电动机基本相同。按照定子磁场的形成,可分为永磁式和电磁式两种。永磁式直流电动机的定子磁场是由永久磁铁的剩磁产生的,电磁式则需要励磁电流产生。由于永磁式直流电动机结构简单,使用电压低、效率高、体积小、成本低等许多优点,特别适合如随身听、摄像机、照像机卷片器、变焦镜头驱动器、心电图等电子仪器及计算机外围驱动设备。了解永磁式直流伺服电动机的种类、工作原理及其应用,对电子信息类专业的学生是十分有益的。因此本节将主要介绍几种常用的永磁直流伺服电动机。

7.5.1.1 永磁直流电动机的结构

永磁直流电动机有定子和转子两部分组成,其结构和图形符号如图 7-32 所示。定子部分由外壳、永磁极、电刷、端盖等组成;转子由电枢、换向器、轴等组成。

定子外壳使用铁板冲压成型,用来固定磁极、端盖和支撑电枢。永磁极有圆筒形和瓦形两种,采用钕铁氧体或铝镍钴铁氧体材料充磁后制成。瓦形磁极如图 7-33 所示。定子外壳是定子磁路的一部分。电刷装置由刷握、电刷、电刷压簧组成,整体固定在端盖上。电刷由碳精粉压制而成可以在刷握内自由地上下移动,通过电刷压簧使它与换向器保持滑动接触,将电枢绕组与外电路连接。

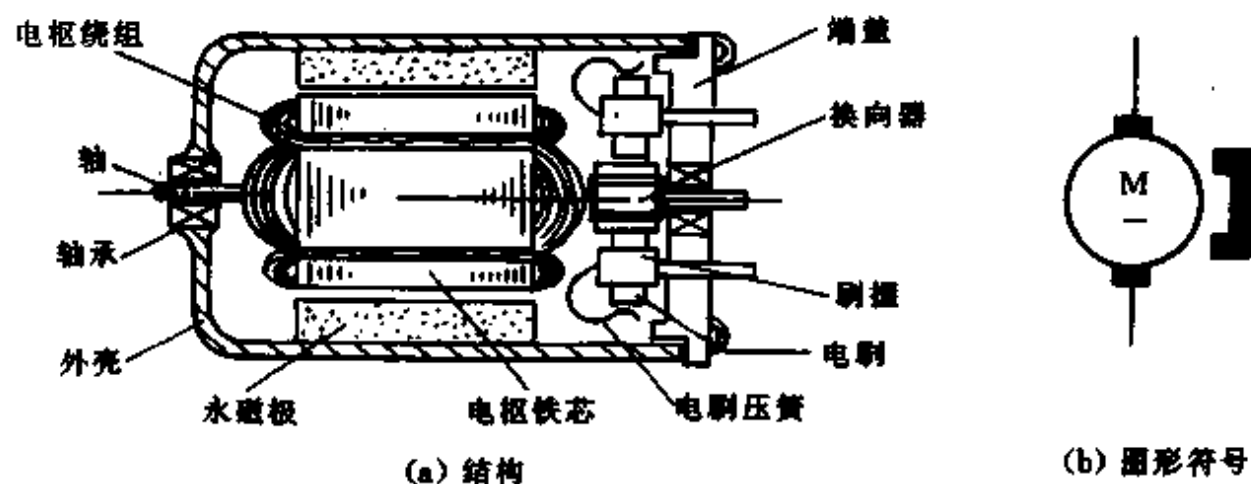


图 7-32 永磁直流电动机

转子称为电枢,是由坡莫合金冲片叠装而成,每片开有 3、5、7 槽等几种,如图 7-34 所示。电枢槽内放置由高强度漆包线绕制的线圈,其端头按一定规则连接到换向器上。换向器的作用是将电源供给的直流电流变成转子线圈中的交变电流,使转子始终受到定向的转矩。换向片的数目与转子槽数相等。

7.5.1.2 永磁直流电动机的工作原理

工作原理如图 7-35 所示。图中 N、S 是永磁极的磁场。在磁场中放置一个单匝线圈 abcd (即电枢绕组),线圈两端分别接在两个彼此绝缘的圆弧形铜环(即换向器)上,线圈与换向器一起可以绕中心轴旋转。换向器上压着两个固定不动的电刷 A 和 B。A、B 的引线通过开关 K 接在直流电源 E 上。其中电刷 A 接电源正极,电刷 B 接负极。

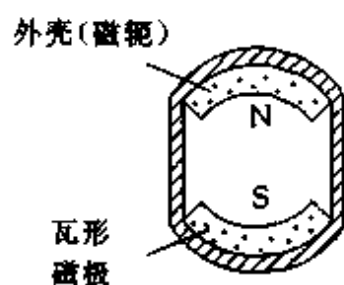


图 7-33 瓦形磁极

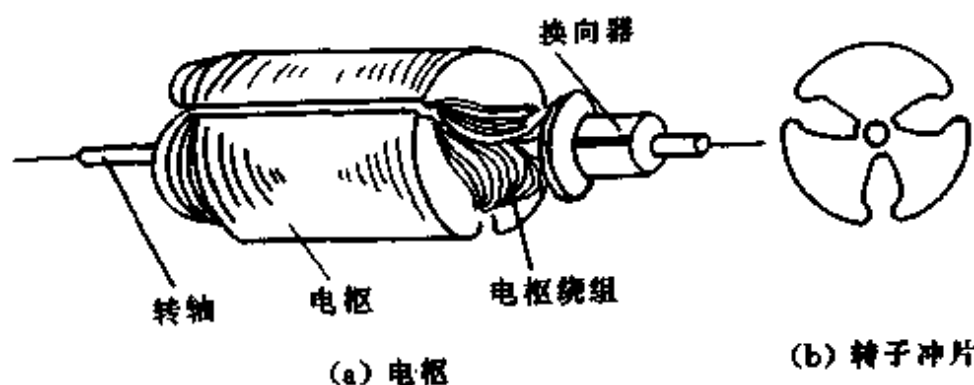


图 7-34 直流电动机转子

当开关 K 闭合时,电流从 A 端流入线圈。在图(a)所示的位置时,有效边 ab 在 N 极下,cd 在 S 极上,电流方向为 $a \rightarrow b, c \rightarrow d$ 。根据左手定则可知,ab 边和 cd 边受到的电磁力大小相等、方向相反,其数值为 $F = BLI$ 。其中 B 为永磁极的剩余磁感应强度;L 为线圈的有效边长(ab 段长度)、I 为线圈中的电流。它们形成电磁转矩,驱使线圈逆时针方向旋转。当线圈转过 180° 时如图(b)所示,cd 边处于 N 极下,ab 边处于 S 极上。但由于换向器的位置也发生变化,使 cd 边中的电流方向变为从 $d \rightarrow c$,ab 边的电流从 $b \rightarrow a$,因此两极下的电流方向并未改变,其受力方向也不变。可见,正是由于换向器将直流电流变为电枢线圈中的交变电流,才使得同一磁极下,线圈有效边中的电流方向保持不变。因此电磁转矩的方向亦不变,直流电动机才能旋转。

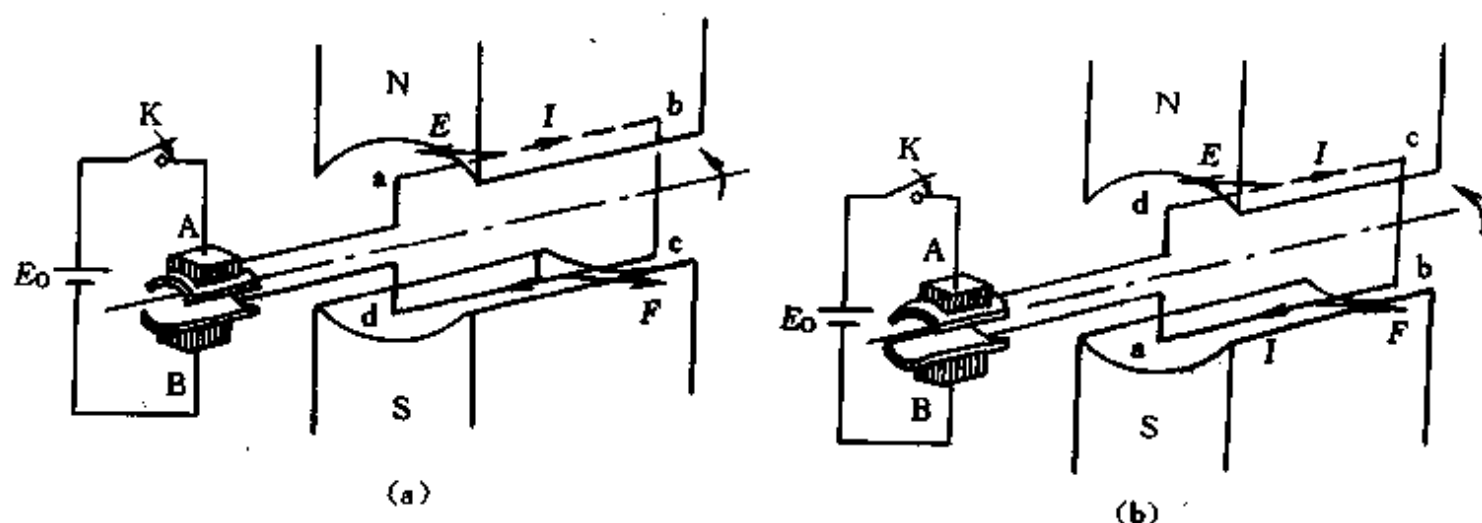


图 7-35 直流电动机工作原理

线圈在磁场中旋转时要切割磁力线,会在线圈中产生感应电动势 e 。根据右手定则可知,感应电动势 e 的方向与线圈中电流的方向相反,称为反电动势。若线圈电阻为 r ,线圈中的电流应该是 $I = (E_0 - e)/r$,即电源必须克服转子线圈的反电动势才能向转子提供电流。这表明电动机在输出机械功率的同时,电源必须向电动机提供电功率。

7.5.1.3 永磁直流电动机的机械特性

永磁直流电动机的机械特性 $n = f(M)$ 曲线如图 7-36 所示。可以证明,该曲线满足以下关系

$$n = (E_0/B) - (r/K^2 B^2)M = n_0 - bM \quad (7.11)$$

式中 $n_0 = E_0/KB$, K 是与电机结构有关的常数, B 是永磁场的磁感应强度, E_0 是外加直流电压, r 是电枢线圈的电阻, M 是电磁转矩。 n_0 是 $M=0$ 时的转速,称为理想转速。式(7.11)表明,永磁电动机的转速 n 与转矩 M 为一直线关系。由于空载时有一定的空载损耗转矩($M \neq 0$),因此空载转速总是比理想转速低。当电动机加上负载 M_L 以后,由于 $M_L > M$,电动机的转速会下降,转子线圈中的感应电势 e 减小,因此转子电流 $I = (E_0 - e)/r$ 加大。由于电磁转矩 M

正比于 I , 因此电磁转矩也加大, 直到与负载转矩 M_L 相等。可见转速的降低是输出转矩增加的必要条件, 负载转矩越大, 转速降低得也越多, 同时电源提供的电功率也越大。图 7-36 中的曲线斜率 b 仅由转子线圈电阻及其结构决定, 永磁直流伺服电动机的转子电阻 r 要比普通直流电动机大许多。

从式(7.11)可知, 改变电压 E_0 , 可以得到一组平行线。当负载转矩不变时, 调节电源电压, 即可得到不同的转速(如图 7-36 中的 n_1, n_2, n_3)。

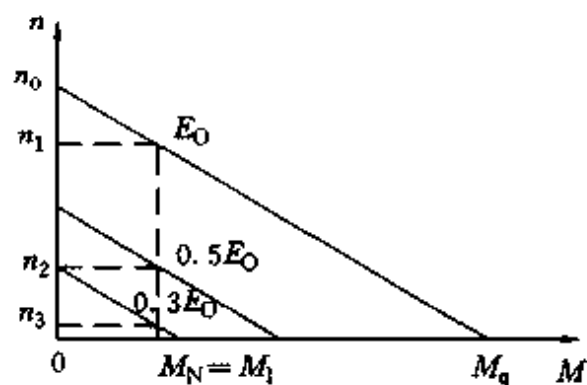


图 7-36 永磁直流伺服电动机机械特性与调速

7.5.1.4 主要技术指标

(1) 额定功率: 电动机在额定状态下的最大输出功率, 单位为 W(瓦)。

(2) 额定电压(控制电压): 控制电压所允许的最大值, 单位为 V(伏)。

(3) 额定电流: 电动机外加额定电压, 输出额定功率时的电枢电流, 单位为 A(安)。

(4) 额定转速: 电动机在额定状态下的转速, 单位为 r/min(转/分)。

(5) 额定转矩: 在额定状态下, 电动机轴上的输出转矩, 单位为 $\text{mN} \cdot \text{m}$ ($\text{N} \times 10^{-3} \cdot \text{m}$)。

(6) 时间常数: 外加阶跃额定电压, 转子空载状态从静止上升到额定转速的 63% 所需要的时间。它由转子的惯量所决定。该值越小, 对信号的响应就越快, 通常该值小于 30ms。

(7) 电枢电阻: 指电刷两端测量的电枢直流电阻, 单位为 Ω (欧)。

7.5.1.5 永磁直流电动机的调速

伺服电动机的速度控制是一种最基本的控制方式。由式(7.11)可知, 永磁直流电动机的调速是靠调节控制电压 E_0 来实现, 这是一种电枢电压调速方式。改变控制电压的方法有两种, 一种是直流电压调速, 另一种是脉宽调速, 其原理如图 7-37 所示。

直流电压调速是用速度控制信号控制放大器或可调稳压电源的输出电压 αE_0 来改变电枢电压, 其调速过程参见图 7-36。脉宽调速是利用速度控制信号控制电子开关 K 闭合的时间 τ , 周期 T 不变, 改变 τ 的长短, 可以获得不同的电枢电压平均值。输出电压为

$$E_0' = \tau/T \cdot E_0 = \alpha E_0 \quad (7.12)$$

式中 α 称为导通率。可见, 周期 T 一定时, 随着脉宽 τ 的变化, αE_0 发生变化, 而电动机的转速也随之变化。当然, 周期 T 要比电动机的时间常数小得多才不会引起转速的明显波动。二极管 D 是电枢的续流二极管, 当电源关断时, 使电枢电感中存储的能量得以释放。

在实际应用中, 往往对直流电动机的转速提出较高的要求, 如录音机、录像机的走带机构。因此稳速控制是一种较常用的调速方式。所谓稳速是指当电动机的转速与设定值出现偏差时, 利用这个偏差调节电枢电压, 使转速回到原设定值的过程。它是一个简单的自动控制过程。为了检测出实际的转速, 系统中要有转速检出装置与转速设定和比较环节。稳速控制系统原理如图 7-38 所示。目前使用的有以下几种方式:

(1) 机械调速方式: 在电动机的轴上安装了离心开关, 通过触头的闭合进行速度控制, 其结构和电路符号如图 7-39(a), (b) 所示。转速低时重块的离心力小于簧片的弹力, 触头闭合, 电枢通电, 转速升高; 当转速超过预定值时, 重块的离心力大于簧片弹力, 触头断开, 切断电源,

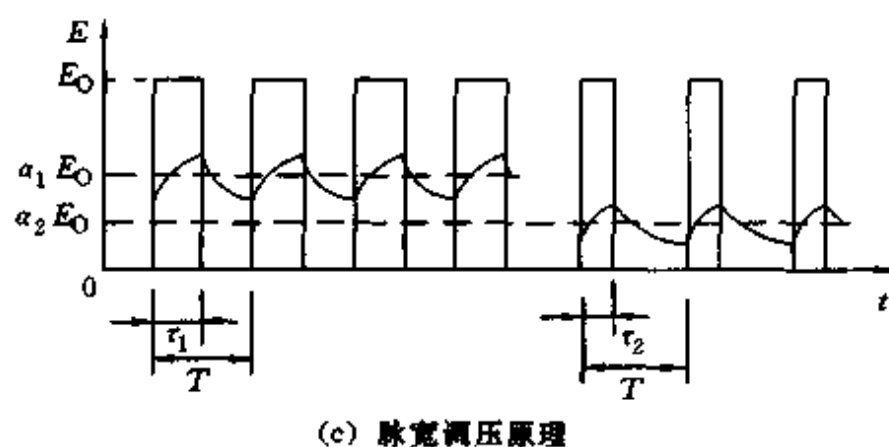
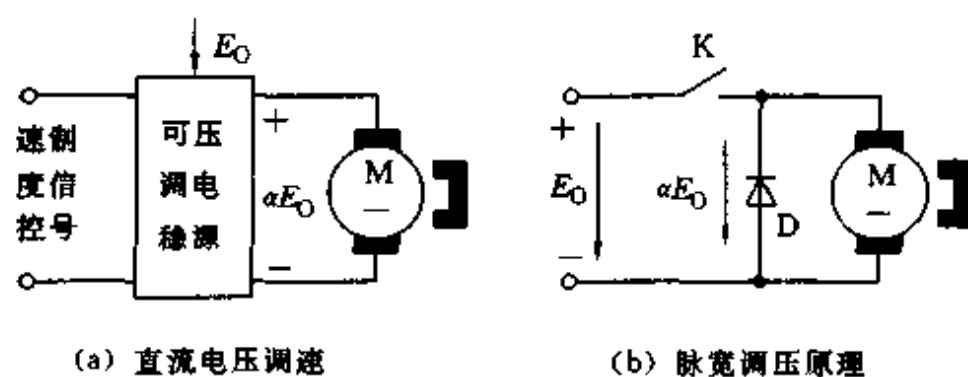
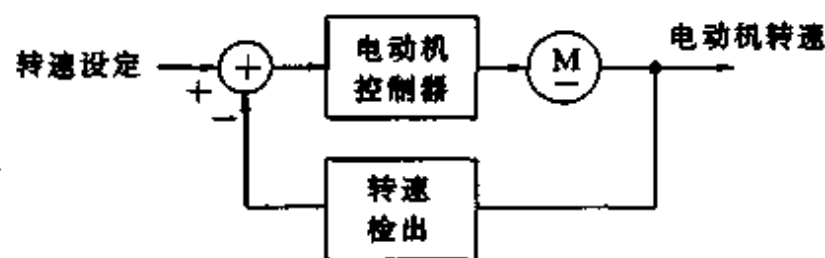


图 7-37 永磁直流电动机的调速



转速下降;经过几次调整后,电动机的平均转速维持在预定值上,如图 7-39(c)所示。这种方式结构简单、成本低,但转速的波动大,触头有一定寿命。因此,只用在价格较低的盒式录音机中。

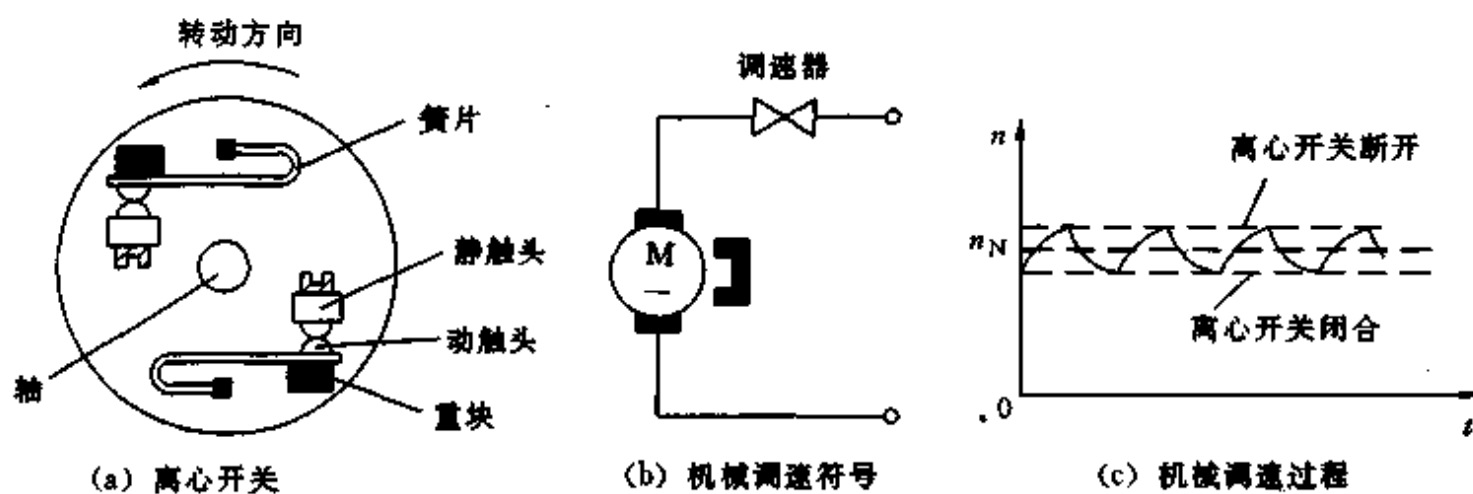


图 7-39 机械调速系统

(2) 电桥调速方式: 这种调速方式是把电动机电枢的等效电阻 r_m 作为电桥的一个臂, 接在一个电桥中, 如图 7-40 所示。 r_m 是电枢电压 E 与电枢电流 I 之比, 即 $r_m = \frac{E}{I}$ 。由于电枢电流 I 与电枢感应电动势 e 的大小有关 $\left(I = \frac{E - e}{r} \right)$, 而 e 又与转速 n 有关, 因此电枢等效电阻 r_m 的大小反映了转速的高低。电桥平衡条件 ($U_{ab} = 0$ 的条件) 为 $r_m/R_1 = R_2/R_3$ 。当转速升高时, e 变大 r_m 增大, U_{ab} 减小, 并使控制电阻 R 增大, 电动机电压下降使转速降低。反之, U_{ab} 变大, 控制

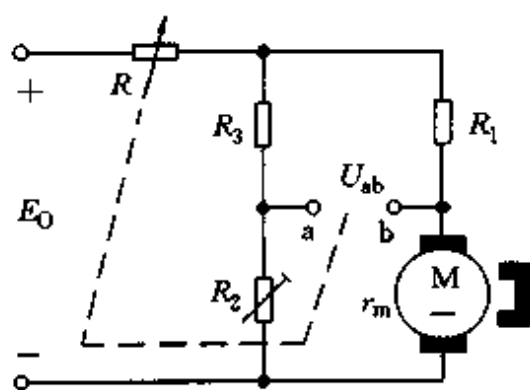


图 7-40 桥式调速系统

电阻减小,电压升高,转速增大,使电机维持一定的转速。这种方式没有接触噪音,使用寿命长,成本低,目前的随身听大多采用这种方式。

此外还有 FG 调速方式,它是在电机里安装用于测速的频率发电机,它的恒速特性好,但成本高,主要用于中档以上的盒式录音机。PLL 相位控制方式是采用了锁相环的原理,将转子极小的相位误差检测出来加以控制,因此可以保证电机的转速与基准频率完全同步,当然价格也很高。

7.5.2 无铁芯直流电动机

随着计算机技术的迅速发展,软盘、硬盘的数据存储密度越来越高,读写盘的速度成倍地增长,这对驱动器的转速、定位精度、响应速度都提出了更高的要求。电动机的响应速度主要取决于转子的惯量,电枢铁芯成为制约提高响应速度的主要因素。

无铁芯电动机将电枢铁芯和电枢线圈分开,转子仅有线圈,而电枢铁芯作成内定子形式提供磁路。由于转子无铁芯,降低了电枢绕组的电感,改善了换向条件。同时使转子惯量大大减小,时间常数可降至几十毫秒。无铁芯电动机有杯形转子直流电动机,印刷绕组直流电动机,绕线盘式直流电动机等形式。

7.5.2.1 杯形转子直流电动机

杯形转子直流电动机的结构如图 7-41 所示。它有一个外定子和一个内定子,外定子通常是瓦形永磁体。内定子是用软磁材料制成的圆柱体,仅作磁路的一部分。转子是用环氧树脂固化的杯形线圈,直接安装在转轴上,在内、外定子的气隙中旋转。线圈接在换向器上,由电刷引出。其工作原理与永磁直流电动机相同。国产 SYK 系列电动机属于这种形式。

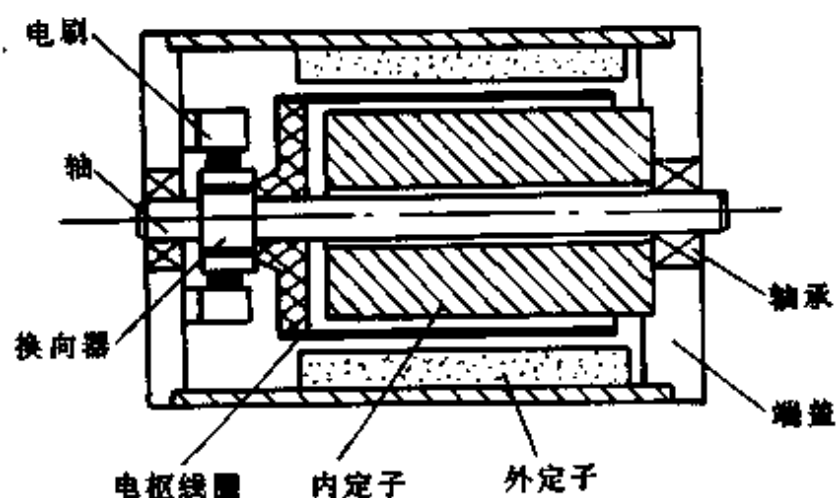


图 7-41 杯形转子直流电动机

7.5.2.2 印刷绕组直流电动机

这种电动机的结构如图 7-42 所示。其特点是转子绕组由 2 层、4 层或 6 层印刷电路板构成。每块板上腐蚀出导线,然后叠放起来,按照一定的连接方式组成转子绕组。每个绕组的端头都引到最外层,接到由印制电路制成的径向换向器上。为了减小磨损,换向器的印制导线表面镀上金或铱的合金,电刷用银石墨电刷以减小接触电阻。定子采用铝镍钴磁钢,有 6 极或 8

极等几种结构,产生轴向磁场。这种电动机的转矩非常平滑,脉冲转矩大,时间常数小,换向器火花极小,多用于计算机外围设备。国产 SN 系列电动机属于这种形式。

7.5.3 无电刷直流电动机

直流电动机的换向器在换向时,由于产生火花会引起电磁干扰,而且换向器的制造工艺复杂,电刷与换向片要定期清理和维护,影响了直流电动机的可靠性。无换向器的直流电动机是人们多年追求的目标。近几年随着电子技术和传感技术的发展,出现了用电子开关电路和位置传感器取代换向器的新型无刷直流电动机。

7.5.3.1 无刷直流电动机的结构

无刷直流电动机的结构与永磁直流电动机相反,其转子安放永磁极,而定子上放置电枢绕组。计算机的软盘驱动器使用的无刷直流电动机如图 7-43 所示。

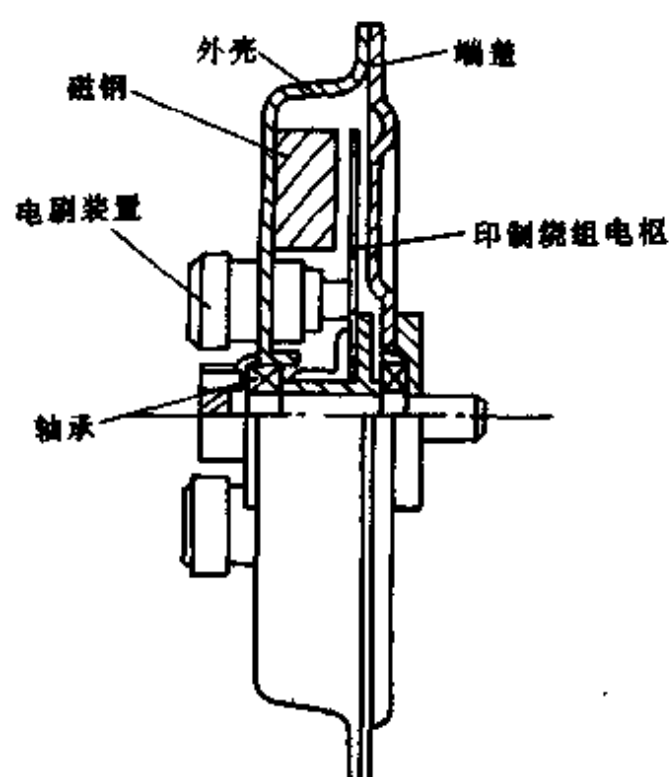


图 7-42 印刷绕组盘式 DC 电动机

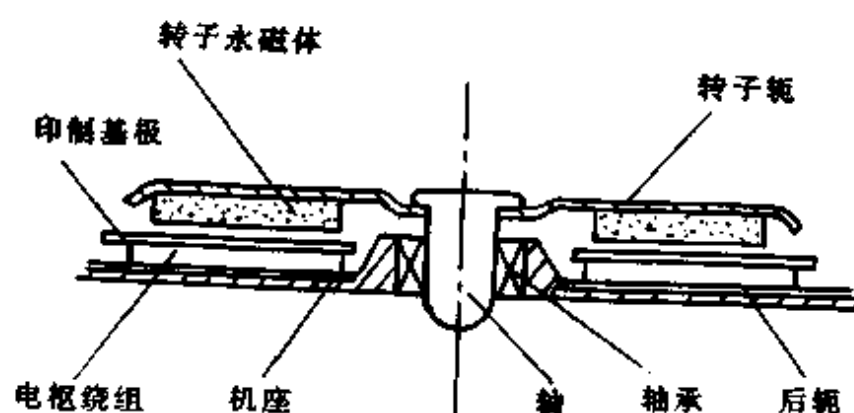


图 7-43 无刷直流电动机结构

转子是由转子轭、永磁体、轴等组成。转子轭由铁板冲压成型,其上固定永磁极,转子轭是磁回路的一部分。

定子是由印制基板、电枢绕组、后盖、轴承、机座及位置检测开关电路等组成。后盖也是用铁板冲压成型,用来固定电枢绕组,控制电路及支撑转子,同时也是磁回路的一部分。这种电动机的整机厚度仅有 6mm。

7.5.3.2 工作原理

无刷电动机的工作原理如图 7-44 所示。三个定子上分别放置线圈 AX、BY、CZ。首端 A、B、C 相连并接电源的正极,尾端 X、Y、Z 分别接三个开关 a、b、c。三个开关的另一端相连并接电源负极。开关的闭合受位置检测装置 F 的控制,F 与转子同轴旋转。当开关闭合时,会有电流从线圈首端流入,使通电线圈所在的定子产生一个 N 极磁场,该磁场与转子磁极相互作用,驱动转子转动。随着转子的转动,位置检测装置断开原开关,同时将另一个开关闭合,使定子磁场旋转一个空间角,磁场继续驱动转子转动。可见,在位置检测装置的顺序控制下,定子形成一个旋转磁场,驱动转子旋转。

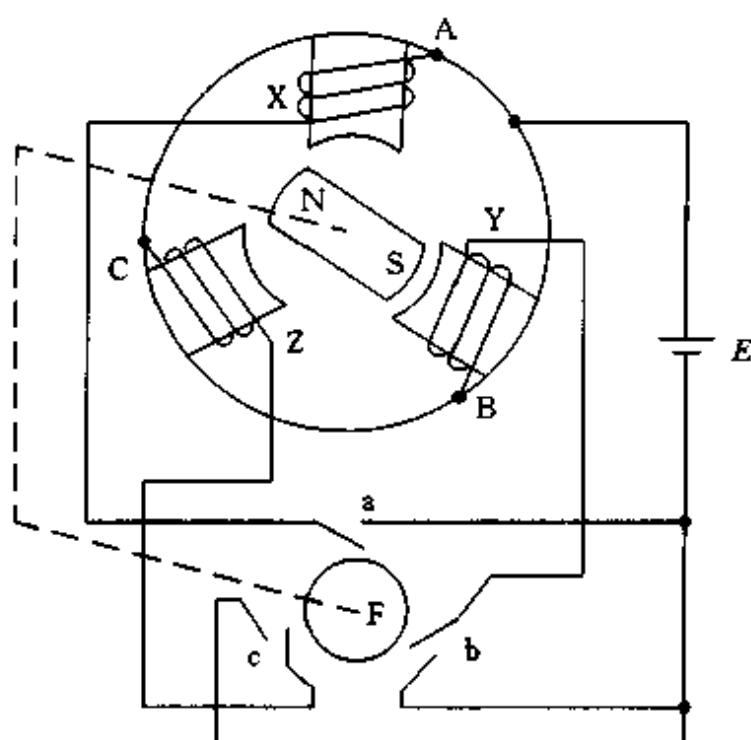


图 7-44 无刷直流电动机工作原理

位置检测有光电式、电磁式、接近开关式、磁敏元件式等多种方式。其中利用霍尔器件（磁敏元件一种）作位置检测装置的应用较多。无刷直流电动机适合作高速电动机，不需要维护，可靠性高，具有广阔的应用前景。

7.6 步进电动机

7.6.1 步进电动机的分类

步进电动机是一种将电脉冲信号转换为直线位移或角位移的驱动器。每输入一个电脉冲，步进电动机就转动或前进一步（称为步距角），所以又称为脉冲电动机。步进电动机的转速或速度与脉冲的频率成正比。由于步进电动机的步距角不变，其线性位移和角度位移的精确度极高，调整范围大，起动、制动及反转控制灵活。当线圈维持通电状态不变时，电动机具有自锁能力。由于上述特点，步进电动机在办公自动化装置中得到了广泛应用。

步进电动机按运动方式可分为旋转式和直线式两大类；按转子结构和工作原理可分为永磁式（PM 型）、磁阻式（VR 型）、混合式（HB 型）几种；按励磁的相数分为二相、三相、四相、五相、六相等几种。磁阻式又称为反应式。

7.6.2 步进电动机的结构与工作原理

步进电动机的种类很多，其工作原理大致相同。下面以永磁式步进电动机为例简要介绍其结构和工作原理。

7.6.2.1 PM 型步进电动机的结构

图 7-45 是一种典型的永磁式步进电动机的结构。它的定子是凸极式，有两相绕组 AO、BO，转子是两对星形永磁体。永磁式步进电动机转子的极数必须等于定子每相的极数，所以定子每相也为两对极。

7.6.2.2 工作原理

步进电动机定子绕组每变化一次通电方式称为一拍,本例中变化四次完成一个循环。

(1) 单四拍控制: 定子绕组连接如图所示。当B相加正脉冲 U_B 时,电流从B端流入,根据右手定则可知, B_1 、 B_3 为S极, B_2 、 B_4 为N极。定子磁场吸引转子,使转子 N_1 与 B_1 、 N_2 与 B_3 、 S_1 与 B_2 、 S_2 与 B_4 对齐,转子顺时针旋转 45° 角。B相脉冲结束后,为使转子能继续顺时针转动,(N_1 与 A_2 对齐),必须使 A_2 、 A_4 变为S极, A_1 、 A_3 变为N极。故在A相加入负脉冲($-U_A$),转子再转过 45° 。如果按照 $U_B \rightarrow (-U_A) \rightarrow (-U_B) \rightarrow U_A \rightarrow (-U_B) \rightarrow \dots$ 的顺序通电,则转子顺时针一步一步地转动,每步转过 45° 角,即步距角为 45° 。经过四拍后通电顺序完成一次循环,故称“四拍”控制。又由于每拍只有一相绕组通电,这种方式称为“单四拍”控制。若通电方式改为 $(-U_B) \rightarrow (-U_A) \rightarrow U_B \rightarrow U_A \rightarrow (-U_B) \rightarrow \dots$ 的顺序通电,则电动机反转。单相控制方式的缺点是,当两相绕组同时进行通、断电切换的瞬间容易引起失步,在转子平衡位置附近容易产生振荡,所以运行稳定性较差,通常采用双四拍控制可以避免上述缺点。

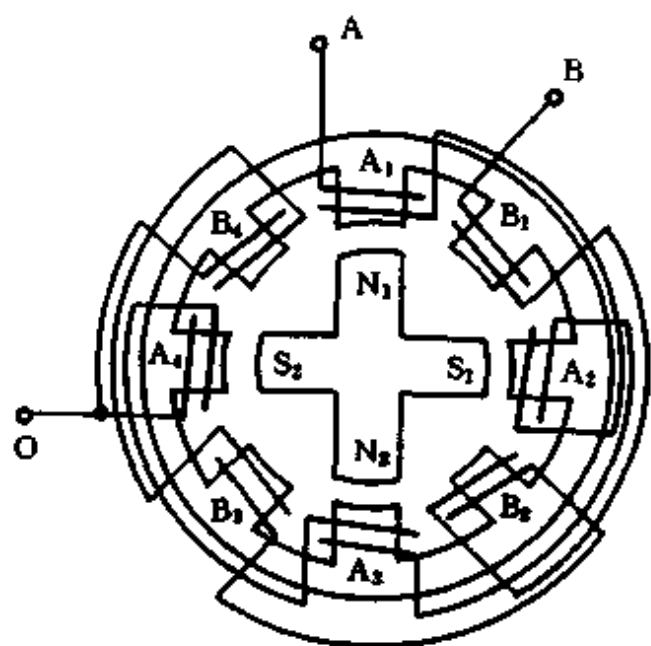


图 7-45 永磁式步进电动机

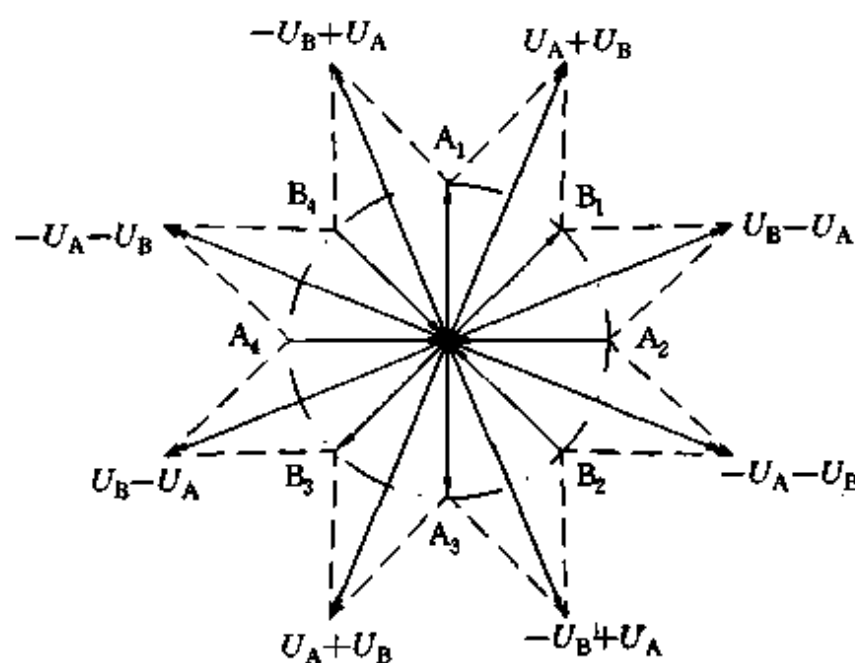


图 7-46 双四拍控制方式

(2) 双四拍控制: 双四拍控制方式是每拍两个绕组同时通电,每拍仅变换一相的电流。用磁通相量表示各定子磁极的变化如图 7-46 所示。箭头的方向代表磁力线的方向,则由图中可知,A、B相均为正电流时,合成磁场在 A_1 、 B_1 中心产生S极。按照 $(U_A+U_B) \rightarrow (U_B-U_A) \rightarrow (-U_A-U_B) \rightarrow (-U_B+U_A) \rightarrow (U_A+U_B) \rightarrow \dots$ 的顺序进行通电,转子仍可顺时针转动,且步距角仍是 45° 。若通电顺序反过来,步进电动机则反转。

双拍控制在转换电流时始终保持一相通电,因此工作比较稳定。步距角 θ_b 与极对数 p 和步进电机的拍数 m 有如下关系:

$$\theta_b = \frac{360^\circ}{m \cdot p} \quad (7.13)$$

如果脉冲频率 f 的单位为Hz、转速 n 的单位为r/min,则电动机的转速为

$$n = \frac{60f\theta_b}{360^\circ} = \frac{60f}{m \cdot p} \quad (7.14)$$

国产永磁式(PM型)步进电动机的型号为 $\times \times \text{BY}$;磁阻式(VR型)步进电动机的型号为 $\times \times \text{BF}$;混合式(HB型)步进电动机的型号为 $\times \times \text{BYG}$ 。其中 $\times \times$ 表示步进电动机的外径尺寸(mm)。

7.6.3 步进电动机的主要性能指标

1. 步距角：指输入一个电脉冲信号，步进电动机转子相应的角位移，用度数表示，又称脉冲当量。
2. 精度：指静态步距角误差和静态步距角的积累误差。
3. 起动转矩：指步进电动机从静止状态突然起动而不失步的最大输出转矩。
4. 最高起动频率：指步进电动机空载起动和停止时不失步的最高频率。
5. 运行频率：指步进电动机在额定条件下无失步运行的最高频率。

7.6.4 步进电动机的应用

7.6.4.1 步进电动机的选择

在选择步进电动机时，首先要考虑的是选择哪种类型，其次是具体的品种与型号。永磁式、磁阻式和混合式三种步进电动机的性能指标、外型尺寸、安装方法、脉冲电源种类及控制电路等都不同。因此其价格也有很大差异，需要根据控制系统的性能指标与经济指标综合考虑。具有步进电动机控制集成电路的电动机应优先考虑。为了便于选择，现将几种步进电动机的性能特点列于表 7-3。

表 7-3 不同类型步进电动机的特点

种类	型号	特 点	步距角	功耗	电 源	运行和起 动频率	动态 响应	价格
永磁式(PM)步 进电动机	BY	步距角大,起动和运行频率 低,断电有定位转矩,转矩 小	$1.8^{\circ} \sim 1.9^{\circ}$	小	需要正负 电源	较低 $150 \sim 600\text{Hz}$	中	低
磁阻式(VR)步 进电动机	BF	步距角小,起动和运行频率 最高,断电后无定位转矩, 转矩较大	$0.16^{\circ} \sim 3^{\circ}$	大	单电源	最高 $8000 \sim 16000\text{Hz}$	差	中
混合式(HB)步 进电动机	BYG	步距角居中,起动和运行频 率也居中,断电有定位转 矩,转矩大	$0.9^{\circ} \sim 3.6^{\circ}$	小	需要正负 电源	居中 $500 \sim 100\text{Hz}$	良	高

在选择步进电动机的品种时,要综合考虑步距角 θ_b 、最大静转矩 $M_{j\max}$ 、运行频率、转动惯量等,以确定步进电动机的具体规格和控制装置。电动机的最大静转矩为 $M_{j\max} = M_L / (0.3 \sim 0.5)$, 其中 M_L 为所需要的负载转矩。所需脉冲电源的频率 $f_y = 60n / \theta_b$, n 是电动机的转速(r/min), θ_b 为步距角。

7.6.4.2 使用注意事项

1. 步进电动机的引出线各厂产品都不统一。使用前应仔细阅读说明书。若电动机的转向与要求的相反时,只需要将两相接线位置互调即可。
2. 步进电动机按起动频率工作时,可以保证起动和停止不失步。如果按运行频率工作时,起动和停止都必须有一个缓变的升频和降频过程,要保证在起动和停止频率下进行操作,特别是负载转动惯量较大时(停止时)更应注意这一点。
3. 某些功率步进电动机带有强迫冷却装置,使用中应注意查看冷却装置的工作是否

正常。

〈操作与应用〉 常用低压电器的识别与测量

〔目的〕

1. 常用低压电器的认识与图形符号的对照
2. 学会查阅手册,获得低压电器的主要技术指标及选用
3. 学会画低压电器的连接图

〔内容〕

1. 按照电器元件的型号查找手册,并记录电器的主要技术指标、用途、特点。
2. 绘制各元件的图形符号,学会画元件的接线图。

〔说明〕

1. 低压电器一套,包括:刀闸开关、螺旋保险、交流接触器、按钮开关、行程开关、热继电器、时间继电器。
2. 万用表一块、电工手册一本。

〈操作与应用〉 异步电动机基本控制电路的安装与调试

〔目的〕

三相异步电动机正、反转控制电路的装调训练

〔内容〕

1. 按照图 7-20 的控制电路和 10kW 三相异步电动机的容量,选择所需要的低压电器型号,并列出清单。
2. 根据试验板的大小,合理设计各元件的位置。
3. 用万用表测量各部件对应的端子,用不干胶编号标记,然后画出接线图。
4. 按接线图连接
5. 检查线路,测试绝缘,经教师核查后通电试车。
6. 实验报告:绘制电器原理图、接线图、元件清单、接线工艺过程、检查线路的步骤、故障排除。

〔说明〕

操作对象及工具:电工试验板 1 块,三联按钮 1 只,刀闸开关 1 只,螺旋保险 5 只,热继电器 1 只,交流接触器 2 只,塑料导线若干,不干胶标签,电工工具 1 套,试电笔,摇表(公用)。

习 题 七

7.1 已知三相异步电动机的额定转速 $n_N = 730 \text{r/min}$ 。试问电动机的同步转速 n_0 ,磁极对数 p 和额定转差率 S_N 各是多少?

7.2 三相异步电动机的磁极对数 $p = 2$,电源频率 $f_1 = 50 \text{Hz}$,额定转差率 $S_N = 0.076$ 。试求该异步电动机的同步转速 n_0 和额定转速 n_N 。

7.3 一台三相异步电动机 Y160-2,其额定功率 $P_N = 18.5 \text{kW}$ 、额定转速 $n_N = 2930 \text{r/min}$ 、起动能力 $\lambda = \frac{M_s}{M_N} = 2.0$? 过载能力 $\lambda_m = \frac{M_m}{M_N} = 2.2$? 试计算其额定转矩 M_N 、起动转矩 M_s 和最大转矩 M_m 。

7.4 一台三相异步电动机的技术数据如下: $P_N = 7.5 \text{kW}$, $U_N = 380 \text{V}$, $n_0 = 1450 \text{r/min}$, $I_N = 14.9 \text{A}$, $\frac{I_s}{I_N} =$

7. $\frac{M_q}{M_N} = 1.4$ 。试求：(1) 额定转矩 M_N ；(2) 采用 Y- Δ 起动时的起动转矩和起动电流。

7.5 一台三相异步电动机的铭牌数据为： $P_N = 2.8\text{kW}$ ， $U_N = 220/380\text{V}$ ， $I_N = 10/5.8\text{A}$ ， $\cos\varphi = 0.88$ ， $n_N = 2800\text{r/min}$ ， $f_1 = 50\text{Hz}$ 。试求：(1) 额定转矩 M_N ；(2) 电动机的效率；(3) 极对数；(4) 若电源为 380V 三相交流电，试问电动机三相绕组应如何连接？

7.6 三相异步电动机额定数据如下： $P_N = 10\text{kW}$ ， $n_N = 1460\text{r/min}$ ， $U_N = 220/380\text{V}$ ， $\eta = 0.868$ ， $\cos\varphi = 0.88$ ， $M_q/M_N = 1.5$ ， $I_q/I_N = 6.5$ 。试求：(1) 额定电流；(2) Y- Δ 起动时的起动电流和起动转矩；(3) 当负载转矩为 M_q 的 60% 和 25% 时，电动机能否采用 Y- Δ 起动？

7.7 三相异步电动机如果断掉一根电源线能否起动？为什么？如果在运行中断掉一根电源线能否继续运转？对电动机有何影响？（提示：用两相合成磁场来说明）

7.8 什么叫短路保护和过载保护？熔断器能起过载保护作用吗？为什么？热继电器能起短路保护作用吗？为什么？

7.9 为了显示主电路中某相熔断器是否熔断，可以在每相熔断器两端并联一个灯泡等，如图 T7-1 所示，试说明其工作原理。

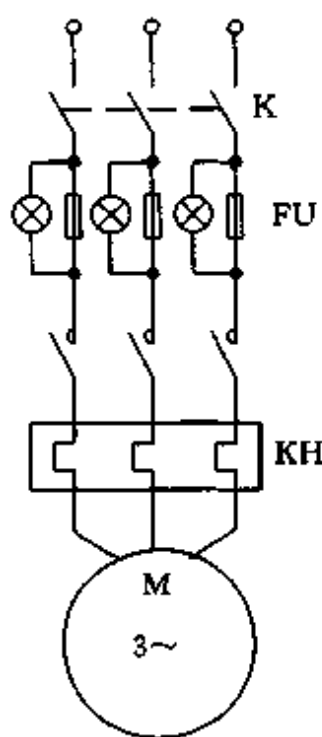


图 T7-1 题 7-9

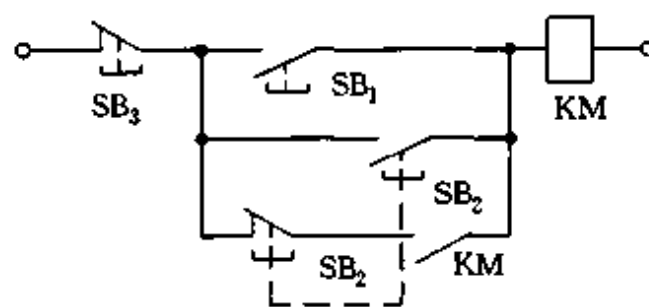


图 T7-2 题 7-10

7.10 三相异步电动机点动、起动和停车控制线路如图 T7-2 所示。试说明：(1) 该电路如何实现点动、起动和停车控制？(2) 请画出完整的控制线路。

7.11 三相异步电动机串联降压起动控制如图 T7-3 所示。起动时的定子绕组中串联降压电阻 R ，待转速增加到一定值时，再将电阻 R 短接，使电动机在额定电压下运行，试说明该电路的工作原理及动作顺序。

7.12 若上题改为用延时继电器的起动电路，试画出其控制线路图。

7.13 某机床主轴和润滑油泵分别由两台三相异步电动机拖动。对两台电动机的要求是：(1) 主轴必须在油泵开动

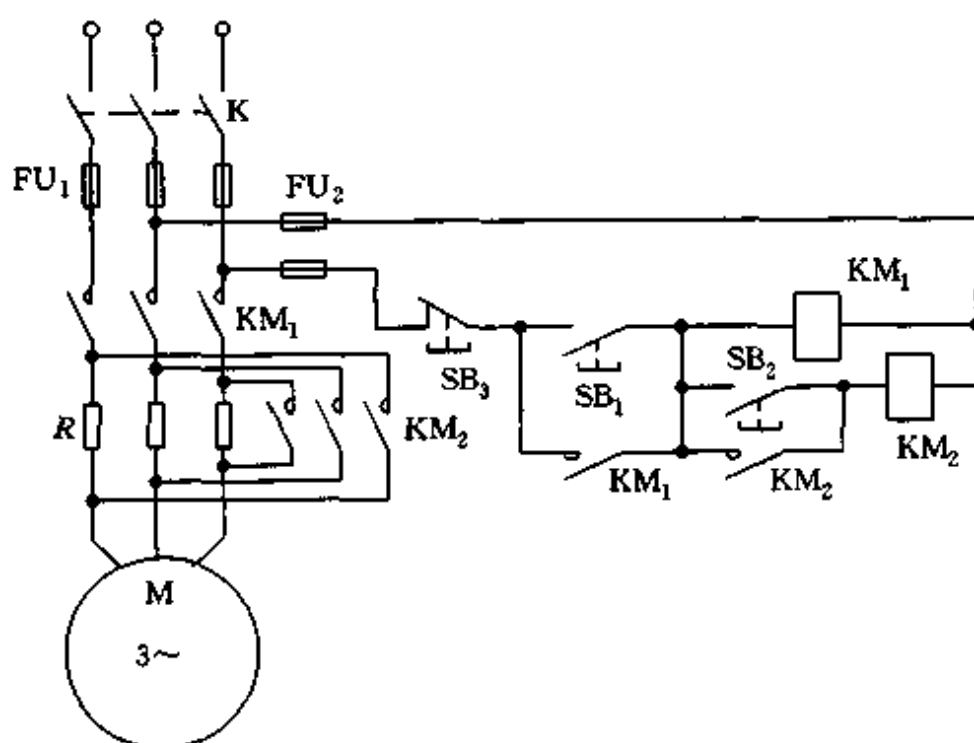


图 T7-3 题 7-11

后才能开动;(2)主轴要求正、反转,并能单独停车;(3)有短路,欠压及过载保护,试画出控制电路。

7.14 一台电容运行式风扇,通电时只有轻微震动,但风扇叶不转动。如果用手拨动一下扇叶,则可以转动,但转速较慢,试分析故障可能出现的原因及检查排除故障的方案和操作步骤。

第8章 安全用电常识

随着我国经济的迅速发展,电能的应用日益广泛。各种家用电器和办公自动化设备在给人们带来方便、快捷的同时,用电事故的频繁发生也给人们的生命财产带来极大的危害。只有了解安全用电常识,掌握安全用电操作,这样在电器设备的安装和使用过程中,才能可靠地防止电器事故的发生。电器事故包括:触电事故、设备事故、电器火灾和雷击。本章主要介绍触电事故和电器火灾发生的原因与预防。

8.1 触电事故

8.1.1 电器事故的几个实例

实例一:媒体报道,1998年北京某区城乡结合部,一居民为防止三轮车失窃,夜间私自在三轮车上接了220V交流电,导致一人触电死亡。

实例二:1987年华中某地,一居民在使用××牌电风扇时触电身亡。事故调查结果是,该电扇电源进线孔缺少绝缘护口,电线外皮磨破,导致外壳带电。同时该产品又无保护接零设计,属不合格产品。

实例三:1991年长沙某县供电局在安装电力网通信设备时,在高压配电柜中违章带电作业,一操作人员触及3000V高压母线,导致左臂截肢的重大人身事故。

实例四:1969年北京某电厂进行线路大修后违章带地线合闸,导致北京市大面积停电的重大责任事故。

实例五:1998年,某钢铁公司吊车司机违章在阜石路上作业,撞断北京西区一级高压配电线路,造成西部城区停电的重大责任事故。

实例非常多,几乎每天都会有不同程度的触电和电器事故发生。归纳起来可以有以下几个方面的原因。

8.1.2 电器事故的原因

8.1.2.1 违章操作

1. 违反“停电检修安全制度”,因误合电闸造成维修人员触电。
2. 违反“带电作业安全操作规程”,使操作人员触及电器的带电部分。
3. 带电移动电器设备。
4. 用水冲洗或用湿布擦拭电器设备。
5. 违章救护他人触电,造成救护者一起触电。
6. 酒后进行带电作业。
7. 对有高压电容的线路检修时未进行放电处理导致的触电。

8.1.2.2 施工不规范

1. 误将电源保护地线与零线连接,且插座火线、零线位置接反使机壳带电。
2. 插头接线不合格,造成电源线外露,导致触电。
3. 插座安装过低,使小孩触及插座造成触电;
4. 照明电路的中线接线不良或安装保险,造成中线断开,导致家电损坏。
5. 照明线路敷设不符合规范,造成搭接物带电。
6. 随意加大保险丝的规格,失去短路保护作用,导致电器破坏。
7. 施工中未对电器设备进行接地保护处理。

8.1.2.3 产品质量不合格

1. 电器产品缺少保护设施造成电器在非常情况下的损坏和触电。
2. 带电作业时,使用不合格的工具或绝缘设施造成维修人员触电。
3. 产品使用劣质材料,使绝缘等级、抗老化能力很低,容易造成触电。
4. 生产工艺粗制滥造。
5. 电热器具使用塑料电源线。

8.1.2.4 偶然条件

某些偶然事件也会造成触电事故,如:电力线突然断裂,使行人触电;狂风吹断树枝将电线砸断;雨水进入家用电器使机壳漏电等。

8.1.3 触电的种类

人体触电时,电流对人体会造成两种伤害:电击和电伤。电击是指电流通过人体,使人体组织受到损伤,这种伤害会造成身体发麻、肌肉抽搐、神经麻痹,会引起心颤、昏迷、窒息和死亡。电伤是指电流对人体外部造成的局部伤害,它是由于在电流的热效应、化学效应、机械效应及电流本身的作用下,使熔化和蒸发的金属微粒侵入人体,使局部皮肤受到灼伤、烙伤和皮肤金属化损伤,严重的也能致人死亡。

触电对人体的伤害程度与人体电阻、通过的电流强度、触电电压、电源频率、电流路径、持续的时间等因素有关。

1. 人体电阻:人体电阻因人而异,通常在 $10\text{k}\Omega\sim 100\text{k}\Omega$ 之间,触电面积越大,靠得越紧,电阻越小。因此在相同情况下,不同的人受到的触电伤害也不同。天气潮湿,皮肤出汗都会使人体电阻降低。因此在测量电阻阻值时,不能两只手同时接触电阻脚,否则会将人体电阻并在被测电阻上。

2. 电流强度对人的伤害:人体通过 1mA 工频交流电或 5mA 直流电时,会有麻、痛的感觉;通过工频交流 20mA 或直流 30mA ,会感到麻木、剧痛,且失去摆脱电源的能力;如果持续时间过长,会引起昏迷而死亡;当通过工频 100mA 时,会引起呼吸窒息,心跳停止,很快死亡。因此漏电保护通常设定在 20mA 。

3. 电压对人体的伤害:触电电压越高,通过人体的电流越大就越危险。而 36V 以下的电压对人没有生命威胁,因此把 36V 以下的电压定为安全电压。在工厂进行设备检修使用的手灯及机床照明都采用安全电压。

4. 电流频率对人体的伤害：实践证明，直流电对血液有分解作用，而高频电流不仅没有危害还可以用于医疗保健。电流频率在 40Hz~60Hz 时对人体伤害最大。

5. 电流持续时间与路径对人体的伤害：电流持续的时间越长，人体电阻变得越小，通过人体的电流将变大，危害也越大。电流的路径通过心脏会导致神经失常、心跳停止、血液循环中断，危险性最大。其中电流从右手到左脚的路径是最危险的。

电伤一般发生在带载拉闸和负载短路的情况。当负载电流很大且为感性负载时，带载切断电源会使闸刀触头产生强大的电弧。若灭弧装置的性能不好或未加灭弧装置时，会使触头熔化形成的金属蒸汽喷到操作人员的手上或脸上造成电伤。

8.1.4 人体触电的几种形式

1. 单相触电：人体的一部分与一根带电相线接触，另一部分又同时与大地(或零线)接触而造成的触电称为单相触电，单相触电是最多的一种触电事故。

2. 两相触电：人体的不同部位同时接触两根带电相线时的触电。这种触电的电压高，危险性大。单相和两相触电如图 8-1 所示。

3. 跨步电压触电：电力线落地后会在导线周围形成一个电场，电位的分布是以接地点为圆心逐步降低。当有人跨入这个区域，两脚之间的电位差会使人触电，这个电压称为跨步电压，如图 8-2 所示。通常高压线形成的跨步电压对人有较大危险。如果误入接地点附近，应采取双脚并拢或单脚跳出危险区。一般在 20m 以外，跨步电压就降为 0 了。

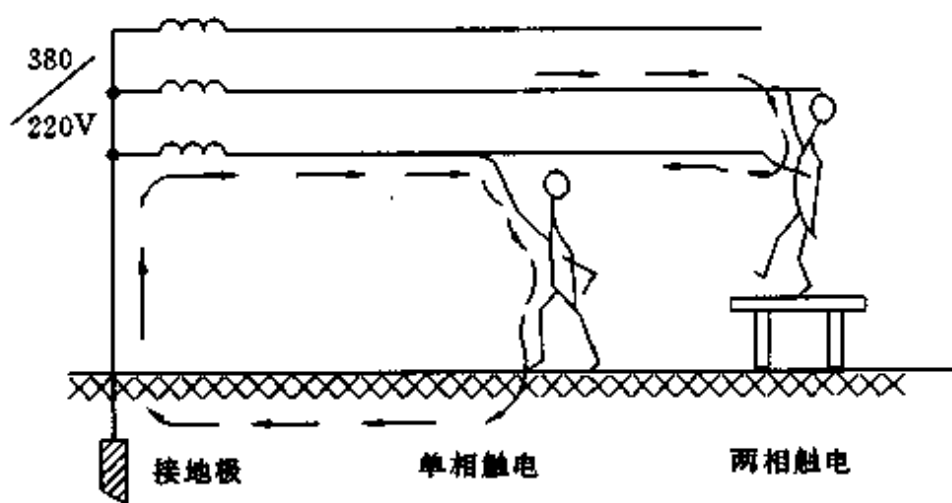


图 8-1

8.1.5 触电事故的预防措施

1. 各种家用电器的金属外壳，必须加装良好的保护接零。

2. 随时检查电器内部电路与外壳间的绝缘电阻，凡是绝缘电阻不符合要求的，应立即停止使用。电器使用前要仔细察看电源线及插头。

3. 室内线路及临时线路的截面积应符合载流量的要求，使用的导线种类及敷设工艺应符合规范要求。

4. 各种电器设备的安装必须按照规定的高度和距离施工，火线与零线的接线位置要符合用电规范。

5. 刀闸开关的电源进线必须接静触头，保证拉闸后线路不带电。刀闸开关需垂直安装，并使静触头在上方，以免拉闸后自动闭合造成意外。

6. 低压电路应采取停电检修安全工作方式，检修前在相线上装好临时接地线，或在拉闸

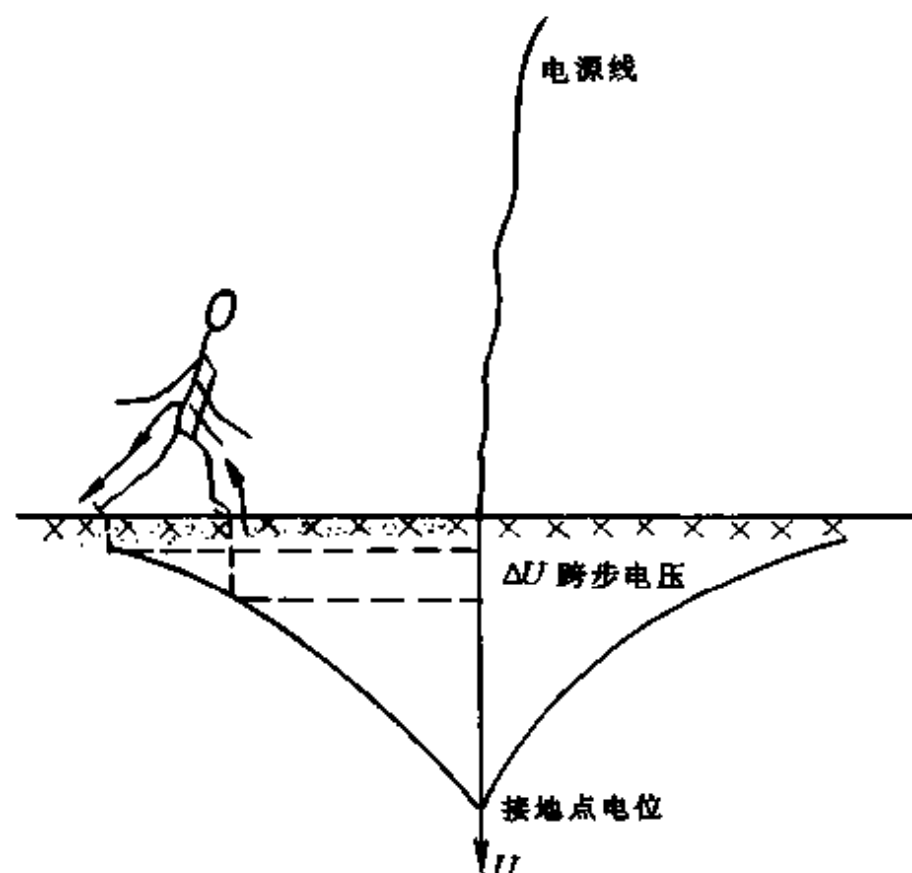


图 8-2 跨步电压触电

处挂上警告牌,或是拔去熔丝上盖并随身带走,防止误合闸,在操作时,应视同带电操作。

7. 带电维修时,必须严格执行带电操作安全规程,做好对地绝缘,进行单线操作。使用的工具必须具有良好的绝缘手柄。

8. 熔丝的更换不得擅自加粗,更不能用电线代替。

9. 电器火灾发生时,应先切断电源,不要轻易用水去灭火。

10. 危险的带电设备应外加防护网,以防与人体接触。

11. 加强安全用电宣传和安全用电知识的普及。

8.2 电器火灾事故

由电力线路和电器设备引发的火灾称为电器火灾。电器火灾发生时通常是带电燃烧,给扑救工作带来一定的困难。近两年,全国范围内重大的电器火灾事故发生多起,如北京玉泉营环岛家具城,居然之家家具城,合肥城隍庙纺织品批发市场,成都市小商品批发市场等多起电器火灾都造成重大的经济损失和人员伤亡。随着市场的繁荣,做好电器火灾的预防工作是十分重要的。

8.2.1 电器火灾的主要原因

1. 各种短路事故是引起电器火灾的主要原因

造成短路事故的原因大致有:绝缘老化造成局部短路;设备安装不当等导致绝缘受损;接线错误和操作错误;雨天线路遭到雷击;昆虫、鸟类或鼠类钻入电器内部啃破电线造成短路等。当发生短路时,线路或局部线路中的电流急剧增大,使局部导线迅速升温,如果温度达到可燃物的燃点时或短路瞬间产生的火花落到可燃物上时就会引起火灾。1999年合肥城隍庙纺织品批发市场发生的火灾就是由于私拉电源,电线绝缘破裂与搭铁短路产生的火花引燃布匹造成

的。可见违规私拉电源线,不按消防法规要求在线路下方设置安全区是造成这次火灾事故的主要原因。

2. 电器设备长期过载是引发电器火灾的重大隐患

(1) 设计不合理或没有考虑足够的用电裕量而引起的过载。例如,90年代以前的居民用电容量大多数按每户1kW设计,进入90年代后家用电器逐渐普及,居民用电量大增,未改电的旧楼大多过负荷运行。

(2) 使用不合理,超过设计能力而引起的过载。

(3) 设备带病运行或设备故障引起的火灾。例如玉泉营家具城的火灾,据媒体介绍是由一只坏电铃通电时间过长,导致线圈熔化落在地毯上引起的。

3. 电力线路与电器设备接触不良,散热不好,铁损过大均会引起电器火灾。例如某居民楼配电箱发生火灾,其原因是刀闸接线柱因长期过载而严重氧化,使接线柱在正常使用时发出暗红色,引起电力线绝缘皮的燃烧。

4. 电热器具和照明器具使用不当也可引发火灾。例如碘钨灯距桌面距离过近,电熨斗长时间放置在衣物上等。

8.2.2 电器火灾事故的预防

1. 根据现场特点,按照场所的分类标准和要求,选取适当形式的电器设备。如防爆型、密封型电器设备,可以有效地预防火灾的发生。

2. 保持电器设备的正常运行,避免电器设备过载运行。设备运行时的电压、电流、温升等参数均不应超过规定的允许值,特别是避免三相异步电动机的缺相运行。

3. 严格按照安装施工标准敷设线路、安装电器设备,确保所用电器产品的质量。

4. 严格遵守各种规程,特别是消防法规。严禁违章操作,违章堆放物品。定期对电器设备、线路进行检修,对用电场所的环境和使用情况进行检查,消除电器火灾隐患。

5. 按照消防法规的要求,在重要的用电场所安装火灾报警设备、自动喷淋设备和防火墙。

6. 定期举行灭火器使用的训练,加强消防知识和安全用电知识的普及教育工作。

8.3 电器事故的紧急处理

8.3.1 触电事故的处理

8.3.1.1 触电急救常识

当发现有人触电,应立即进行抢救。人触电以后会出现神经麻痹,呼吸中断,心跳停止,昏迷不醒等症状。但不论出现何种症状,都应该按假死处理,进行迅速而持久的抢救,以免错过时机,造成无可挽回的损失。曾有触电者经过4小时以上的连续抢救,最后得救的事例。据国外资料统计,触电后1min开始抢救者,90%有良好效果;触电后6min开始抢救者,10%有良好的效果;而触电后12min开始抢救者,救活的可能性就很小了。由此可见,迅速抢救是急救的要点。

8.3.1.2 触电急救的措施

1. 使触电者尽快脱离电源。脱离电源的方法有:①迅速关掉电源;②若离电源开关较远,

可用绝缘物体挑开电源线或用带绝缘手柄的刀、斧等砍断电源线;③用绝缘物体如木板等垫到触电者身下,切断人体的电流通路。

2. 脱离电源后立即急救,根据受到电流伤害的不同程度,可以分为三种情况:

(1) 对没有失去知觉的触电者,应使其静卧,注意观察,并迅速请医生治疗。

(2) 对已完全失去知觉,但仍有呼吸的触电者,应使其静卧在凉爽、空气流通的地方,并应拨打 120 急救中心。如果呼吸微弱,应立即进行人工呼吸。

(3) 对呼吸、脉搏、心跳均已停止,出现死亡征象的触电者,应立即进行人工呼吸,并拨打 120 急救中心电话,在医生来到之前,不能停止急救。

3. 人工呼吸急救

人工呼吸前,解开触电者的上衣、裤带、清除口腔内脏物、取出假牙、拉出舌头。人工呼吸有三种方法:①口对口呼吸法;②俯卧压背法;③仰卧压胸法。人工呼吸 4~5s 一个循环,具体方法在电工实训中有详细的介绍和训练。这里不再赘述。

8.3.2 电器火灾事故的处理

发生电器火灾时,应保持冷静、沉着,迅速到火灾现场的总配电箱处切断电源。切断电源时,应按规定操作,防止电弧伤人和触电。在切断电源前,严禁用水灭火,防止救火人员触电。

若无法切断电源或因生产需要不能切断电源,需要带电灭火时,应注意以下几点:

1. 应使用二氧化碳或干粉灭火器,它们的灭火剂是不导电的。
2. 人和带电体之间应保持 2m 的安全距离。
3. 如遇带电导线断落地面时,要组织人员划出安全区,防止跨步电压伤人。
4. 用喷雾水枪灭火时,必须按要求采取特殊安全措施。
5. 及时通报有关部门或拨打 119 报警电话。

8.4 电器安装、运行维护的安全措施

8.4.1 设备安装中的接地与接零保护

电器设备在正常情况下,它的金属外壳是不带电的。当电器设备的绝缘遭到破坏时,设备的金属外壳就可能带电,人体触及到它时就会发生触电事故。因此,电器设备在安装中必须采取安全保护措施。这样,即使电器设备绝缘损坏,也不会发生触电事故。

8.4.1.1 保护接地

在中性点不接地的三相电源系统中,将电器设备的外壳或机座与大地形成可靠的电器连接(接地电阻应小于 4Ω),这种接地法称为保护接地。图 8-3 所示为有保护接地的电器设备示意图。若电动机某一相绕组的绝缘损坏并使机壳带电,当人体触摸机壳时,漏电流有两个回路,一个是经接地保护装置回到电器设备,另一个是流经人体回到电器设备。电源对地的漏电阻 R_{Σ} 一般都非常大,由于人体电阻(R_B)一般在 1000Ω 左右,远大于接地电阻(R_e),因此加在人体上的电压很小,流过人体的电流也很小,从而避免了触电事故的发生。接地装置由接地体和接地线两部分组成,人工接地体通常采用钢管或角钢打入地下 4m 以上,接地线用扁钢或圆钢与接地体电焊连接。

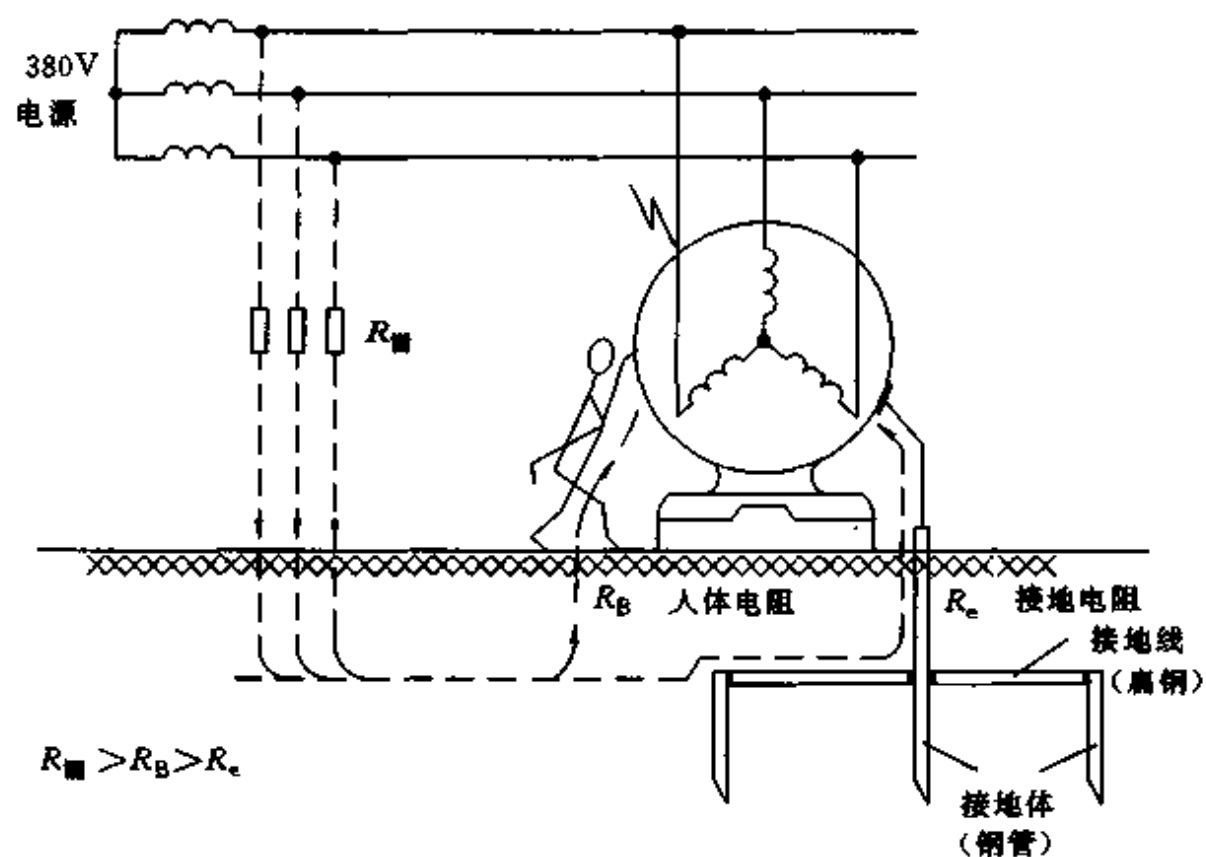


图 8-3 保护接地

8.4.1.2 保护接零

保护接零是将电器设备的金属外壳接到零线(中线),保护接零适用于中性点接地的低压配电线路中,其接法如图 8-4 所示。采用保护接零措施后,若外壳带电时,相当于一相电源对中性线(地)短路,使保险丝立即熔化或其他保护电器动作,迅速切断电源。

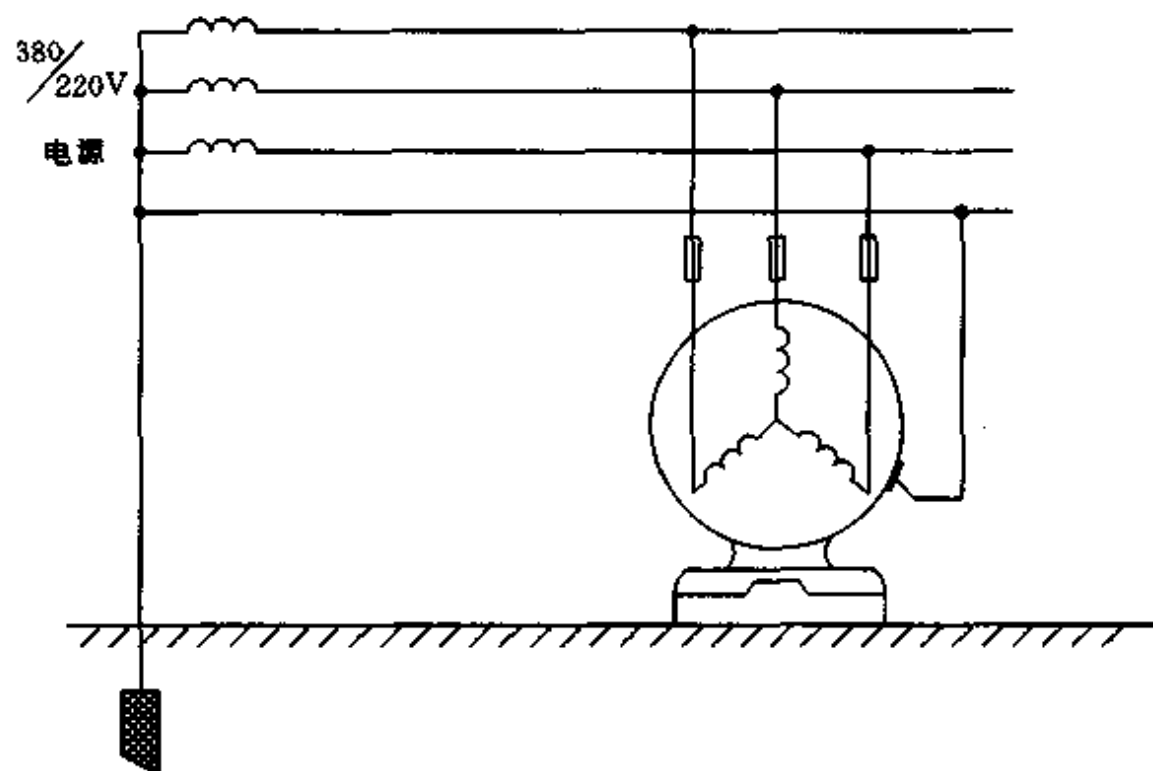


图 8-4 保护接零

8.4.1.3 保护接地与保护接零的选择

在中性点不接地的三相交流电源中,只能采用保护接地的措施。这种保护的原理在于漏电压几乎都降落在电源对地的漏电阻上,使得机壳与地之间的漏电压极小。

在中性点接地的三相交流电如低压配电线路中,如果采用保护接地措施,当发生绝缘损坏

并使机壳带电时,两地之间会有短路电流通过,如图 8-5 所示。其短路电流

$$I_{\text{短}} = 220 / (4 \times 2) = 27.5 \text{A}$$

由于这个短路电流不够大,可能不会使熔断器熔断。尽管保护接地电阻只有 4Ω ,但该电流还是会在地与机壳之间形成 110V 高压电,如果人体触及就会酿成触电事故。因此,必须采用保护接零措施。必须强调:在同一个配电系统中不允许保护接零与保护接地混合使用,否则当保护接地设备发生单相碰壳短路时,将使零线电位升高,使接零保护的电器外壳带很高的电压,这是非常危险的。

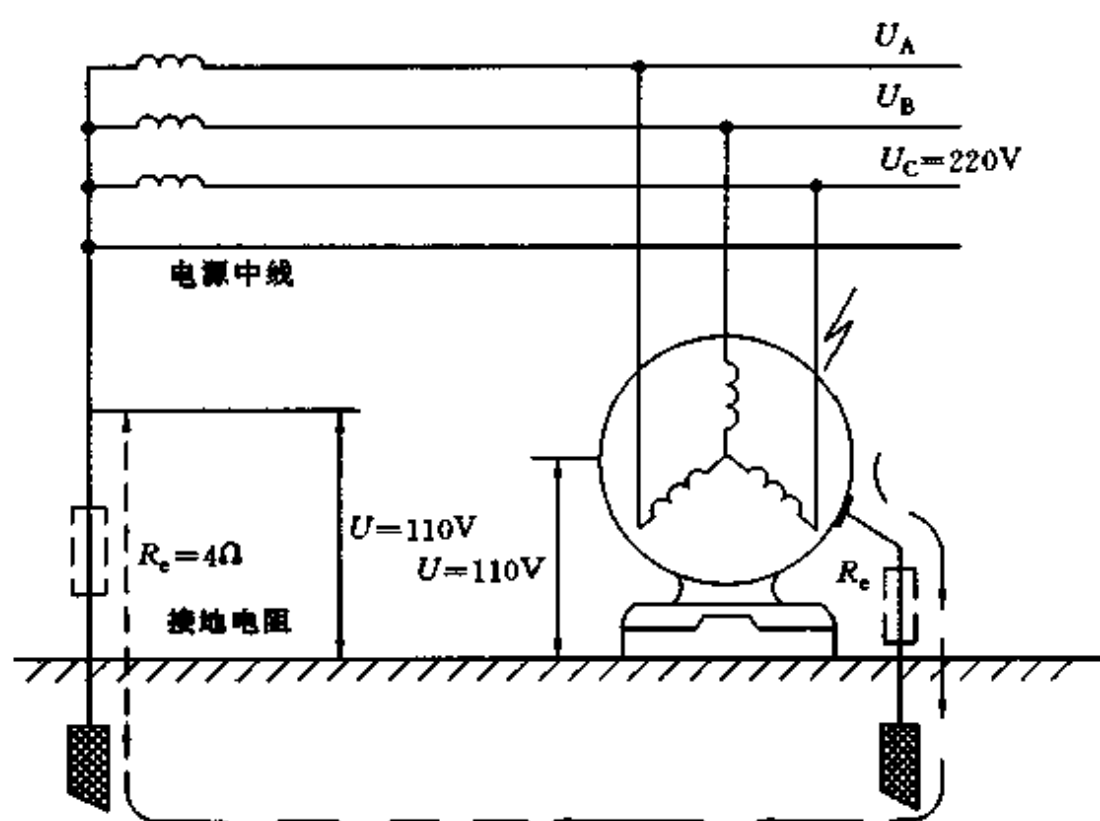


图 8-5 未保护接零

8.4.2 线路安装的技术要求

8.4.2.1 线路分类和适用范围

常用的线路和适用范围如表 8-1 所列,在施工设计中可参照选择。

8.4.2.2 线路安装的原则

1. 不同电价的用电设备应分开安装不同的线路。
2. 不同电压、不同电价的线路应有明显区别,安装在同一块配电盘时应用文字加以注明。
3. 低压配电线路严禁采用三线一地(大地),两线一地 and 一线一地。
4. 照明线路中,每一独立支路装接的电灯数量(一个插座作为一盏灯计算)不应超过 25 只,每路的最大电流不超过 15A ,电热线路每个独立支路插座不可超过 6 只,每路电流不超过 30A 。
5. 三相四线制电源的中线上不允许安装熔断器。
6. 三相四线制电源的中线截面应为相线截面积的 $1/2 \sim 1/3$,裸零线应涂黑茶色,防止接线错误。
7. 线路类型的选择应符合表 8-1 的规定。

表 8-1 常用线路分类和适用范围

敷设方法 (线路类型)	敷 设 场 所				
	干燥	潮湿	户外	有可燃物	有腐蚀物
木、塑线槽	✓				
明、暗管线	✓	✓	✓	✓	✓
塑料护套线	✓	✓	✓	✓	✓
电缆线	✓	✓	✓	✓	✓

8.4.2.3 对导线的要求

1. 线路的绝缘电阻应符合下列要求,相线对大地或中线之间的电阻不小于 $0.22\text{M}\Omega$;相线之间的电阻不小于 $0.38\text{M}\Omega$ 。
2. 干线的截面积应按有关规定的额定负载电流选取,支路导线的截面按照所装接电器的额定电流的总和选取。
3. 干线和支线的线路压降及机械强度应符合有关标准。

8.4.2.4 线路上熔断器的安装要求

在导线截面减小的分支处,一般应安装一组熔断器,可以有效地保护小容量电器的短路故障。但符合下列情况之一者,可以免装:

1. 分支路的载流量大于前一段有保护线路载流量的 $1/2$ 时可以免装。
2. 线路熔断体的额定电流不大于 20A 时,其上的分支路可免装。
3. 穿管敷设线路的支路长度不超过 30m ,明线支路长度不超过 1.5m ,可以免装。

8.4.3 低压配电线路的维修规程

低压配电线路和设备的检修一般应采用停电检修方式。只有在特殊环境和特殊场合,例如大型动力车间、医院、半导体芯片生产车间等不能断电的场合,可进行带电维修,但必须严格遵守安全操作规程。

8.4.3.1 停电检修工作规程

1. 低压线路和设备的维修应在停电后进行。
 2. 必须把所检修的线路和设备的任何可能输入的电源全部切断,在切断处应有明显的断开点,如拉断刀闸开关或拔去熔断器的插盖等。
 3. 在切断点挂上“禁止合闸,有人工作”的警告牌,必要时可由专人看守。
 4. 为防止意外输入电源,可以将维修线路的相线相互短路并接地。
- 为确保安全,虽然是断电检修也应视同带电操作,即操作时,按带电作业安全规程进行。

8.4.3.2 恢复送电的工作规程

1. 检修完毕应仔细清点工具的数量,检查器材是否遗留在线路或设备上。
2. 拆除临时接地等安全装置,撤离工作人员。
3. 摘除电源断点上的警告牌。

先合上隔离开关或熔断器上盖,然后合闸,恢复送电。

8.4.3.3 带电作业的安全操作规程

1. 操作者应无精神病、心脏病、严重高血压等疾病。

2. 操作者必须穿长袖、长裤的工作服,同时穿绝缘胶鞋,带手套和工作帽。使用的工具必须有良好的绝缘手柄。

3. 操作时应站在可靠绝缘物体上,如干燥的木板、长凳、木梯或带橡皮垫的铝合金梯子上,确保人体与大地之间的可靠绝缘。

4. 维修时必须单线操作,即必须一根线一根线地进行操作。在同一时刻,绝不允许人体触及两个带电体。对邻近的带电体,应加装可靠的临时遮拦。

5. 带电检修用电设备时,应切断控制回路的电源;检修控制回路时,应切断设备的主回路电源。

6. 需切断带电导线时,应先切断火线(相线),再切断零线(中线);当需要进行分支连接时,应先将分支线连接好后再接入带电导线。接入时先剥开火线外皮,接好一根分支线并作好绝缘,然后再作中线。

8.4.3.4 配电线路的维护

线路的维护保养分为日常维护和定期维护两类。日常的维护与保养可以及时发现线路运行中的异常情况和潜在隐患,这是确保安全用电的重要措施。

1. 线路的日常维护保养内容

(1) 检查用户是否盲目增加用电设备,擅自拆卸用电设备和配电设施。

(2) 检查用户是否有擅自更换、加大熔体的现象,有无经常烧断熔体或空气开关频繁掉闸的现象发生。

(3) 检查线路上各种电器、用电器具、配电设施结构是否完整,运行是否正常,控制是否灵活。

(4) 检查电器设备的接地点是否良好。

(5) 检查线路的敷设管线支撑点是否有移动、脱落,明装线的绝缘层是否受损,用钳型表测量三相电流是否平衡。

(6) 检查线路及所有电器设备是否有受潮、受热现象。

(7) 检查线路的用电量,在正常情况下是否存在用电量明显增大现象。

上述任何一项发生异常,都应及时采取措施予以解决。

2. 定期维修内容

定期维修应每半年或一年进行一次。定期维修包括

(1) 测量电器设备和线路的绝缘电阻和设备的接地电阻。

(2) 定期更换、更新到期的线路和设备。

(3) 定期对部分或整个线路进行检查,更换部分或全部支持点。

(4) 定期更换接地线和接地装置。

(5) 更换调整配电形式,配电容量和电器设备的布局。

〈操作与应用〉 人工呼吸法训练

〔目的〕

1. 掌握触电急救的步骤。
2. 掌握三种人工呼吸急救法的基本操作要领。

〔内容〕

1. 触电急救步骤

- (1) 使触电者尽快脱离电源:(a)关闭总开关;(b)用绝缘物挑开电线或触电者。
- (2) 将触电者移至通风处静卧,并派人通知医生。
- (3) 解开衣领、裤带。

2. 人工呼吸法基本操作训练

(1) 用干毛巾模拟触电者,捂住施救者口部,对毛巾进行“口对口人工呼吸”,吸气 2s,停止 2~3s。按此节奏操作若干次,掌握“口对口人工呼吸”的节奏。

(2) 以一人模拟触电者,另一人模拟施救者,进行俯卧压背法人工呼吸训练,逐步掌握这种人工呼吸法的基本操作,掌握好呼吸和换气的时间。

(3) 以一人模拟触电者;另一人模拟施救者,进行仰卧压胸法人工呼吸训练,逐步掌握这种人工呼吸的基本操作,掌握好呼气和换气的时间。

将以上三项训练结果记入表 8-2 中。

表 8-2 人工呼吸训练记录

人工呼吸法种类	模拟触电者姓名	呼气时间	吸气时间	施救者姓名	基本手法
口对口					
俯卧压背					
仰卧压胸					

训练所用时间_____

参加训练者(签字)_____

指导教师(签字)_____

〔说明〕

模拟触电者、棕垫若干、木板、木棍、钢丝钳、干净毛巾,每三人分一小组。

习 题 八

8.1 常见的触电种类、方式和原因有哪些?

8.2 当你在使用家用电器或电器设备时,应如何防止触电事故的发生?根据触电事故的预防措施,在使用、清洁、移动电器设备时应如何操作?

8.3 设备的安全保护有几种?它们的适用范围?如果混合使用会出现什么后果?

8.4 简述停电检修工作规程的内容。

8.5 简述带电作业安全规程的主要内容。

8.6 电器火灾事故的预防与灭火的要点是什么?

参 考 文 献

[1] 李瀚荪编. 电路分析基础(第三版),高等教育出版,1992

- [2] [美]VAN VALKENBURGH, NOOGER & NEVILLE, INC. 吕国泰译. 电学基础(修订版), 高等教育出版社, 1990
- [3] 秦曾煌主编. 电工学(第四版), 高等教育出版社, 1993
- [4] 王鸿明编. 电工技术与电子技术, 清华大学出版社, 1998
- [5] 刘元千编. 电路理论基础, 人民邮电出版社, 1982
- [6] 江缉光主编. 电路原理, 清华大学出版社, 1996
- [7] 邱关源主编. 电路(第三版), 高等教育出版社, 1990
- [8] 管致中等编. 电路、信号与系统, 人民教育出版社, 1979
- [9] 林正豹等编. 电子技术电工基础, 科学技术文献出版社, 1991
- [10] [美]A. 布达克著, 童宁荪译. 电路理论基础及应用, 科学出版社, 1985
- [11] 清华大学电子学教研组编, 童诗白主编. 模拟电子技术基础(第二版), 高等教育出版社, 1991
- [12] 华中工学院电子学教研室编, 康华光主编. 电子技术基础(第三版), 高等教育出版社, 1990
- [13] 郑君里等编. 信号与系统, 高等教育出版社, 1984
- [14] 赵凯华等. 电磁学, 人民教育出版社, 1978
- [15] 北京市中专电类课教学研究会编. 电路基础, 航空工业出版社, 1997
- [16] 刘大革等编. 电路及电工学实验教程, 华中理工大学出版社, 1994
- [17] 华中工学院电工基础教研室编. 电路实验指导书, 高等教育出版社, 1984
- [18] 孙崇洲主编. 电路、信号与系统实验教程, 1989
- [19] 吴锡龙编. 电路、信号与系统实验指导书, 1982
- [20] 邱川弘主编. 电子技术基础操作, 1999
- [21] 沙占友编. 万用表妙用 100 例, 电子工业出版社, 1990
- [22] 刘蕴陶编. 电工学, 中央广播电视大学出版社, 1994
- [23] 杨植民编. 新型驱动器及其应用, 机械工业出版社, 1998
- [24] [日]山田博. 小型精密电动机的基础和应用, 机械工业出版社, 1988
- [25] 韩有志等编. 实用电工学, 重庆大学出版社, 1987
- [26] 曾祥福. 实用电工技能, 高等教育出版社, 1987
- [27] 周文涛等. 实用电工手册, 北京科学技术出版社, 1994